

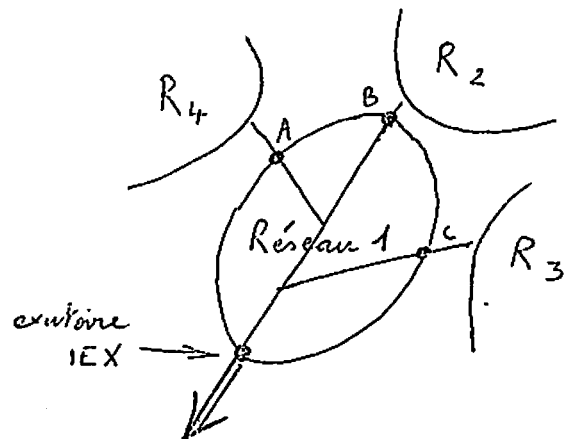
Notice explicative du programme PFEFRACTAL

(voir légende et organigrammes dans le rapport écrit du PFE)

Partie préliminaire : lecture des données

Les deux fichiers ASMBV (nom du réseau) et ASMGR (nom du réseau) comportent des variables qui ne sont pas utiles pour notre étude ; il faut malgré tout lire ces valeurs pour pouvoir lire ensuite celles qui nous intéressent !

Les réseaux extraits sont reliés à l'ensemble du réseau de la COURLY (communauté urbaine de Lyon) par l'extériorité ; mais ils peuvent également être des réseaux intermédiaires ; dans ce cas certaines extrémités sont des coupures supérieures :



Pour extraire le réseau 1, il faut donc connaître l'extériorité (IEX) et les coupures supérieures (A, B, C)

Si le réseau est un réseau extrême, il n'y a pas de coupures supérieures (le nombre de coupures (NCOUP) est donc nul).

Le nombre de cheminées ou regards de visite est appelé NBV dans le fichier ASMBV, NPOINT dans celui ASMGR et N dans notre programme. (ces trois variables ne représentent en fait qu'un seul et même nombre).

La surface totale drainée ($S\phi$) ainsi que la longueur totale du réseau sont calculées lors de la lecture des données.

Partie 1 du programme PFEFRACTAL

Cette partie comportant un certain nombre d'ordres qui réserveront pour la recherche des extrémités du réseau tronqué (à une échelle S), elle sera utilisée une autre fois dans ce but.

Elle est employée la première fois uniquement pour rechercher toutes les bifurcations avec S prise égale à $S\phi$; ainsi la détermination des extrémités n'est pas faite. (voir tests par rapport à S)

Les surfaces drainées, ainsi que les longueurs des tronçons de canalisation entre deux regards (que l'on appellera également cheminées) sont affectées à une cheminée (ou regard).

Pour chaque cheminée d'indice i , de numéro de code ICHÉ (composé lors de l'extraction des réseaux le numéro de la cheminée est pris égal à son indice, ainsi l'exutoire a le numéro 1) on connaît la cheminée suivante (cheminée avalée : IDES), ainsi que.

celle précédente (cheminée en amont : $IAN T$)

Une cheminée placée à une bifurcation peut avoir deux antécédents : $IAN T_1$ et $IAN T_2$.

Les cheminées qui ne sont pas des bifurcations ont une valeur $IAN T_2$ égale à zéro (elles n'ont qu'un seul antécédent : $IAN T_1$)

Les cheminées extrêmes n'ont pas d'antécédents :

$$IAN T_1 = \emptyset \text{ et } IAN T_2 = \emptyset.$$

Le programme démarre sur la recherche des cheminées extrêmes, c'est à dire celles pour lesquelles $IAN T_1 = \emptyset$; à partir de celles-ci on cherche la cheminée suivante (IDE'S) et ainsi de suite jusqu'à arriver à une cheminée-bifurcation (pour laquelle $IAN T_2 \neq \emptyset$)

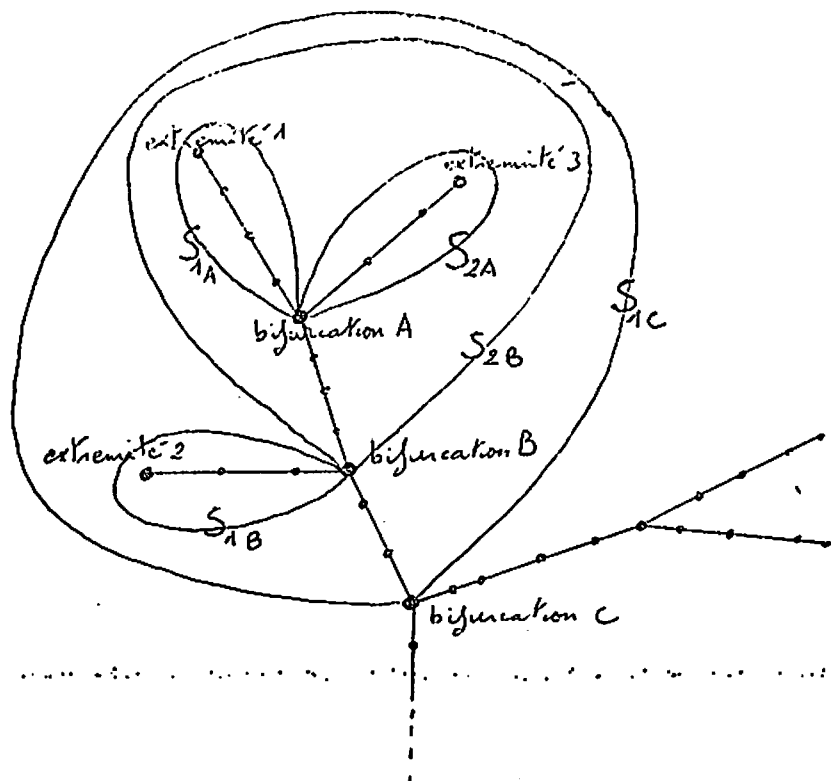
A cette cheminée-bifurcation on associe $S_1 = \Sigma$ (surfaces en amont) sur la première branche.

Puis on recherche une autre extrémité.

Dans le cas où la bifurcation sur laquelle on arrive a déjà été prise en compte, la branche où on se trouve

est la deuxième branche, son valeur amont doit être

$S_2 = \Sigma$ (surfaces en amont) et on continue à partir de cette bifurcation jusqu'à la bifurcation suivante pour laquelle de nouveau deux cas se présentent, soit elle a déjà été vue, d'où on associe les surfaces amont à S_2 et on continue à suivre le réseau ; soit elle vient d'être rencontrée et c'est S_1 qui est égale aux surfaces amont, puis on recherche une extrémité



Lorsqu'on aura rencontré deux fois chaque bifurcation, on se trouvera à la dernière bifurcation juste avant l'extériorité, on descendra donc jusqu'à ce dernier et on s'arrêtera. On aura donc toutes les bifurcations, associées à leurs deux surfaces en amont : S_1 et S_2 .

Cette recherche des bifurcations étant achevée, la deuxième partie du programme peut commencer (calcul du nombre de bifurcations n à une échelle S de mesure).

On se fixe arbitrairement S en fonction de S_0

$$(S = \frac{S_0}{A^n} \quad \text{avec } n = 1, 2, 3, \dots) \quad (A \text{ est compris}$$

entre 1 et 2 ; avec $A = 1,1$ la mesure est suffisamment précise).

Il suffit ensuite de compter les bifurcations pour lesquelles $S < S_1$ et $S < S_2$ et on obtiendra ainsi le nombre $n = f(S)$.

On revient ensuite à la première partie du programme pour déterminer cette fois les extrémités du réseau tronqué à l'échelle S (S est maintenant différent de S_0)

Lors du cumul des surfaces à partir des extrémités réelles ($I_{ANT1} = \emptyset$) on compare la surface cumulée à S ; dès que cette surface est supérieure à S ; la cheminée où l'on se trouve est une extrémité du réseau tronqué; on répart ensuite l'un ou l'autre extrémité réelle et ainsi de suite jusqu'à avoir lu toutes les cheminées.

On se rend cette fois à la troisième partie du programme (calcul des longueurs).

Sur le réseau tronqué, il y a autant de chemins que l'on vient de déterminer d'extrémités.

On cumule les longueurs des tronçons sur chaque chemin jusqu'à l'extrémité.

On obtient ainsi les longueurs de chaque chemin.

On a pris soin lors de ce cumul de repérer les bifurcations rencontrées sur le chemin. A chaque bifurcation on associe la longueur avalée (pour aller jusqu'à l'extrémité).

Quand on procède au calcul sur un autre chemin, dès qu'on rencontre une bifurcation déjà lue, il suffit de sommer sa longueur avalée à la longueur déjà calculée pour obtenir la longueur totale du chemin.

La longueur totale du réseau est calculée en sommant le premier chemin aux parties des autres chemins qui ne sont pas communes au premier.

Une comparaison des longueurs de tous les chemins nous permet de connaître le plus long parcours de l'eau en canalisation (G).

Tous les chemins ayant été parcourus, on retourne à la deuxième partie pour un nouveau calcul de n et des longueurs avec une surface S différente.

PROJET DE FIN D'ETUDE : JUIN 83

STRUCTURE DES RESEAUX
D'ASSAINISSEMENT
AIDE A LA MODELISATION
DU RUISSELLEMENT

LANG PAUL

KHELIL AMAR

SOMMAIRE

p.1 INTRODUCTION GENERALE
LA THEORIE FRACTALE

p.4 INTRODUCTION

p.7 LA COTE DE BRETAGNE

p.9 LA DIMENSION FRACTALE

TRANSPOSITION AUX RESEAUX D'ASSAINISSEMENT

SITUATION DU PROBLEME

p.13 INTRODUCTION

p.15 RESEAUX THEORIQUES

p.17 RESEAUX REELS

p.19 DESCRIPTION DE LA METHODE RETENUE

p.20 LE MODELE DE BOCQUILLON

p.28 ETUDE EXPERIMENTALE

EXPLICATIONS ET RETOUR A LA THEORIE

p.35 PREMIER EXEMPLE

p.36 DEUXIEME EXEMPLE

p.40 TROISIEME EXEMPLE

p.44 VERIFICATION DE L'HOMOTHETIE INTERNE

p.53 VERIFICATION DES LOIS DE BOCQUILLON

p.58 CONCLUSION

IMPORTANCE DE L'AGENCEMENT DES BIFURCATIONS POUR LA MODELISATION DE L'ECOULEMENT

p.61 EXEMPLE

p.62 CONSTRUCTION D'UN MODELE

BIBLIOGRAPHIE

ANNEXES

p.66

ANNEXE 1 : COURBE DE VON KOCH

p.69

ANNEXE 2 : PROGRAMME INFORMATIQUE

p.84

ANNEXE 3 : RESULTATS BRON 1

p.110

ANNEXE 4 : RESULTATS VAULX-EN-VELIN 1

p.112

ANNEXE 5 : RESULTATS VAULX-EN-VELIN 2

p.114

ANNEXE 6 : RESULTATS SAINTE-FOY

INTRODUCTION

de gigantesque développement urbain, amorcé au début de l'ère industrielle en Europe semble toucher à sa fin.

d'urbanisation fait bientôt partie de notre passé ; une nouvelle ère s'annonce : celle de l'urbanité.

la problématique est devenue autre.

Il ne s'agit plus de parer aux inconvénients, les plus immédiats résultant d'une croissance monstrueuse, incontrôlable, irréversible de la ville. Désormais, la mutation accomplie laisse place à une réflexion sur la ville, pour une ville du mieux-vivre.

Le problème de la gestion du patrimoine urbain se pose avec une acuité nouvelle, en particulier en ce qui concerne les infrastructures.

Notre legs - des milliers de kilomètres de réseaux divers, parmi lesquels les réseaux d'assainissement, écheveau inextricable qu'il faut débrouiller, dont il faut élucider le fonctionnement en prévisibilité - Intervention du discours scientifique, mathématique.

L'hydrologie urbaine est née.

Celle-ci, dans son essor, a donné naissance à une pléthore de modèles dits holistiques qui prennent en compte globalement les phénomènes multiples auxquels est soumise l'eau de pluie entre le moment où elle tombe à la surface d'un bassin versant et celui où elle s'écoule à l'exutoire du réseau qui draine ce bassin. Une prise en compte explicite de tous ces phénomènes (écoulement, évaporation, filtration, ruissellement) à partir des équations générales de la mécanique des fluides s'avérerait d'une complexité telle qu'elle aurait nécessité l'emploi des plus gros calculateurs, condition

rééquilibratoire non seulement du fait qu'une telle procédure nécessite un personnel hautement qualifié, mais encore du fait que la précision théorique des calculs n'est pas assortie d'une précision équivalente en ce qui concerne l'obtention des données et des conditions aux limites.

des modèles holistiques sont tous fondés sur la résolution d'un système de deux équations différentielles.

Une première équation indique une égalité de flux (paradigme hydraulique), la seconde définit la loi de stockage dans le bassin versant considéré. Suivant la fonction de stockage considérée on obtient divers modèles.

des modèles les plus utilisés, sont les modèles linéaires en particulier, le modèle de Muskingum qui fait intervenir dans la loi de stockage, deux paramètres K et α qui ne représentent pas des qualités phénoménales mais doivent s'interpréter en fonction du modèle qui les génère - K est homogène à un temps et s'interprète comme une valeur moyenne du temps de parcours des eaux (K est appelé le lag-time). α , quant à lui, est un coefficient qui mesure l'influence de l'entrée et de la sortie sur la valeur du stockage.

Ces modèles sont calés expérimentalement. Ils donnent des résultats fiables pour des réseaux très homogènes et de taille relativement réduite. On les a en particulier utilisés, pour prévoir le fonctionnement de petits bassins versants peu drainés (pas de phénomène d'écoulement) dans lesquels l'irrégularité des chemins empruntés par les eaux de ruissellement équivaut globalement à une homogénéité.

Mais un problème se pose pour les bassins versants drainés par un réseau de canalisations - les modèles se révèlent insuffisants -

En particulier, il semble qu'une telle insuffisance résulte de la non prise en compte explicite de la graphie du réseau.

On peut, en effet, démontrer simplement que le lag-time dépend de la manière dont s'opèrent les ramifications, de leur nombre, de leur importance, de leur agencement... Notions difficiles d'erner qui ressortissent à ce qu'on nomme de manière synthétique, la structure du réseau.

des approches classiques ne nous en permettraient aucune caractérisation simple.

Or, il se trouve qu'un mathématicien (Benoît Mandelbrot) a conçu une théorie qui permet (sous certaines hypothèses que nous examinerons par la suite) de caractériser un objet structurellement complexe ou irrégulier à l'aide d'un paramètre qu'il nomme : la dimension fractale de l'objet.

Un tel concept, s'il pouvait être transposé à notre domaine d'étude (les réseaux d'assainissement) pourrait ouvrir de nouvelles perspectives de recherche, en particulier pour l'amélioration (la généralisation) des modèles hydrologiques actuellement disponibles.

C'est précisément l'objet de ce mémoire que d'examiner la possibilité d'une telle transposition.

La question s'énonce donc ainsi :

Peut-on déterminer la (une) dimension fractale d'un réseau d'assainissement ?

LA THEORIE FRACTALE

Confronté à la diversité toujours renouvelée du paraître, le scientifique s'attache à déceler une constance - constance qui ne se situe pas au-delà du paraître mais plutôt immanente à lui, elle comprend sa multiplicité en unité organique.

Science est... phénoménologie - Description du phénomène en langue mathématique qui fonde la légitimité de son discours sur la capacité qu'elle offre de prévoir l'évolution, de la simuler. Connaissant la valeur des paramètres et les conditions "aux limites" à l'instant initial, elle permet de déterminer la valeur ultérieure de ces mêmes paramètres par application des lois qui expriment la logique transformationnelle de l'objet, en illusion numérique.

Il a donc fallu au préalable traduire la quiddité de l'objet en quantités. Tel est le rôle de la mesure.

Mesure de la température, mesure de la concentration ionique, ... Parmi les diverses mesures, la mesure dimensionnelle est sans doute celle qui se propose le plus immédiatement à notre investigation.

des Grecs déjà, procédant au mesurage de la terre (objet par excellence) élaborèrent la géométrie.

Celle-ci étudie des figures - ensemble de points exhibés à partir d'un substrat qu'on nomme espace.

En géométrie élémentaire on en définit trois possibles :

Un substrat, qu'on pourrait dire unité, c'est la droite.

Un second substrat défini à partir de la donnée de deux droites (axes) c'est le plan. Un troisième substrat défini à partir de la donnée de trois droites concourantes (3 axes) c'est l'espace euclidien.

Pour rendre compte de cette construction, on utilise le concept de dimension.

Une droite est un espace de dimension un, un plan a la dimension deux, un volume la dimension trois. De point, quant à lui, n'a pas de substrat, il est de dimension zéro.

On remarque qu'un espace de dimension n contient une infinité d'espaces de dimension p inférieure à n et a contrario, il est impossible de placer un espace de dimension n dans un espace de dimension p inférieure à n .

Cette hiérarchie dimensionnelle introduit une typologie des espaces, quant à leur contenu.

Le contenu d'une droite est un contenu linéique. Sa mesure s'appelle la longueur. L'unité de référence est un intervalle de droite arbitrairement choisi. Le mètre.

Le contenu d'un plan est un contenu surfacique. Sa mesure s'appelle l'aire. L'unité de référence est une portion de plan arbitrairement choisie. Le mètre carré.

Le contenu d'un espace euclidien est un contenu volumique. Sa mesure s'appelle le volume. L'unité de référence est une portion de l'espace euclidien arbitrairement choisie. Le mètre cube.

Or, dans la géométrie classique, cet inventaire est supposé exhaustif à partir duquel on peut rendre compte de la nature du contenu de n'importe quelle figure.

Toute figure s'étendant sur trois dimensions a un volume, sur deux dimensions, elle a une surface; sur une seule dimension, elle a une longueur.

Si on réfléchit sur la définition des termes longueur, surface, volume. Cette assertion sus-citée, suppose que quelle que soit l'irrégularité qu'elle offre, à l'échelle macroscopique, la figure

tendra, aux échelles microscopiques, à se résoudre en somme d'intervalles, de carrés ou de cubes suivant les cas.

d'homogénéité formelle devient parfaite au voisinage de n'importe quel point de la figure - Traduction mathématique les égalités:

$L = \int_L dL$; $S = \int_S dS$; $V = \int_V dV$ où dL est un segment infinitésimal, dS un carré infinitésimal, dV un cube infinitésimal.

La description des objets matériels découle de la réflexion géométrique en considérant une homologie entre objets et figures.

Il est à noter, qu'un même objet peut être, tour à tour, défini par un contenu de nature différente (linéique, surfacique, volumique) Tout est affaire de degré de résolution.

A cet égard, l'exemple d'une pelote de laine de dix centimètres de diamètre faite de fil de un millimètre (B. Mandelbrot) est particulièrement suggestif.

En effet, suivant l'échelle utilisée pour l'observer, on pourra la caractériser comme un point, une sphère, un ensemble de lignes ou même un ensemble de points.

Cependant, telle subsumption permet de mesurer "un" contenu de la pelote de manière stable et avec une précision adéquate sur des domaines d'observation assez larges.

D'une manière plus générale, la géométrie classique, s'est avérée un outil remarquablement efficace à partir duquel nombre de notions essentielles en physique (notamment en mécanique) prennent signification (masse volumique, déformation, pression...)

Pourtant, il existe des cas où elle est mise en défaut.

Un cas très connu, se résume dans la question suivante, presque naïve : COMBIEN MESURE LA CÔTE DE BRETAGNE ?

On procède par approximations successives, en suivant, au plus près, les sinuosités de la côte, avec une règle de longueur variable (pas de mesure)

Pour un pas η_1 (décakilométrique), on obtient une certaine valeur $L(\eta_1)$

Prenons un pas η_2 , plus petit (kilométrique), on obtient une valeur $L(\eta_2) > L(\eta_1)$. Il a fallu tenir compte d'un certain nombre de promontoires, de baies... qui étaient invisibles, à l'échelle plus grande.

Pour un pas η_3 (métrique) la valeur obtenue est $L(\eta_3) > L(\eta_2)$

Or, on remarque, en itérant le procédé, que, quelle que soit l'échelle à laquelle on examine la côte, de nouvelles irrégularités apparaissent si bien que la suite des valeurs obtenues $L(\eta_1), L(\eta_2), \dots, L(\eta_n), \dots, L(d\eta)$ ne tend pas vers une valeur finie (que l'on caractériserait comme la longueur vraie de la côte de Bretagne $L = \int_L dL$) ; au contraire la longueur L est une fonction de η telle que la limite de $L(\eta)$ quand η tend vers zéro est infinie.

$$(L(\eta) \xrightarrow{\eta \downarrow 0} \infty)$$



Entre deux points A et B quelconques, situés à distance finie la "longueur vraie" de la côte est infinie.

Mais comment traduire que la mesure de la côte sur AC est la moitié de celle évaluée sur AB autrement qu'en énonçant que l'infini est égal à deux fois l'infini - trivialité dont

la vérité ne nous est d'aucune utilité puisque aussi bien l'infini est égal à n fois l'infini quel que soit n naturel.

Telle aporie suscita un regain d'intérêt pour certaines constructions bizarres d'abord reléguées en marge de la géométrie sérieuse parce que considérées comme le fruit de l'imagination morbide de quelques mathématiciens (Cantor...)

Ces figures sont qualifiées de fractales (on dit aussi un fractum)

Tels néologismes dérivent du latin *frangere* signifiant briser, *frangere* = casser, mettre en pièce et indiquent l'idée d'un ensemble composé, interrompu, irrégulier.

Comme dans le cas de la côte de Bretagne, la mesure M de telles figures, si elle est prise au sens classique, s'avère être un concept anthropocentrique à savoir la mesure M de l'objet est aussi fonction du sujet (S) qui intervient dans le choix du pas de mesure P , pas de mesure relativement à quoi se rapporte la mesure et cela quel que soit le domaine d'échelle considéré.

Traduction mathématique : M ne tend pas vers une limite finie quand P tend vers zéro.

des courbes de Von Koch ou de Peano ont une "longueur vraie" infinie entre deux points situés à distance finie (comme la côte de Bretagne) d'ensemble de Borel bien qu'il s'étende sur trois dimensions à un "volume vrai" nul mais sa "surface extérieure vraie" est infinie.

d'ensemble de Cantor bien qu'il soit constitué d'une infinité de segments à une "longueur vraie" nulle.

Or, si la mesure, telle qu'elle est définie classiquement, est un concept dégénéré, c'est parce qu'elle ne caractérise pas intrinsèquement le "contenu" de l'ensemble.

Telle assertion qui, au premier abord, semble procéder du truisme le plus vain, découlant de la réflexion, une perspective qui, en ce qu'elle porte le questionnement sur la compréhension du terme "contenu" nous permettra d'élucider "la monstruosité" de ces figures fractales.

Hausdorff, en particulier, entama des recherches fructueuses, sur certaines particularités des espaces métriques.

Supposons un espace métrique Ω de points ω . Pour simplifier, nous admettrons que Ω est un espace euclidien.

Soit une boule de centre ω et de rayon ρ

Dans un espace euclidien de dimension $d=1$, le contenu d'une boule de rayon ρ est deux ρ . Si la dimension euclidienne est $d=2$, le contenu se mesure $\pi\rho^2$; de même le contenu d'une boule de rayon ρ en dimension $d=3$ est $\frac{4}{3}\pi\rho^3$.

Soit un ensemble E , dont le support est borné ($E \subset \Omega$)

Mesurer le contenu de E , c'est calculer $\lim_{\rho \rightarrow 0} \inf_{E \subset \bigcup_{i=1}^N B(\omega_i, \rho)} \sum_{i=1}^N \rho^d$

Or, en étudiant le comportement de cette limite en fonction de d ($\liminf = \liminf(d)$), on démontra que, quel que soit l'ensemble E considéré il existe une valeur D ($0 \leq D \leq 3$) de d telle que:

pour $d < D$ $\liminf = \infty$

pour $d > D$ $\liminf = 0$

pour $d = D$ $\liminf$ a une valeur finie (non nulle).

On en conclut, que pour mesurer, de manière pertinente, le contenu d'un ensemble, il faut au préalable, évaluer sa "dimension de contenu" (le paramètre D), aussi appelé dimension de Hausdorff.

Désormais, s'explique, la dyshomogénéité irréductible des ensembles "fractaux", auxquels nous avons précédemment fait référence, comme insusceptibilité, par construction, d'être approximés (de manière non dégénérée) par des boules de contenu $\gamma(1)e^1$ ou $\gamma(2)e^2$ ou $\gamma(3)e^3$

Prenons le cas de la droite de Von Koch. (annexe 1)

Entre deux points situés, à distance finie :

- la "longueur vraie" de la courbe est infinie, se traduit mathématiquement par l'égalité $\lim_{e \downarrow 0} \inf_{e \leq e_i} \gamma(1) \leq e_i^1 = \infty$
- la "surface vraie" de la courbe est nulle, équivalent à l'égalité, $\lim_{e \downarrow 0} \inf_{e \leq e_i} \gamma(2) \leq e_i^2 = 0$
- Il existe $1 < D < 2$ tel que $\lim_{e \downarrow 0} \inf_{e \leq e_i} \gamma(D) \leq e_i^D$ ait une valeur finie non nulle M_i . D est la dimension de contenu de la droite de Von Koch, elle permet de définir une mesure intrinsèque (M_i) de cette courbe entre deux points A et B .

Il existe d'autres manières de déterminer la dimension d'un ensemble

En particulier, prenons le même ensemble que précédemment et fixons-nous un rayon e .

La méthode consiste à recouvrir E par des boules de rayon e (boule dont le contenu est supposé de "même nature" que celui de E) De tous les recouvrements de E au moyen de ces boules, celui qui exige le plus petit nombre de boules est intrinsèque à l'ensemble on le note $N(e)$.

On montre alors que, si $\lim_{e \downarrow 0} \inf_{e \leq e_i} \log N(e) / \log(1/e)$ existe elle est homogène à une dimension que l'on nomme dimension

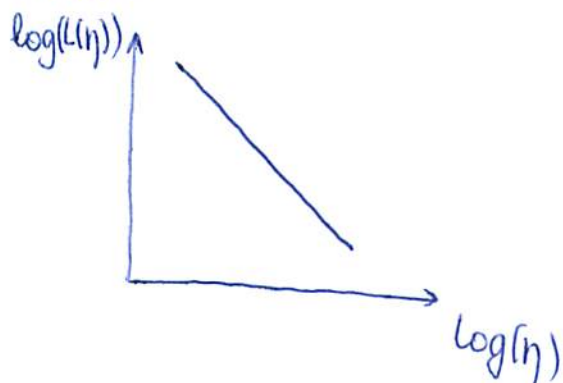
de recouvrement.

Dans le cas de la droite de Von Koch, la dimension de recouvrement et la dimension de contenu ont même valeur $D = \log 4 / \log 3$

C'est en procédant, de manière comparable, que Lewis Fry Richardson évalua (sans le dire explicitement) la dimension fractale de la côte de Bretagne.

Pour chaque pas de mesure η , il mesura la longueur $L(\eta)$

Tracant ensuite le graphe de $L(\eta)$ en utilisant des échelles logarithmiques sur les deux axes, il constata que cette courbe devient une droite.



La pente α de la droite s'écrit $\alpha = 1 - D$ où l'on montre que D est la dimension de recouvrement de la côte de Bretagne. La valeur numérique trouvée pour D est approximativement $1,3$.

Dimension de contenu et dimension de recouvrement sont regroupées sous le terme générique de dimension fractale de l'objet.

Toutes deux élucident la complexité des ensembles "essentiellement irréguliers". Mais leur optique est différente et complémentaire.

La première intervient, à un niveau plus théorique, et, s'adapte bien à caractériser des figures définies en compréhension - constructions géométriques comme la courbe de Von Koch... -

la deuxième s'annule davantage d'une approche expérimentale
elle est utilisée pour caractériser la complexité d'objets réels irréguliers, non pas tant par construction, mais plutôt par l'effet du hasard ou si l'on préfère de multiples agents indépendants les uns des autres - côte de Bretagne... -

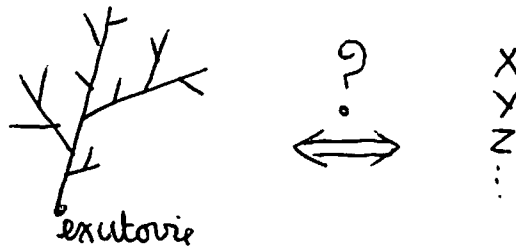
TRANSPOSITION AUX RESEAUX
D'ASSAINISSEMENT

SITUATION DU PROBLEME

la morphologie d'un réseau de drainage, c'est l'étude de la forme de ce réseau et la recherche de paramètres propres à cerner sa particularité.

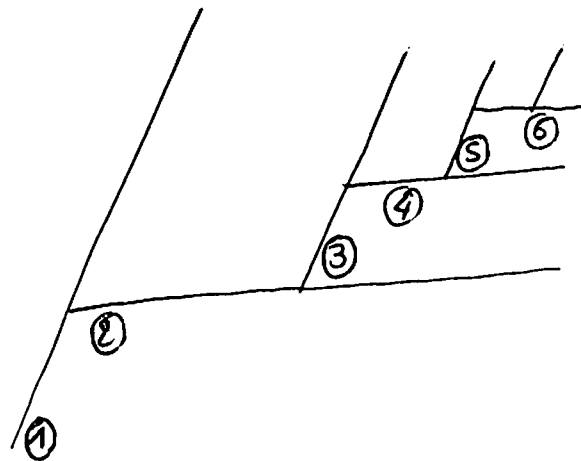
- Telle étude s'est avérée fort délicate tant la complexité de l'objet étudié, défie toute tentative de réduction significative
- Impossibilité de traduire numériquement, les informations transmises à la lecture du graphe d'un réseau même simplifié -

Schéma:



Or, un réseau de drainage même si on ne considère que la partie écoulement du drainage est extrêmement ramifié. des canalisations s'abouchant, les plus petites dans les plus grandes forment une hiérarchie dont le nombre de degrés est important.

Exemple:



hiérarchie à 6 degrés

Bocquillon, transposant la méthode décrite par B. Mandelbrot pour la mesure du contenu des objets fractaux, élabore une approche nouvelle de la complexité des réseaux ramifiés qui permettrait de définir un certain nombre de concepts nouveaux liés entre eux par des lois dont il reste à éprouver expérimentalement la validité.

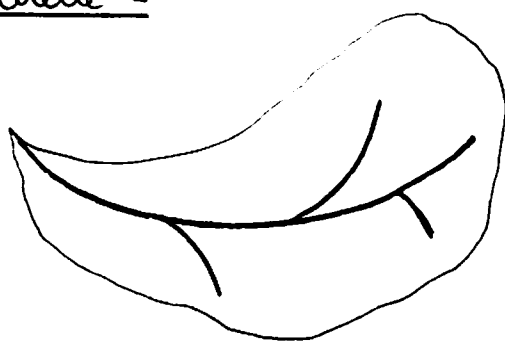
Sa démarche, homologue à celle de Richardson lorsqu'il mesure la côte de Bretagne, consiste à considérer le réseau d'abord de manière très simplifiée puis plus "l'échelle" est petite, plus le réseau considéré coïncide avec le réseau réel et donc plus les ramifications se font nombreuses. Pour donner au lecteur, une idée première de la perspective qui est ici tenue, on reproduit ce que Bocquillon en dit lui-même.

"Vu de satellite, le réseau est réduit à une bifurcation et deux extrémités; d'avion, certains éléments nouveaux, apparaissent et on peut distinguer quatre extrémités, de plus près encore, le système se ramifie et le nombre d'extrémités du réseau augmente"

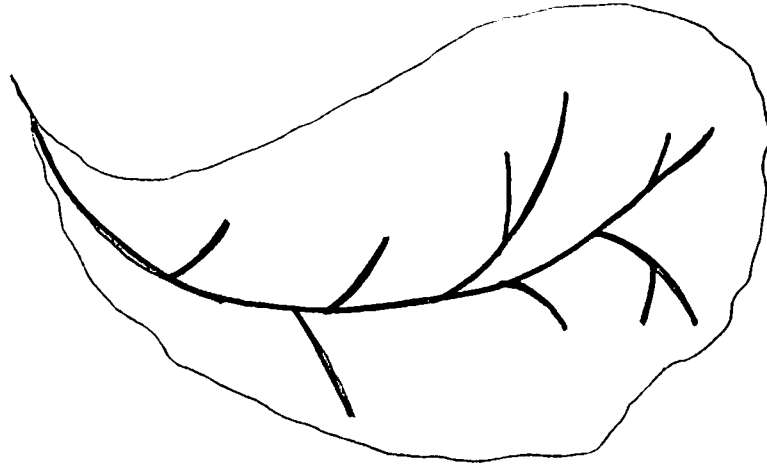
échelle 1



échelle 2



échelle 3



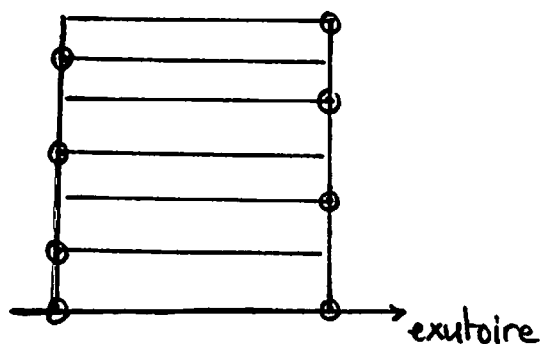
Pour préciser ces notions, notamment quant à la définition de ce qu'on veut mesurer et de la méthode de mise en œuvre pour le faire, il nous faut parler du "peigne de drainage", à partir duquel Bocquillon définit exactement la méthodologie employée, et aussi, les hypothèses qui en limitent la validité.

II

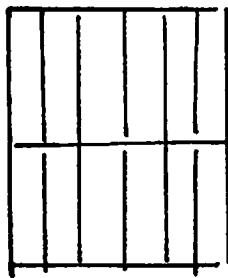
Réseau théorique : le peigne de Bocquillon.

"Un premier réseau est constitué d'éléments à branches imbriquées. Mais chaque branche est elle-même munie de dents qui s'imbriquent dans la branche voisine. Et ainsi de suite, jusqu'à l'infini. Il est évident que tout point est atteint et que cette courbe peut constituer une courbe de drainage"

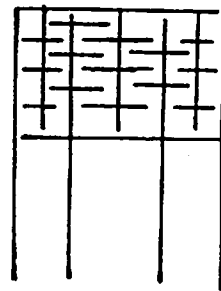
Schéma :



ordre 3



ordre 4



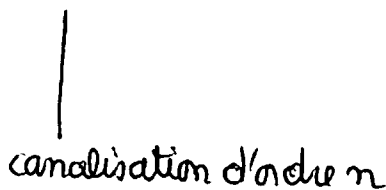
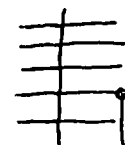
ordre 5

On définit :

Référence ou échelle de mesure : l'ordre auquel le réseau est observé .

l'ordre caractérise le degré de résolution utilisé pour observer l'objet-réseau . de passage de l'ordre n à l'ordre $n+1$ se fait en rajoutant aux canalisations les plus fines de l'état précédent (canalisations d'ordre n) des canalisations encore plus fines (canalisations d'ordre $n+1$)

Schema :

canalisation d'ordre n canalisation d'ordre $n+1$.

Objet de la mesure : le nombre de bifurcations vues (ou le nombre de chemins possibles pour les eaux)

Dans le cas considéré , la hiérarchie est simple à caractériser car les canalisations de même taille (débouchant la même surface) ont toutes le même ordre et réciproquement.

On obtient des canalisations d'ordre n sur lesquelles se branchent $\alpha(n, x)$ canalisations d'ordre $n+1$. (A priori, α dépend de l'ordre considéré et de la situation dans le réseau)

Or, par construction du peigne de Bocquillon, il apparaît que $\alpha(n, x) = \alpha$

Telle égalité traduit deux propriétés du réseau .

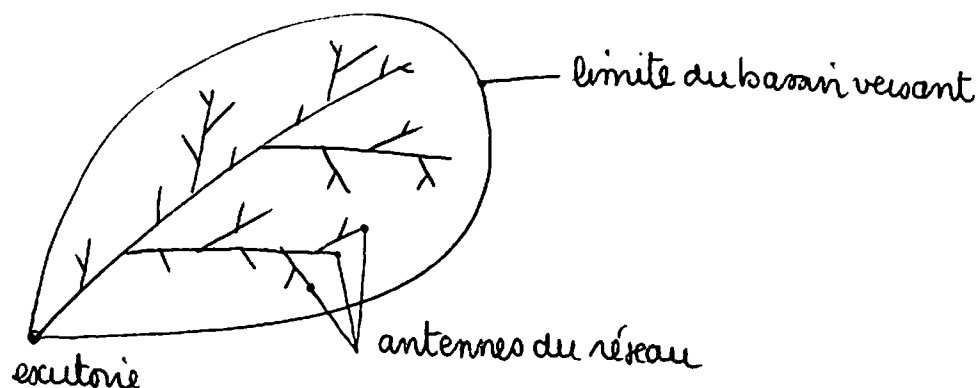
la première est la condition d'homothétie interne - l'objet vu s'accroît de manière constante en fonction de l'échelle à laquelle on le mesure - conf. à ce sujet, la construction de la courbe de Von Koch . -

la deuxième propriété est la condition d'homogénéité du réseau - il se constitue de la même manière en tout endroit du bassin versant -

III

Réseau réel

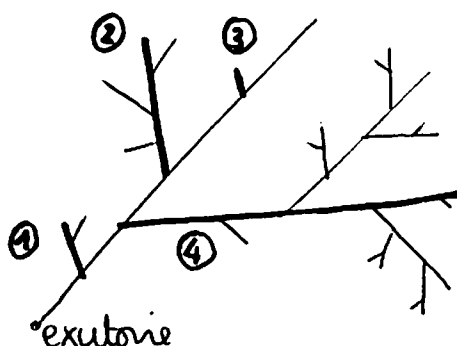
Schema :



Un "réseau réel" est beaucoup moins facile à élucider en son organisation que le réseau théorique proposé par Bocquillon.

En effet, la notion d'ordre d'une canalisation n'est plus pertinente à ce genre de réseau, puisque une canalisation de petite importance peut déboucher sur une canalisation très grosse. (les bifurcations apparaissent n'importe où)

Schema :



Dans la configuration schématisée, possible en réseau réel, les canalisations ①, ②, ③, ④ ont le même ordre.

Pour contourner la difficulté, tout en conservant une perspective méthodologique similaire, on considérera l'organisation du réseau, en rapport avec les surfaces drainées et c'est par leur intermédiaire que l'on définira l'échelle de référence.

DESCRIPTION DE LA
METHODE RETENUE

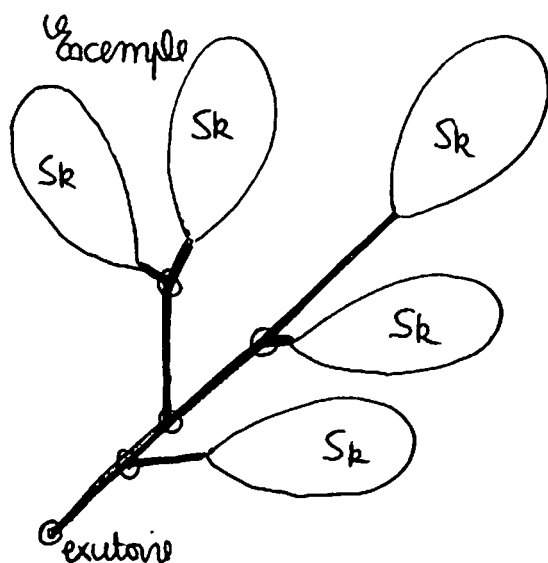
Le réseau est un ensemble de cheminées reliées par des condalisations. Par une cheminée donnée, passe l'eau drainée par cette cheminée et aussi l'eau drainée par toutes les cheminées situées en amont sur le réseau.

Soit S_0 la surface totale drainée du bassin versant.

La méthode proposée par Bocquillon, appliquée aux réseaux réels, consiste à considérer une suite S_k de surfaces constituant des sous-bassins versants ($S_k = \frac{S_0}{A^k}$ avec $A > 1$) et on ne prend en compte, pour le réseau observé à l'échelle S_k que les cheminées drainant, au total, une surface supérieure à S_k .

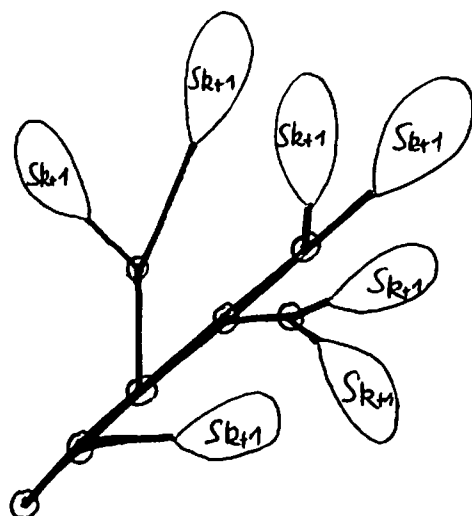
À chaque étape, le réseau considéré est un réseau tronqué, mais plus S_k est petit, plus la coïncidence est grande avec le réseau réel (comme on ne considère que le réseau d'écoulement, la coïncidence est totale si S_k est suffisamment petit).

À chaque étape, on caractérise le réseau observé par le nombre de chemins qu'il offre pour parvenir jusqu'à l'exutoire; ce qui équivaut aussi à compter le nombre de bifurcations du réseau (exutoire compris) ou le nombre d'antennes.



Réseau observé à S_k
5 bifurcations $\odot$

LE MODELE DE BOCQUILLON



Réseau observé à S_{k+1}
7 bifurcations $\odot$

On obtient ainsi, après menuage une courbe $n(S_0, S_k)$ représentant le nombre de bifurcations observé en fonction de la surface S_k choisie, S_0 étant la surface totale du bassin versant.

Or, en supputant un certain nombre d'hypothèses quant aux caractéristiques du réseau et à la forme de la relation $n(S_0, S_k)$ Bocquillon développe un modèle permettant de relier les longueurs de tracé aux surfaces drainées.

Paramètres caractéristiques

n : nombre d'extrémités d'un réseau tronqué

L : longueur totale d'un réseau tronqué.

Pour la simplicité de l'exposé on admettra que ces quantités qui sont fonctions de S_0 surface totale du bassin versant, et de S_k échelle choisie, ont des fonctions continues - ce qui est mieux réalisé si le bassin versant est plus étendu -

$$n = n(S_0, S_k)$$

$$L = L(S_0, S_k)$$

Bocquillon, suppose, d'autre part, que, comme le réseau théorique, le réseau réel satisfait aux deux conditions d'homogénéité et d'homothétie interne.

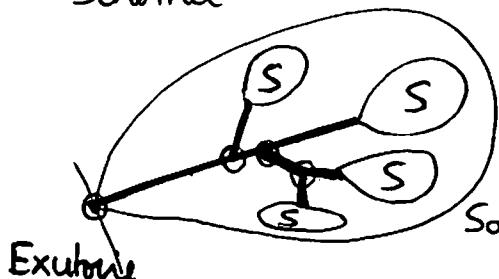
Ceci permet d'écrire les égalités suivantes:

$$\begin{cases} \frac{L}{\sqrt{S_0}} = \varphi\left(\frac{S}{S_0}\right) & (1) \begin{array}{l} S_0: \text{surface totale du BV} \\ S: \text{échelle choisie} \end{array} \\ n = \psi\left(\frac{S}{S_0}\right) & (2) \end{cases}$$

dans lesquelles:

- $L = L(S, S_0)$ représente la longueur totale du réseau tronqué à S
- $n = n(S, S_0)$ représente nombre de bifurcations observé sur le réseau tronqué à S

Schéma



Dans ce cas:

$$n(S, S_0) = 4$$

Passons de S à $S+dS$ ($dS < 0$)

- 1) Il y a augmentation de la longueur totale
- 2) Il y a augmentation du nombre de bifurcations

On a donc :

$$\alpha(S+dS, S_0) = \alpha(S, S_0) + n(S+dS, S_0) \alpha(S+dS, S) \quad (3)$$

Dans laquelle :

$\alpha(S+dS, S)$ représente l'augmentation de longueur due au passage de S à $S+dS$.

Schéma :



$n(S+dS, S_0)$ représente le nombre total de bifurcations vu pour le réseau tronqué à $S+dS$

$$n(S+dS, S_0) = n(S, S_0) + dn$$

On en déduit :

$$\alpha(S+dS, S_0) = \alpha(S, S_0) + n(S, S_0) \alpha(S+dS, S) + dn \alpha(S+dS, S)$$

On ne tient compte que des termes du premier ordre on en déduit donc que :

$$\alpha(S+dS; S_0) = \alpha(S, S_0) + n(S, S_0) \alpha(S+dS, S) \quad (4)$$

Or en supposant α continue et dérivable on obtient que :

$$\alpha(S+dS; S) = \alpha'(S, S) dS \quad (\text{quand } dS \downarrow 0)$$

Donc :

$$\frac{\alpha(S+dS; S_0) - \alpha(S, S_0)}{dS} = \alpha'(S, S) n(S, S_0) \quad (\text{qd } dS \downarrow 0)$$

Donc :

$$\alpha'(S, S_0) = \alpha'(S, S) n(S, S_0)$$

On a donc :

$$n(S, S_0) = \frac{\alpha'(S, S_0)}{\alpha'(S, S)} \quad (5)$$

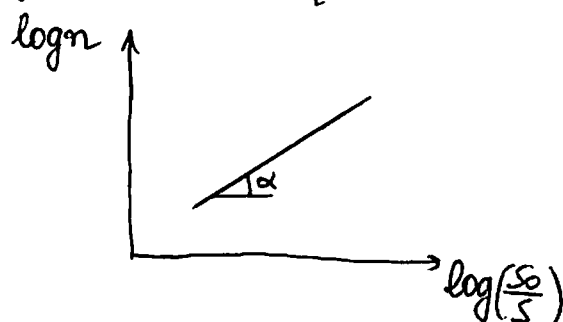
Or, on fait maintenant une hypothèse supplémentaire :

$$n(S, S_0) = \left(\frac{S_0}{S}\right)^\alpha \quad (6) \quad \alpha \text{ étant une constante caractéristique du réseau.}$$

Telle hypothèse si elle était vérifiée par l'expérience permet une caractérisation structurale du réseau.

En effet, la constante α est une mesure organisationnelle du réseau, plus particulièrement elle mesure "sa tendance au branchement"

Du point de vue formelle, on constate une analogie avec le paramètre α défini par Richardson lorsqu'il mesura la côte de Bretagne. En effet de même que pour L en fonction du pas η on obtient



α pente de la droite.

Peut-on pousser l'analogie plus loin encore en écrivant $\alpha = 1 + D$ où D serait la dimension fractale du réseau ?

Nous reparlons plus loin du problème.

Pour l'instant, si nous supposons la relation (6) vérifiée on obtient le système :

$$\begin{cases} n(S, S_0) = \left(\frac{S_0}{S}\right)^\alpha & (6) \\ d(S, S_0) = \sqrt{S_0} \varphi(S/S_0) & (1) \end{cases}$$

De là on tire

$$\frac{d\alpha(S, S_0)}{dS} = \alpha'(S, S_0) = \frac{\varphi'(S/S_0)}{\sqrt{S_0}} \quad (7)$$

En faisant $S_0 = S$ on obtient

$$\alpha'(S, S) = \frac{\varphi'(1)}{\sqrt{S_0}} \quad (8)$$

d'où en utilisant la relation (5)

$$n(S, S_0) = \frac{\varphi'(S/S_0)}{\sqrt{S_0}} \times \frac{\sqrt{S}}{\varphi'(1)}$$

$$n(S, S_0) = \frac{\varphi'(S/S_0)}{\varphi'(1)} \left(\frac{S}{S_0}\right)^{1/2}$$

d'où en utilisant la relation (5)

$$\left(\frac{S_0}{S}\right)^\alpha = \frac{\varphi'(S/S_0)}{\varphi'(1)} \left(\frac{S}{S_0}\right)^{1/2}$$

On en déduit :

$$\varphi'\left(\frac{S}{S_0}\right) = \varphi'(1) \left(\frac{S}{S_0}\right)^{-(\alpha+1/2)}$$

Intégrons cette égalité pour trouver φ .

$$\varphi\left(\frac{S}{S_0}\right) = \frac{\varphi'(1)}{1/2 - \alpha} \left(\frac{S}{S_0}\right)^{-\alpha+1/2} + k$$

avec comme condition aux limites

$$\varphi(S_0/S_0) = 0$$

d'où

$$\varphi(S/S_0) = \frac{\varphi'(1)}{1/2 - \alpha} \left[\left(\frac{S}{S_0}\right)^{1/2 - \alpha} - 1 \right]$$

On en déduit la relation :

$$\alpha(S, S_0) = \frac{\sqrt{S_0} \varphi'(1)}{(1/2 - \alpha)} \left[\left(\frac{S}{S_0}\right)^{1/2 - \alpha} - 1 \right] \quad (9)$$

Remarque à propos de cette relation (9).

- 1) quand S tend vers zéro, $\alpha(S, S_0)$ tend vers l'infini on en déduit que $1/2 - \alpha < 0$ d'où :

$$\alpha > 1/2 \quad (10)$$

- 2) ceci nous permet aussi toujours en étudiant (9) d'en déduire que $\varphi'(1) < 0$

- 3) quand α tend vers $1/2$, $\alpha(S, S_0)$ a toujours un sens et a pour limite $\alpha(S, S_0) = \sqrt{S_0} \varphi'(1) \log(S/S_0) \quad (11)$

on vérifie bien avec (11) que

$$\begin{cases} \alpha(S_0, S_0) = 0 \\ \lim_{S \downarrow 0} \alpha(S, S_0) = +\infty \end{cases}$$

Détermination de $\varphi'(1)$

Soit $G(S, S_0)$ le chemin le plus long allant d'une des surfaces (S) à l'exutoire de S_0

Quand S varie de dS , $G(S, S_0)$ varie de telle façon que :

$$G(S+dS, S_0) - G(S, S_0) = \alpha(S+dS, S)$$

D'où on tire que :

$$G'(S, S_0) = \alpha'(S, S) \quad (12)$$

D'où en remplaçant dans la relation (8)

$$G'(S, S_0) = \frac{\varphi'(1)}{\sqrt{S}} \quad (13)$$

Si on ne s'occupe que du réseau de drainage artificiel. Soit S_p la plus petite surface drainée pour laquelle le réseau est encore tronqué ($S_p \neq 0$)

De la relation (13) on tire :

$$\int_{S_f}^{S_0} G'(S, S_0) dS = \int_{S_f}^{S_0} \frac{\varphi'(1)}{\sqrt{S}} dS \quad (14)$$

De (14) on tire :

$$G(S_0; S_0) - G(S_f, S_0) = 2\varphi'(1) [S_0^{1/2} - S_f^{1/2}]$$

Or de même que $\alpha(S_0, S_0) = 0$, $G(S_0, S_0) = 0$

D'où

$$G(S_f, S_0) = -2\varphi'(1) [S_0^{1/2} - S_f^{1/2}]$$

$$\varphi'(1) = \frac{-G(S_f, S_0)}{2(S_0^{1/2} - S_f^{1/2})} \quad (15)$$

Dans le cas où S_f est très petit on peut approximer $\varphi'(1)$ par l'expression :

$$\varphi'(1) = \frac{-G(0, S_0)}{2\sqrt{S_0}} = \frac{-G(S_0)}{2\sqrt{S_0}} \quad (16)$$

$\varphi'(1)$ peut être entendu comme un coefficient de forme.

En remplaçant (16) dans (9) on obtient :

$$\alpha(S, S_0) = \frac{-G(S_0)}{2(1/2 - \alpha)} \left[\left(\frac{S}{S_0} \right)^{1/2 - \alpha} - 1 \right] \quad (17)$$

Domaine de variation de α .

1) On a démontré précédemment que $\alpha > 1/2$ (10)

2) Mais d'autre part, quelle que soit S l'inégalité suivante est vérifiée :

$$n(S, S_0) \cdot S \leq S_0 \quad (18)$$

On en déduit que :

$$\forall S \quad \left(\frac{S_0}{S}\right)^\alpha \leq \left(\frac{S_0}{S}\right)$$

Donc on tire que :

$$\alpha \leq 1 \quad (19)$$

Remarque :

α égale 1 est un cas très particulier, c'est le cas du réseau théorique de Bocquillon. Pour les réseaux réels on a toujours $\alpha < 1$

Conclusion

la validation expérimentale du modèle de Bocquillon s'effectue donc en deux temps :

a) en ce qui concerne les bifurcations on doit vérifier :

$$n(S, S_0) = \left(\frac{S_0}{S}\right)^\alpha \quad \text{avec } 1/2 < \alpha < 1$$

b) en ce qui concerne les longueurs des réseaux tronqués on doit vérifier :

$$\lambda(S, S_0) = A \left[\left(\frac{S}{S_0}\right)^\beta - 1 \right] \quad \text{avec}$$

$$\begin{cases} A = \frac{-G(S_0)}{2(1/2 - \alpha)} & \text{et } G(S_0) \text{ plus long parcours de l'eau en canalisation} \\ \beta = 1/2 - \alpha \end{cases}$$

ETUDE EXPERIMENTALE

Pour la rigueur de la démarche il nous a semblé important d'automatiser le procédé de troncation du réseau aux différentes échelles.

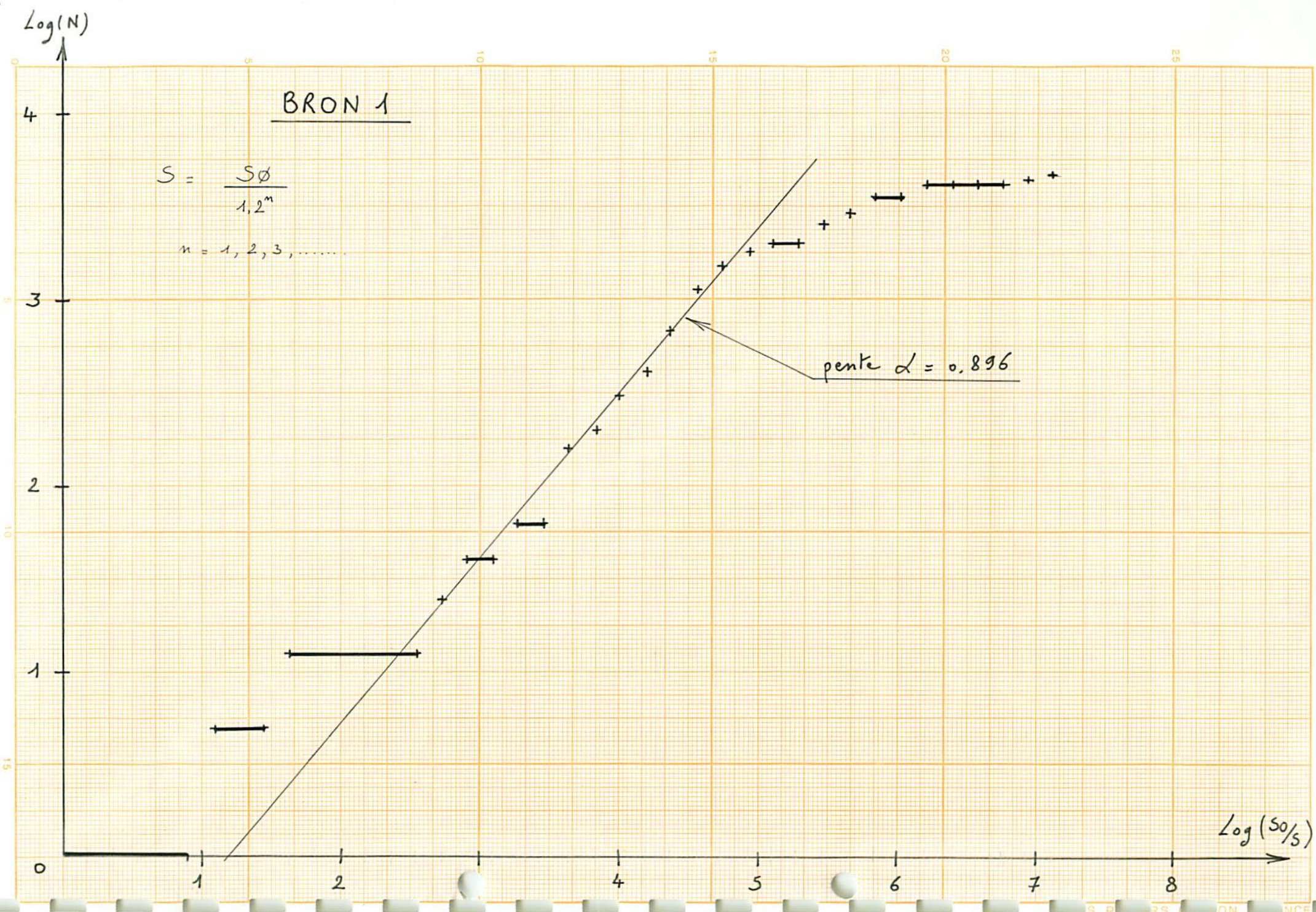
La méthode employée dans le projet de fin d'étude de juin 1982 (ref [5]) comportait une part d'arbitraire, en ce qu'ils considéraient une hiérarchie des canalisations.

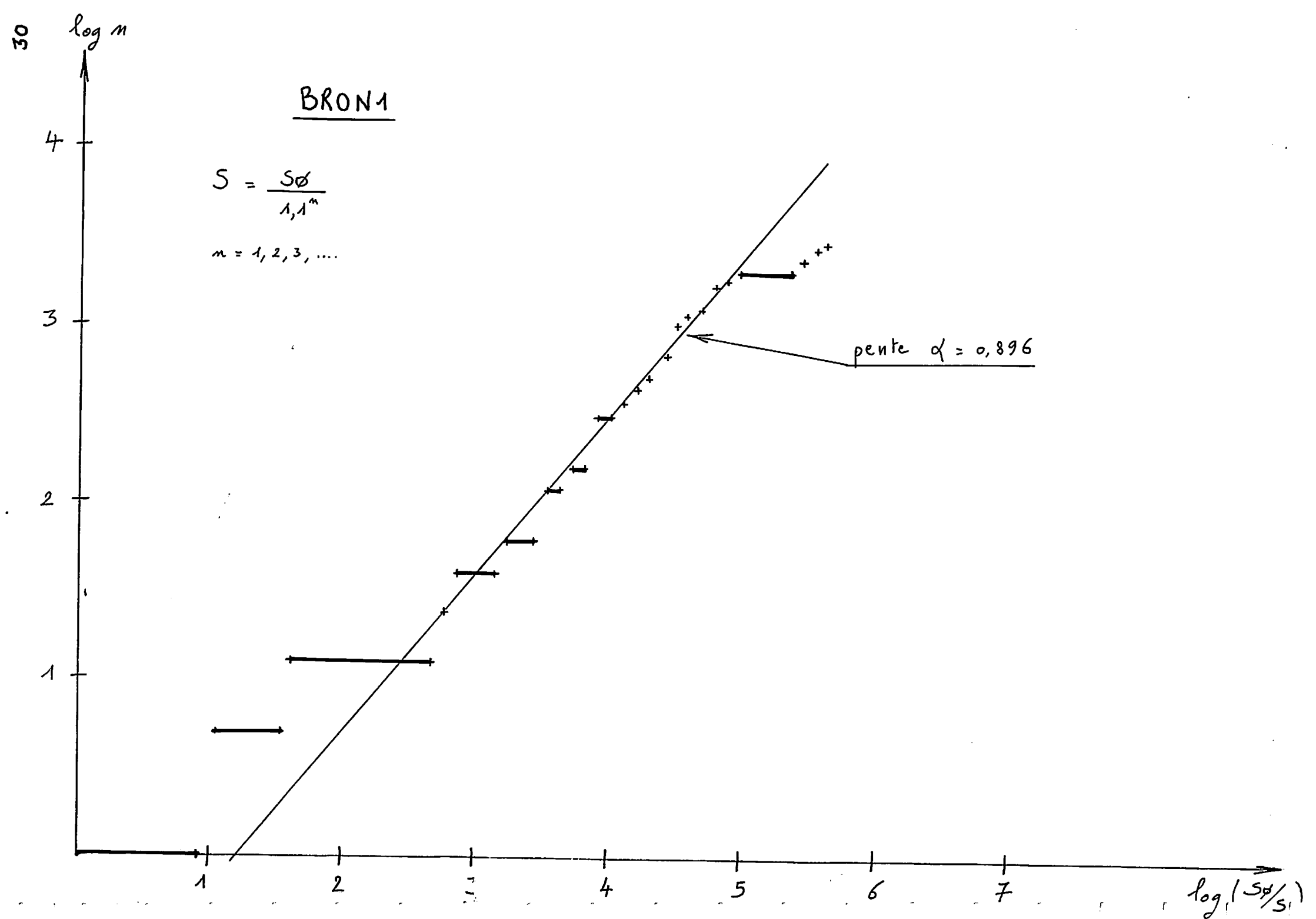
Un programme d'analyse des réseaux existants a donc été établi et évite ainsi l'intervention du sujet sur le résultat ou tout au moins cette intervention est toujours la même.

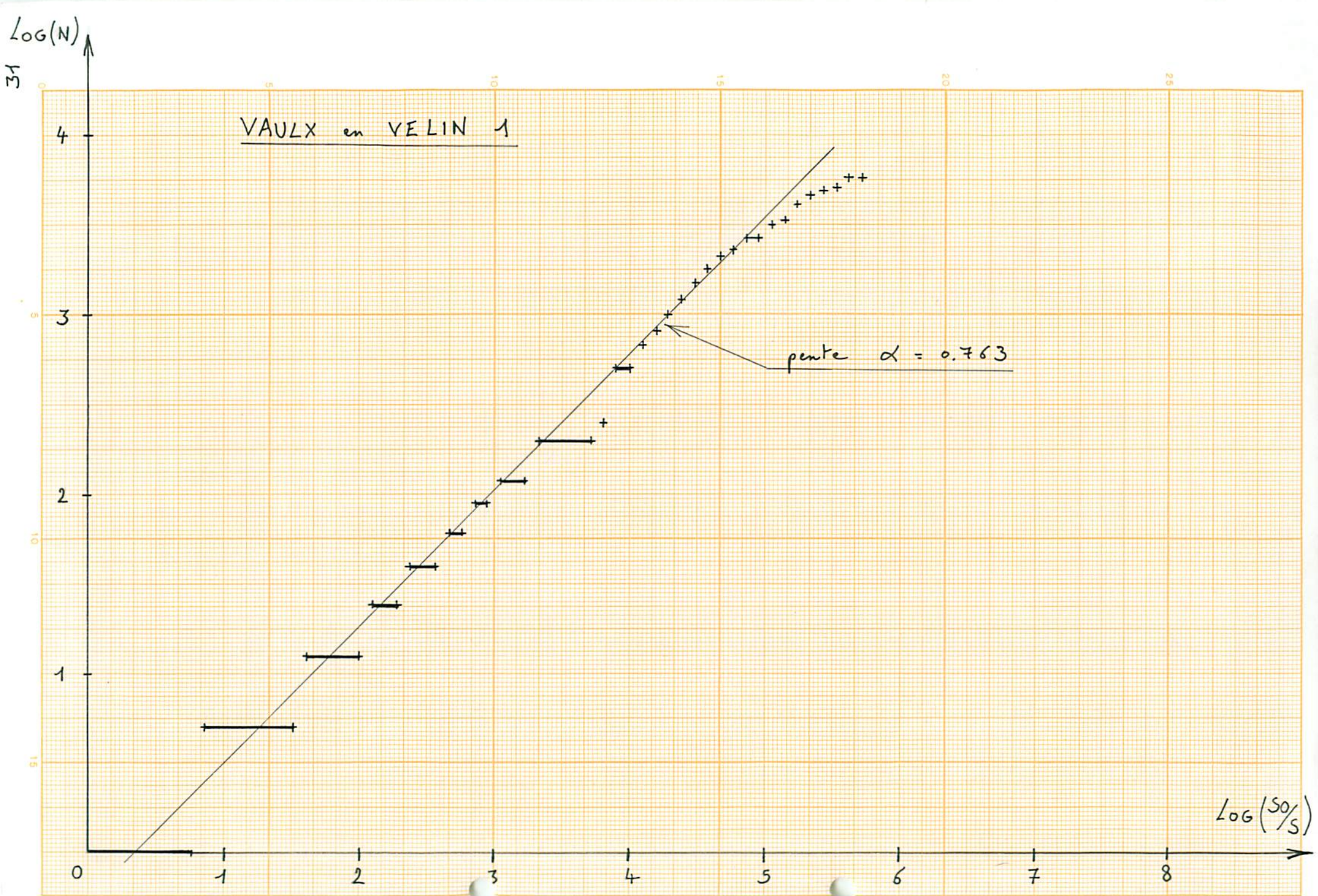
Ce programme est élaboré de manière à obtenir pour plusieurs surfaces de mesure, le nombre de bifurcations vues sur le réseau, ainsi qu'un certain nombre d'autres données servant à vérifier les différentes lois énoncées par Boquillon (plus long parcours de l'eau : G , longueur totale du réseau : TL , différents chemins pour arriver à l'exutoire).

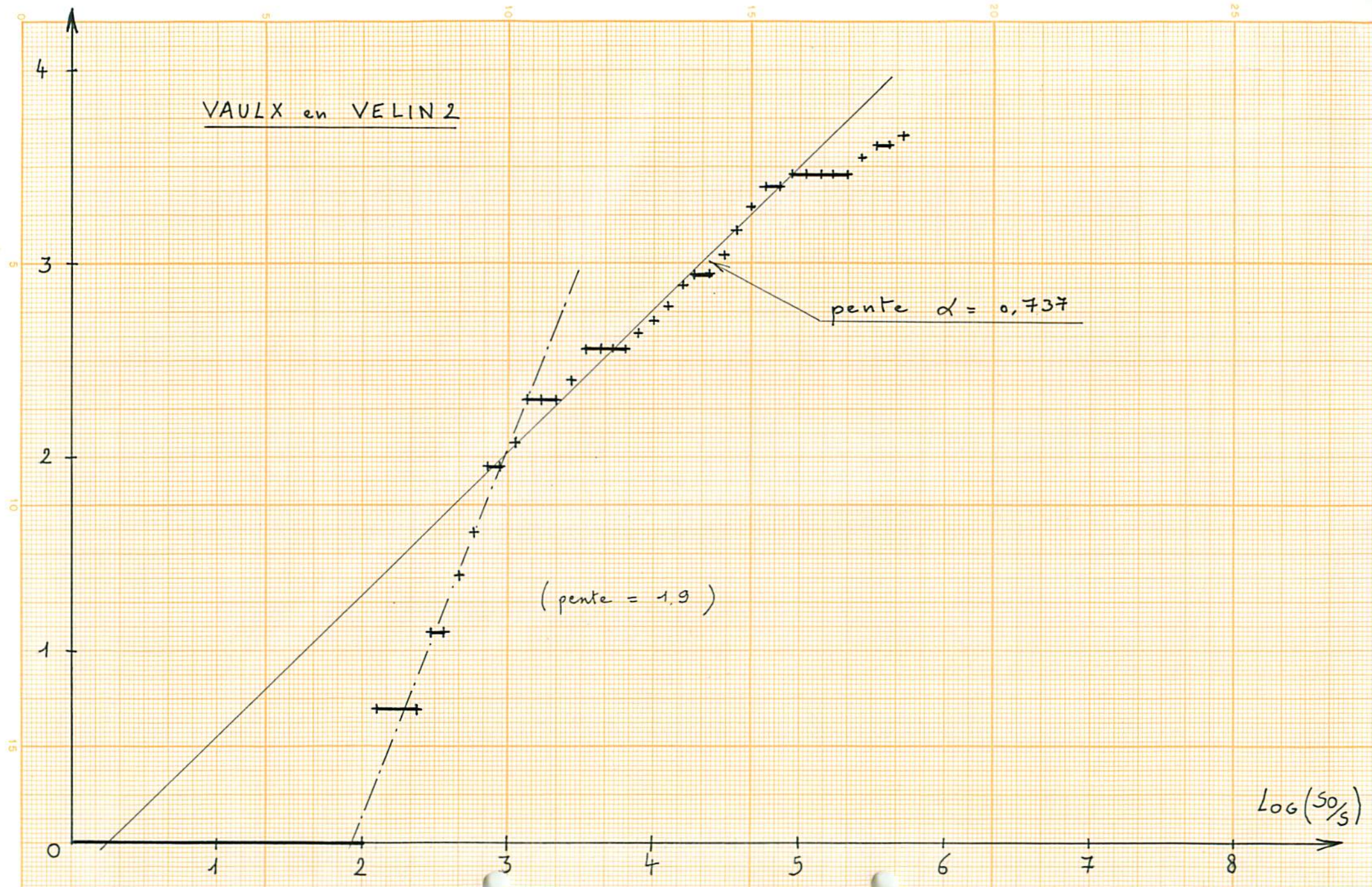
Le programme se déroule de la façon suivante :

- Recherche de toutes les cheminées - bifurcations du réseau (1^{ère} partie du programme).
- Détermination du nombre de bifurcations à une échelle S (2^{ème} partie).
- Détermination des cheminées extrêmes du réseau à l'échelle S (1^{ère} partie).
- Calcul des longueurs (G , TL) (3^{ème} partie).







$\log(N)$ VAULX en VELIN 2 $\log(50/3)$

33 $\log(N)$

SAINTE FOY

pente $\alpha = 0.819$

$\log(S_0/S)$

La pente α obtenue est toujours telle que $0,5 < \alpha < 1$ conformément à ce qui a été démontré précédemment.

On constate que l'on n'obtient pas des droites parfaites.

Les défauts vis à vis du modèle de Bocquillon sont principalement :

- un saut ou une forte pente en début de courbe (courbe Vaulx en Velin 2 : pente = 1,9).
- un problème à l'origine (la droite ne passe pas en zéro).
- une tendance en fin de courbe à l'horizontalité.
- la présence de paliers.

Nous allons examiner et tenter d'expliquer ces phénomènes sur des exemples de réseaux fictifs choisis volontairement simples ou réguliers.

EXPLICATIONS ET RETOUR
A LA THEORIE

Premier exemple de réseau (schéma page 37)

- Nous n'obtenons pour ce type de réseau que deux valeurs avec un saut entre les deux (valeur constante au départ et égale à zéro puis pour une certaine surface S , on aperçoit toutes les bifurcations en même temps). La longueur du palier en zéro provient de la différence entre la surface totale et la plus grande surface directement inférieure et telle qu'on aperçoive au moins une autre bifurcation.

Pour cet exemple : $(S\phi = 269) \simeq (n_1 \times S_1 = 231)$.

- On peut remarquer que l'on n'obtient que deux valeurs pour ce réseau fictif car on n'a répété l'opération d'homothétie qu'une seule fois. Il n'y a qu'un degré de branchement. On ne peut donc pas tracer la droite pour cause d'insuffisance de valeurs de mesures.

Ce réseau, tel qu'il est dessiné correspond à la première étape du procédé employé pour construire le peigne de Bocquillon. ($n_i \cdot S_i = S\phi$)

- Si on considère la courbe obtenue pour Vaulx en Velin 2, il apparaît que la pente initiale est supérieure à 1, ce qui d'après Bocquillon n'est pas possible, car en effet cela voudrait dire que

$$n \times S > S\phi.$$

Ceci nous amène à considérer le fait que les courbes ne passent pas par l'origine.

Il semble qu'il faudrait déplacer l'origine en prenant pour valeur théorique de $S\phi$ celle où la droite coupe l'axe des abscisses.

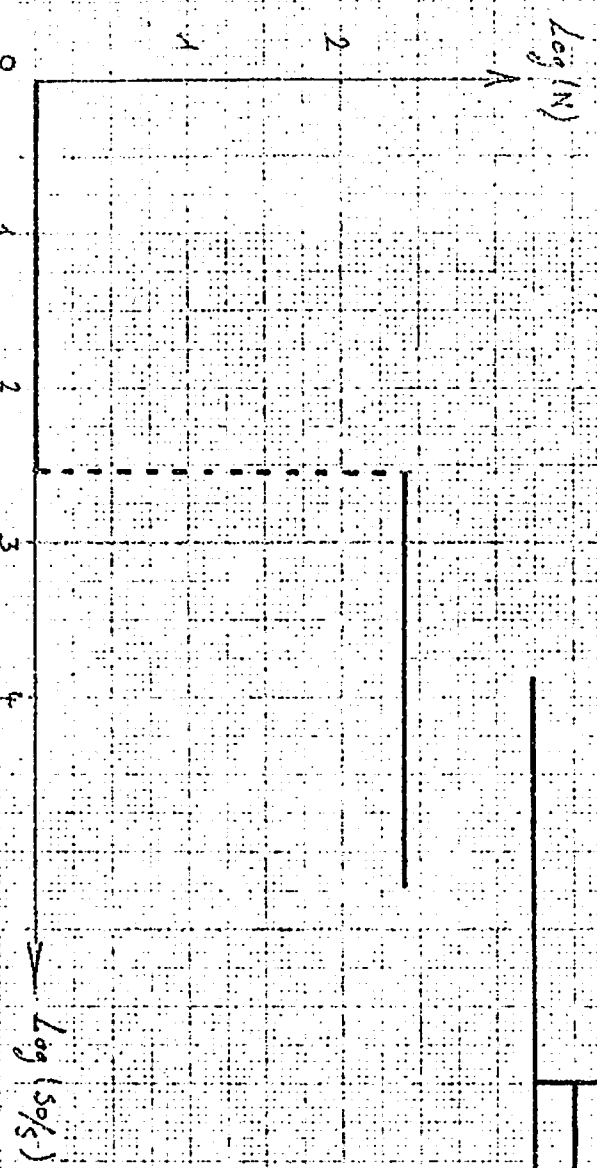
Ainsi pour Vaulx en Velin 2 on obtient $S\phi_{\text{théorique}} = 943\,276,08$

Pour la première droite (pente 1,9) on a $n \times S > S\phi_{\text{théorique}}$
par contre pour la deuxième droite $n \times S < S\phi$.

- Il apparaît, avec les résultats des quatre réseaux étudiés que cette surface fictive ($S\phi_{\text{théorique}}$) est d'autant plus proche de $S\phi$ que la pente α est faible.

50 = 269

exulore



N	S	log(N)	log(S)
50	269	1.699	2.428
10	10	1.000	1.000

échelle
de mesure

Deuxième exemple de réseau (schéma page 39)

- Les mesures sous différentes surfaces conduisent à une succession de paliers. La longueur du palier est fonction du rapport $\frac{S_i}{S_{i+1}}$ et l'écart (saut) est fonction du rapport $\frac{n_i}{n_{i+1}}$.

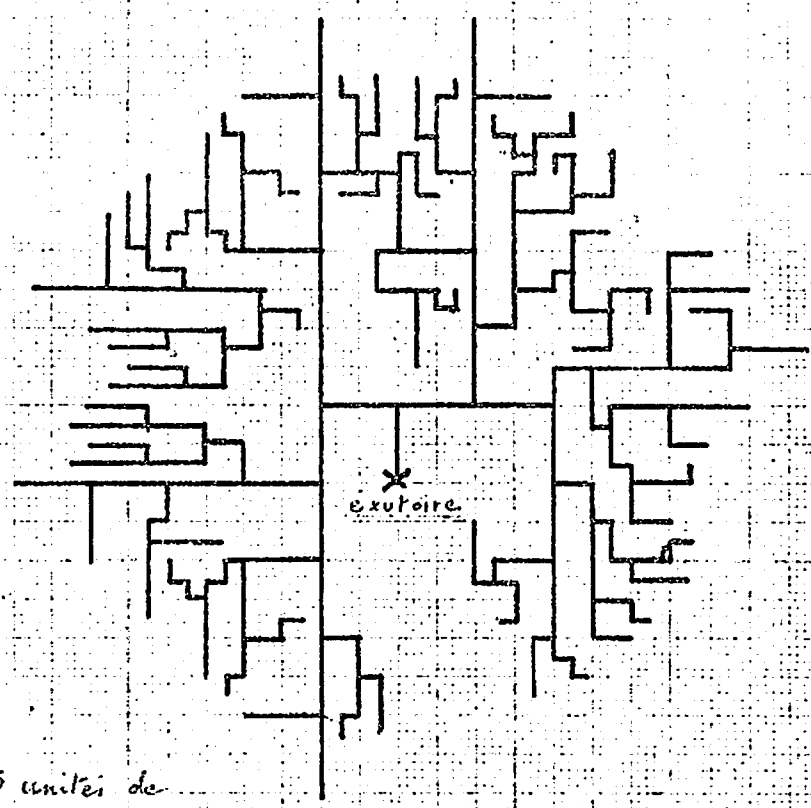
Notre méthode de mesure implique une discrétisation, il y a donc forcément des discontinuités sur les droites obtenues. Il faut tracer la droite moyenne comme si la fonction était continue.

- En cas d'homothétie interne parfaite, la longueur des paliers et les sauts sont constants. Ceci est vérifié sur notre exemple qui est construit de manière presque homothétique.

Dans ce cas de figure la pente α est supérieure à celle obtenue pour les réseaux existants. La tendance au branchement y est donc plus prononcée.

- A partir d'une certaine échelle le phénomène de ramification cesse ; donc on obtient une courbe horizontale.

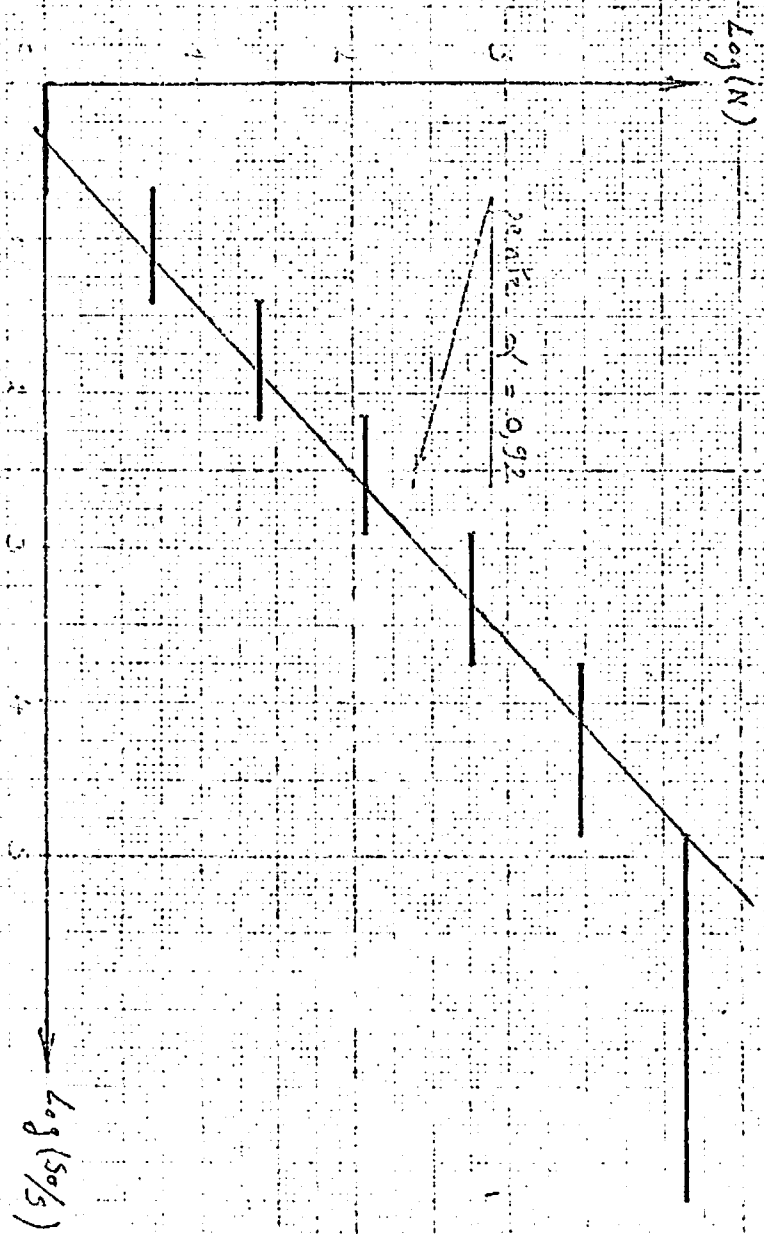
Dans les réseaux réels, on observe le même phénomène ; l'accroissement du nombre de bifurcations est moins important car au delà de ces valeurs de surface il faudrait prendre en compte d'autres éléments que les canalisations (ruissellement en surface).



$S_0 = 508$

échelle :

→ 5 unités de surface

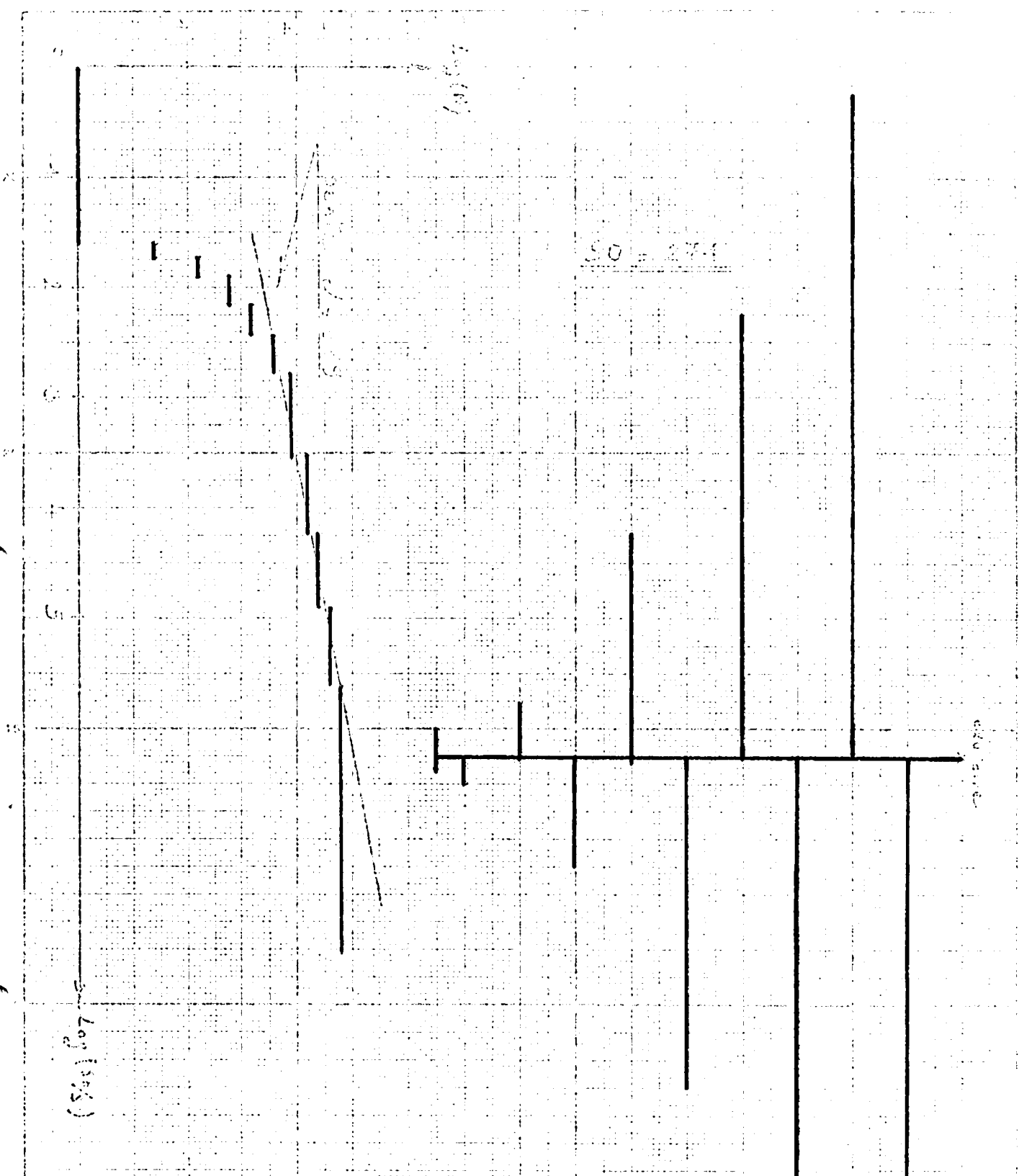


N	S	Log(N)	n = Log(S/S ₀)
64	508	6.41	0.5 < n < 0.6
32	473512	5.67	0.45 < n < 0.5
16	1245032	4.97	0.4 < n < 0.45
8	1545512	4.19	0.35 < n < 0.4
4	6000000	3.27	0.3 < n < 0.35
2	20000000	2.30	0.25 < n < 0.3
1	100000000	1.00	0.2 < n < 0.25

Troisième exemple de réseaux (schémas pages 41 à 43)

On constate sur notre exemple que la position des branchements n'a pas d'influence sur la valeur de α ; alors que, comme nous le verrons plus loin (page 61) leur emplacement détermine un mode de combinaison des temps de retard à partir duquel se définit la logique transformationnelle du réseau à l'événement plurimétrique.

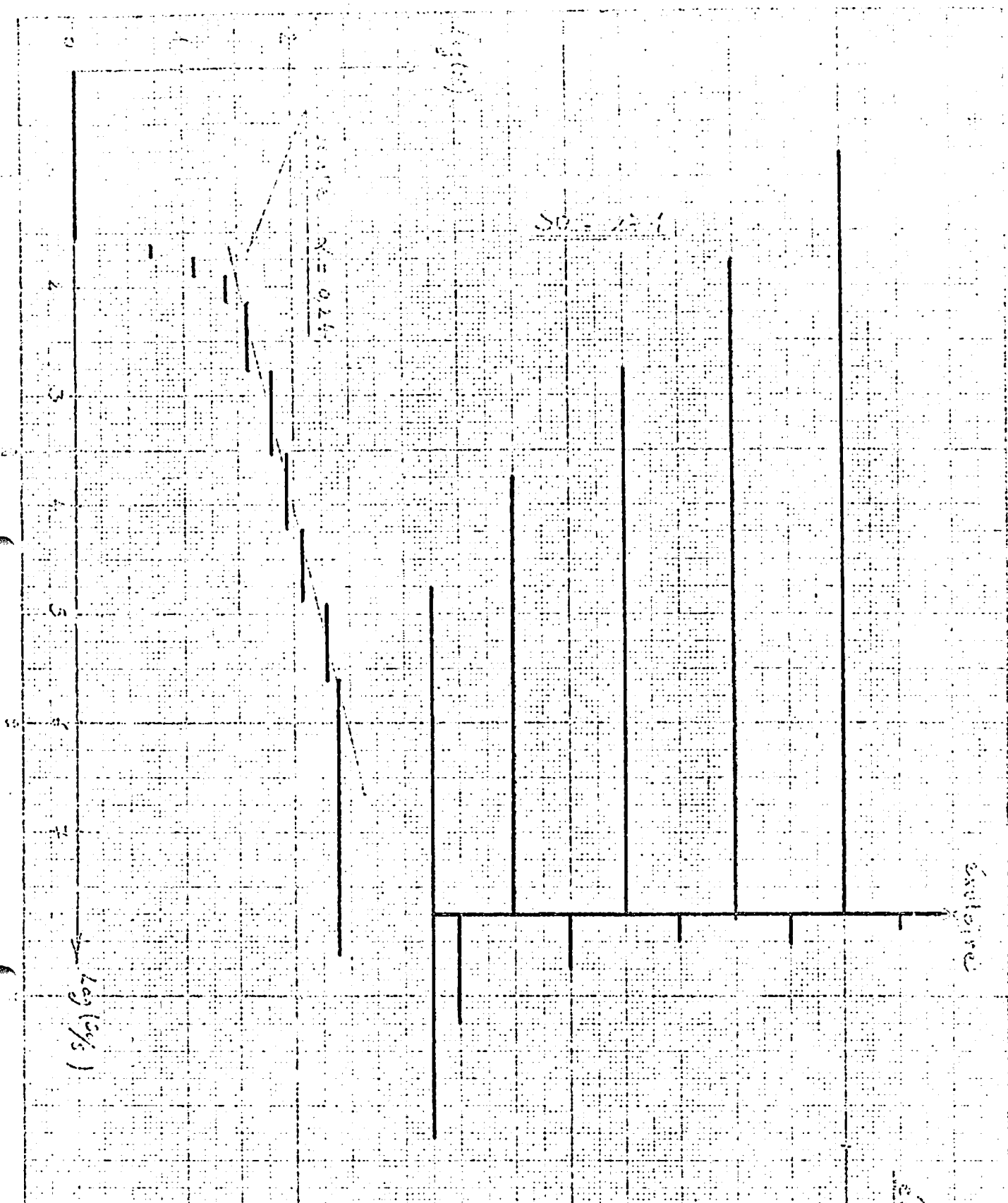
Remarque: Pour ce réseau, le coefficient α obtenu est inférieur à 0,5, ceci paraît être en contradiction avec la démonstration faite par Bocquillon conduisant à $\alpha > 0,5$. En fait, un tel réseau ne pourrait pas exister (branchements secondaires plus importants que le tronçon principal), mais l'intérêt d'imaginer ce réseau était les constatations faites sur l'emplacement des branchements.



H	S	log(N)	log(S)
1	3.5	2.5	2.7
2	4.5	3.5	3.5
3	5.5	4.5	4.5
4	6.5	5.5	5.5
5	7.5	6.5	6.5
6	8.5	7.5	7.5
7	9.5	8.5	8.5
8	10.5	9.5	9.5
9	11.5	10.5	10.5
10	12.5	11.5	11.5

Stelle

log(N) = 4.5



M	S	log (Sv/s)	log (Sv/s)
10	10000	4.0	4.0
20	20000	4.3	4.3
30	30000	4.5	4.5
40	40000	4.6	4.6
50	50000	4.7	4.7
60	60000	4.8	4.8
70	70000	4.9	4.9
80	80000	5.0	5.0
90	90000	5.1	5.1
100	100000	5.2	5.2

Scale: 5 units in surface



H	S	$\log(R)$	$n = \log(L/S)$
11	$5 \leq 1$	2.17	$5.0 > n \geq 5.5$
10	$4 \leq 5 \leq 2$	2.3	$4.9 \leq n < 5.1$
8	$2 \leq 5 \leq 4$	2.08	$4.21 \leq n < 4.5$
7	$4 \leq 5 \leq 6$	1.95	$3.91 \leq n < 4.20$
6	$8 \leq 5 \leq 16$	1.77	$3.87 \leq n < 4.27$
5	$16 \leq 5 \leq 32$	1.61	$3.71 \leq n < 4.63$
4	$32 \leq 5 \leq 64$	1.37	$3.47 \leq n < 4.91$
3	$64 \leq 5 \leq 128$	1.1	$3.14 \leq n < 5.15$
2	$128 \leq 5 \leq 256$	0.69	$2.73 \leq n < 5.14$
1	$256 \leq 5 \leq 512$	0	$0 \leq n < 4.74$

Schell
 5.0 units
 in
 average

Vérification de l'homothétie interne

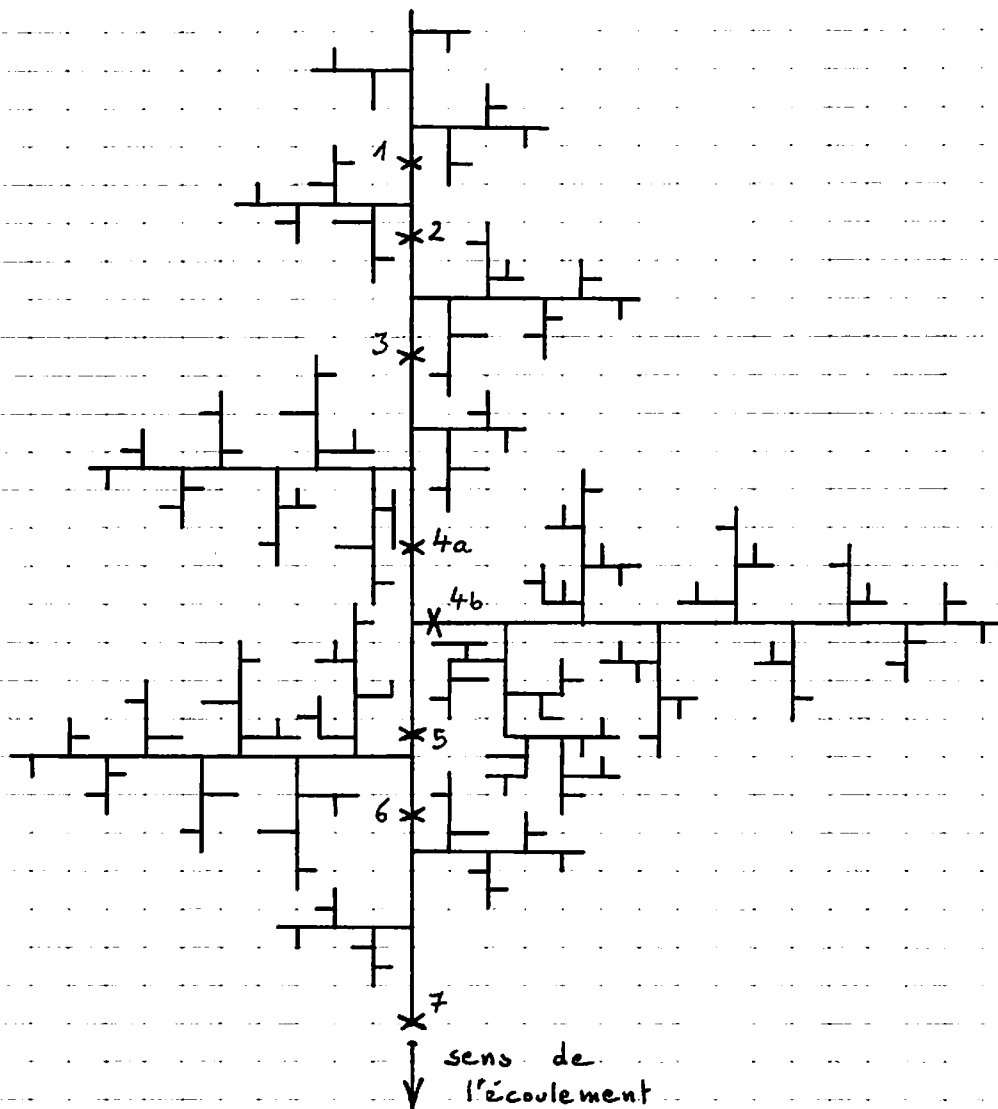
Les objets fractaux sont construits de telle façon que toute partie de l'objet correspond dans sa structure à l'objet entier. C'est la caractéristique d'homothétie interne.

On se propose d'examiner sur un exemple si une partie d'un réseau a la même tendance au branchement que le réseau entier.

Ainsi, on se fixe des points sur le réseau que l'on considère comme extrémités (notés "x" sur le schéma du réseau)

On étudie ensuite le réseau amont à chaque extrémité et l'on détermine sa tendance au branchement.

Schéma du réseau



échelle :  $\Rightarrow$ 5 unités de surface.

Exutoire N° 1

$$S_0 = 35$$

N	S	$\log(N)$	$y = \log(S_0/S)$
12	≤ 1	2.08	$y > 3.56$
6	$1 < S \leq 2$	1.78	$2.81 < y < 3.56$
5	$2 < S \leq 3$	1.61	$2.46 < y < 2.81$
4	$3 < S \leq 4$	1.39	$2.17 < y < 2.46$
3	$4 < S \leq 7$	1.10	$1.61 < y < 2.17$
2	$7 < S \leq 15$	0.69	$0.85 < y < 1.61$
1	$15 < S \leq 35$	0	$0 < y < 0.85$

 $\log(N)$

h

3

2

1

0

pente $\alpha = 0,6$
 $\log(S_0/S)$

Exutoire N° 2

$$S_0 = 74$$

N	S	$\log(N)$	$y = \log(S_0/S)$
22	≤ 1	3.09	$y > 4,3$
11	$1 < S \leq 2$	2.40	$3,61 < y < 4,3$
9	$2 < S \leq 3$	2.20	$3,24 < y < 3,61$
7	$3 < S \leq 4$	1.95	$2.92 < y < 3.24$
6	$4 < S \leq 5$	1.79	$2.68 < y < 2.92$
5	$5 < S \leq 7$	1.61	$2.36 < y < 2.68$
3	$7 < S \leq 15$	1.10	$1,6 < y < 2,36$
2	$15 < S \leq 35$	0.69	$0,75 < y < 1,6$
1	$35 < S \leq 74$	0	$0 < y < 0,75$

 $\log(N)$

4

3

2

1

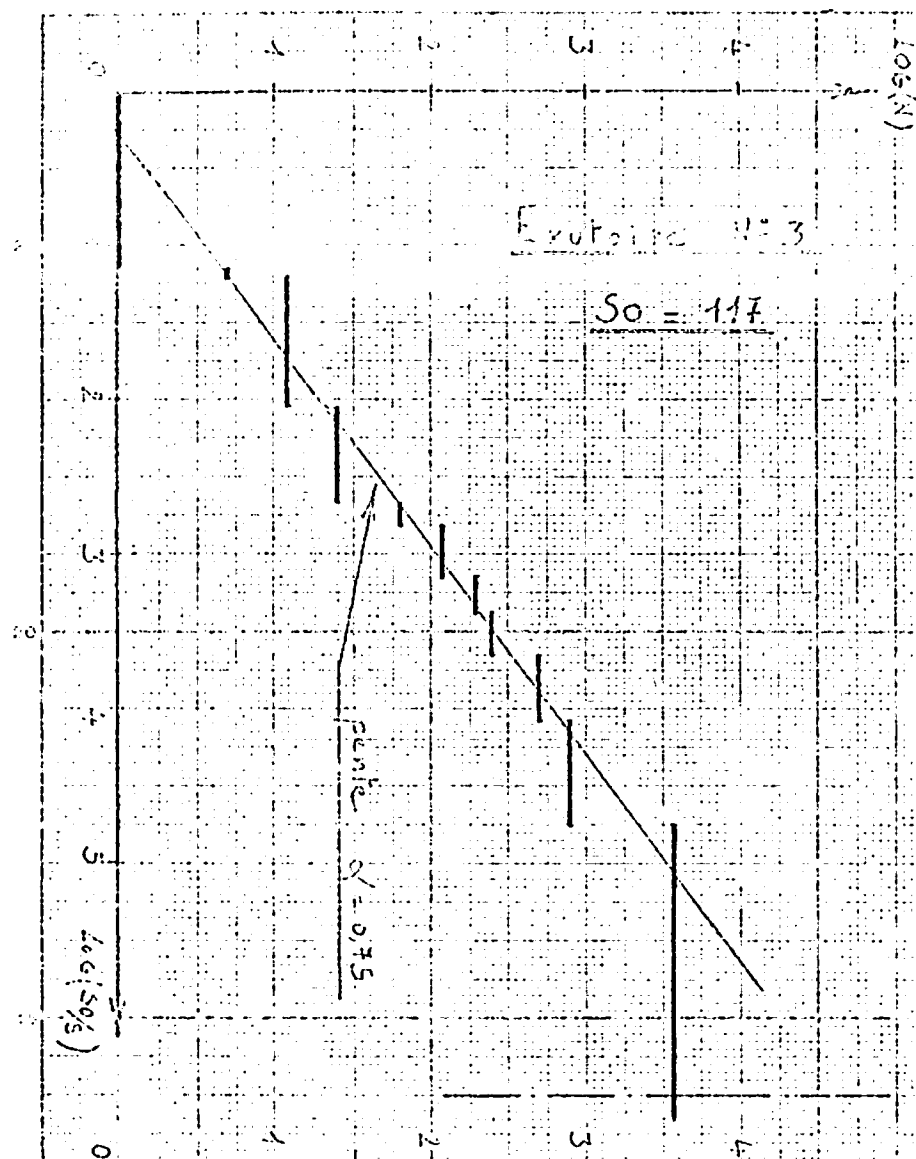
pente $\alpha = 0,69$

1

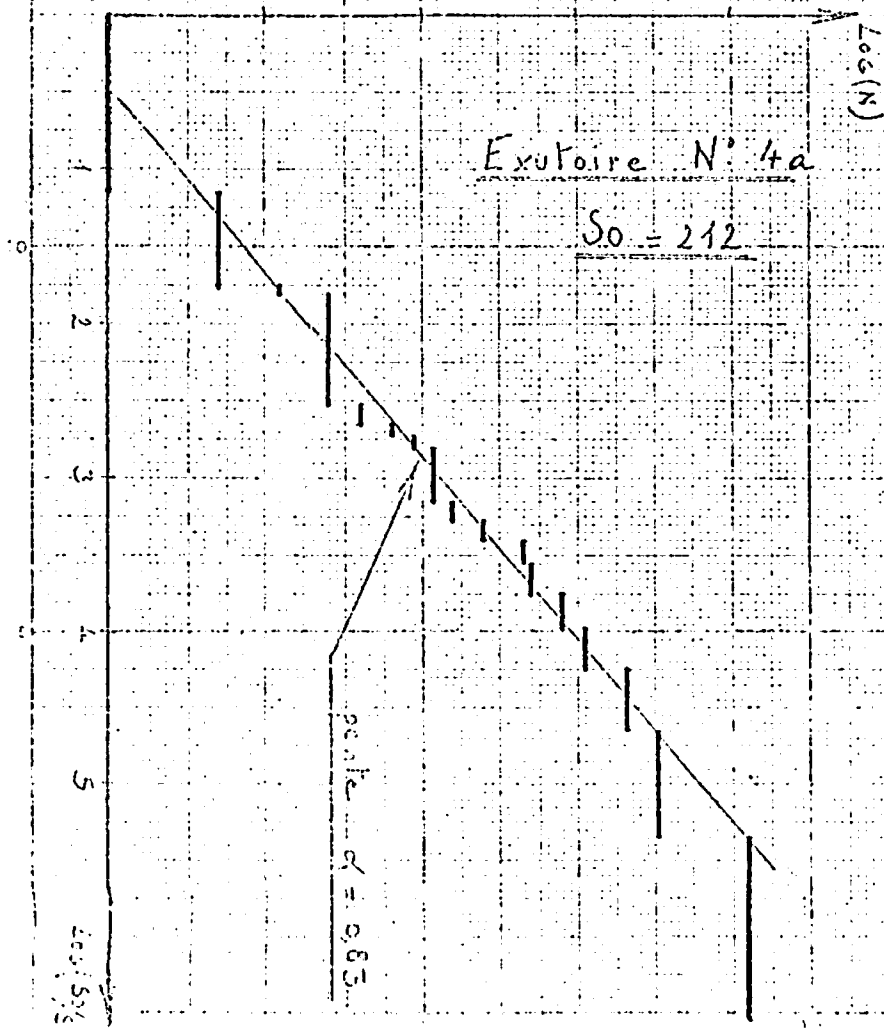
2

3

4



N	S	$\log(N)$	$y = \log(S_0/5)$
36	$5 \leq S$	3.58	$y > 4.75$
18	$1 < S \leq 2$	2.89	$4.07 < y < 4.76$
15	$2 < S \leq 3$	2.71	$3.66 < y < 4.67$
11	$3 < S \leq 4$	2.40	$3.38 < y < 3.66$
10	$4 < S \leq 5$	2.30	$3.15 < y < 3.38$
8	$5 < S \leq 7$	2.08	$2.82 < y < 3.15$
6	$7 < S \leq 8$	1.79	$2.68 < y < 2.83$
4	$8 < S \leq 15$	1.39	$2.05 < y < 2.68$
3	$15 < S \leq 39$	1.10	$1.21 < y < 2.05$
2	$39 < S \leq 37$	0.69	$1.15 < y < 1.21$
1	$37 < S \leq 117$	0	$0 < y < 1.15$



N	S	$\log(N)$	$y = \log(S_0/5)$
67	$S \leq 1$	4.10	$y > 5.36$
34	$1 < S \leq 2$	3.53	$4.66 < y < 5.36$
28	$2 < S \leq 3$	3.33	$4.26 < y < 4.66$
21	$3 < S \leq 4$	3.04	$3.93 < y < 4.26$
18	$4 < S \leq 5$	2.89	$3.75 < y < 3.93$
15	$5 < S \leq 6$	2.71	$3.56 < y < 3.75$
14	$6 < S \leq 7$	2.64	$3.44 < y < 3.56$
11	$7 < S \leq 8$	2.40	$3.28 < y < 3.44$
9	$8 < S \leq 9$	2.20	$3.16 < y < 3.28$
8	$9 < S \leq 13$	2.08	$2.79 < y < 3.16$
7	$13 < S \leq 14$	1.95	$2.72 < y < 2.79$
6	$14 < S \leq 15$	1.79	$2.55 < y < 2.72$
5	$15 < S \leq 17$	1.61	$2.52 < y < 2.55$
4	$17 < S \leq 39$	1.39	$1.87 < y < 2.52$
3	$39 < S \leq 37$	1.10	$1.75 < y < 1.87$
2	$37 < S \leq 212$	0.69	$1.14 < y < 1.75$
1	$212 < S \leq 212$	0	$0 < y < 1.14$

k	S_k	$1 - \log(S_k)$	$1 - \log(S_k/2)$
56	$3 < S \leq 4$	4.03	$y > 5.08$
27	$1 < S \leq 2$	3.36	$4.38 < y < 5.08$
24	$2 < S \leq 3$	3.18	$3.92 < y < 4.38$
17	$3 < S \leq 4$	2.88	$3.65 < y < 3.98$
15	$4 < S \leq 5$	2.74	$3.42 < y < 3.65$
11	$5 < S \leq 6$	2.40	$3.28 < y < 3.42$
10	$6 < S \leq 7$	2.30	$3.13 < y < 3.28$
9	$7 < S \leq 8$	2.20	$3.00 < y < 3.13$
7	$8 < S \leq 9$	1.95	$2.85 < y < 3.00$
6	$9 < S \leq 13$	1.85	$2.54 < y < 2.85$
5	$13 < S \leq 15$	1.61	$2.44 < y < 2.54$
4	$14 < S \leq 16$	1.39	$2.30 < y < 2.44$
3	$16 < S \leq 27$	1.10	$1.94 < y < 2.30$
2	$23 < S \leq 51$	0.68	$1.44 < y < 1.94$
1	$51 < S \leq 11$	0	$0 < y < 1.44$

Exemple N° 43

$$S_0 = 160$$

$\log(k)$

4

3

2

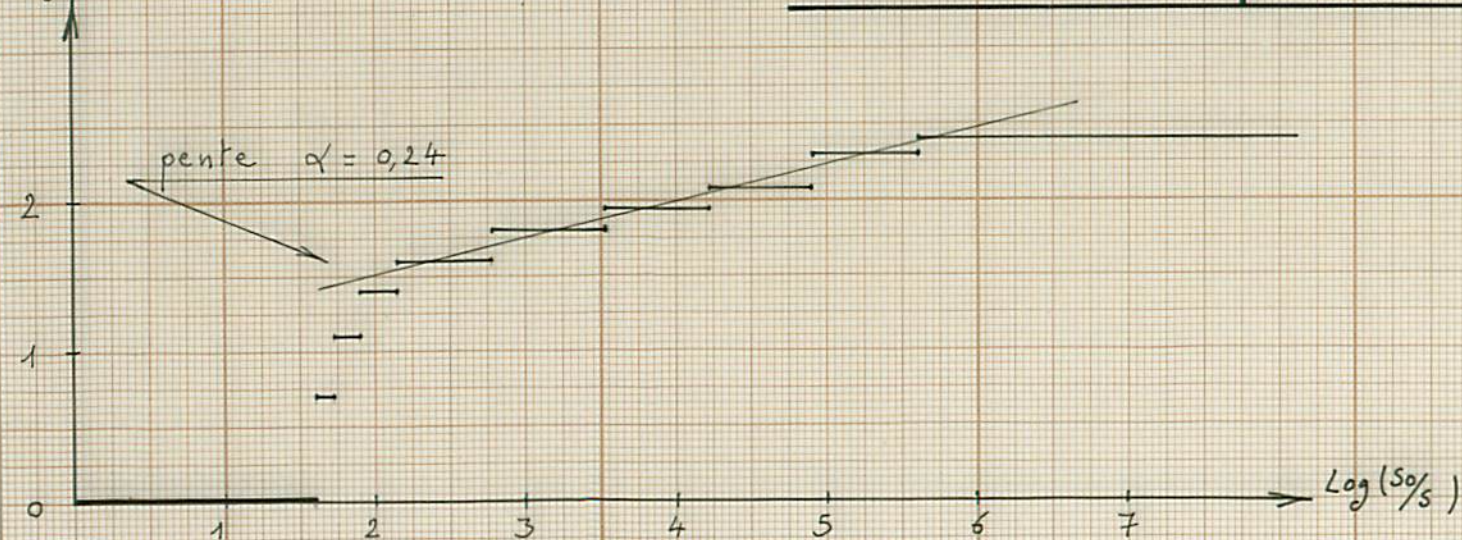
1

0

pende ≈ 0.96

$\log(S_k)$

$\log(N)$



$S_0 = 271$

exutoire

échelle :

→ 5 unités de surface

N	S	$\log(N)$	$x = \log(S_0/S)$
11	$S \leq 1$	2.4	$x > 5.6$
10	$1 < S \leq 2$	2.3	$4.9 < x \leq 5.6$
8	$2 < S \leq 4$	2.08	$4.22 < x \leq 4.9$
7	$4 < S \leq 8$	1.95	$3.52 < x \leq 4.22$
6	$8 < S \leq 16$	1.79	$2.83 < x \leq 3.52$
5	$16 < S \leq 32$	1.64	$2.14 < x \leq 2.83$
4	$32 < S \leq 64$	1.39	$1.91 < x \leq 2.14$
3	$64 < S \leq 128$	1.1	$1.73 < x \leq 1.91$
2	$128 < S \leq 256$	0.69	$1.58 < x \leq 1.73$
1	$256 < S \leq 511$	0	$0 < x \leq 1.58$

$\log(N)$

2

1

0

1

2

3

4

$\log(S_0/S)$

$$S_0 = 269$$

exutoire

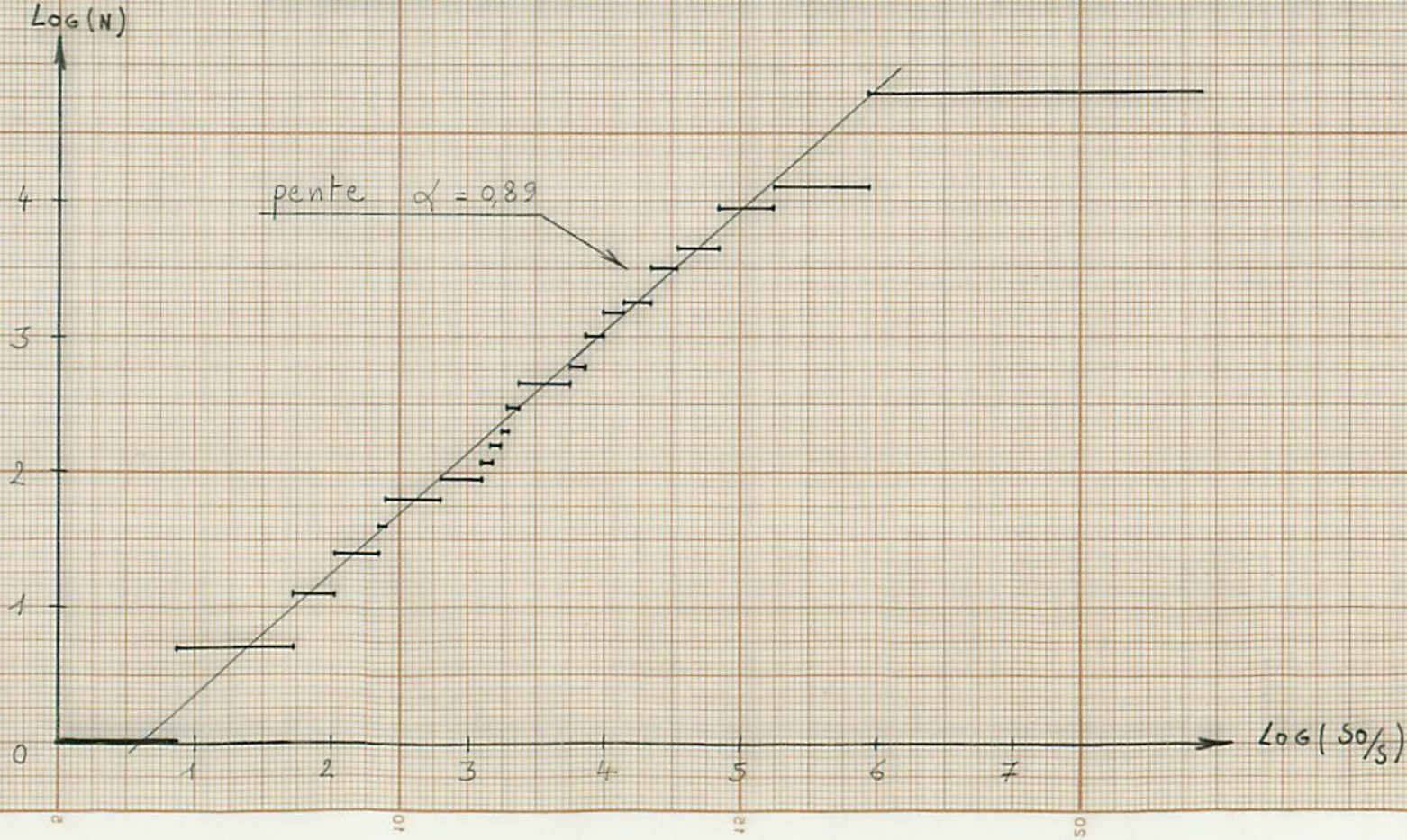
échelle :

$\Rightarrow$ 5 unités de surface

N	S	$\log(N)$	$x = \log(S_0/S)$
11	$S \leq 21$	2.4	$x > 2.55$
1	$21 < S \leq 269$	0	$0 < x \leq 2.55$

Exutoire N° 5

SO = 383

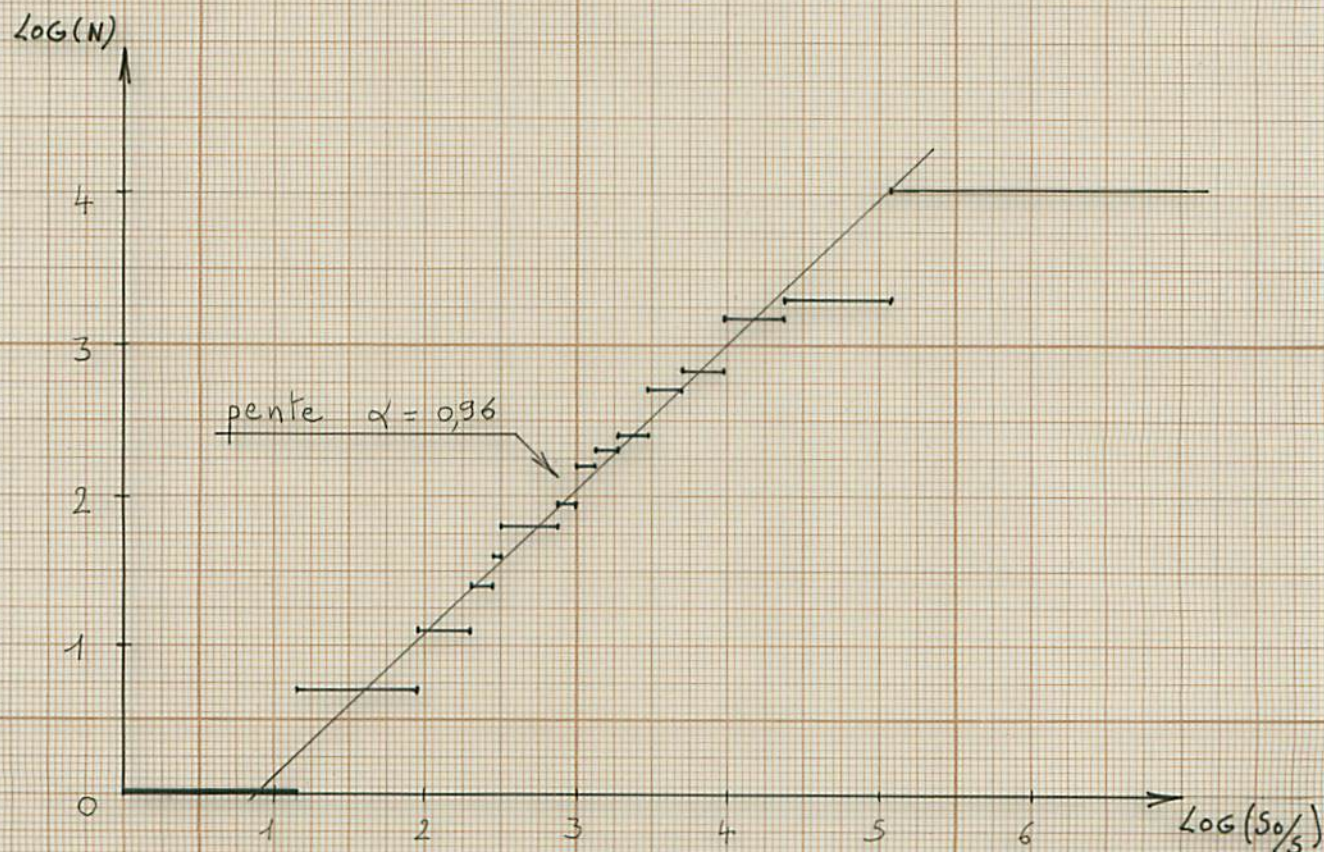


N	S	Log(N)	y = Log(SO/S)
123	5 ≤ 1	4.81	y > 5.95
61	1 < 5 ≤ 2	4.11	5.25 < y < 5.95
52	2 < 5 ≤ 3	3.95	4.85 < y < 5.25
38	3 < 5 ≤ 4	3.64	4.56 < y < 4.85
33	4 < 5 ≤ 5	3.50	4.34 < y < 4.56
26	5 < 5 ≤ 6	3.26	4.16 < y < 4.34
24	6 < 5 ≤ 7	3.18	4.00 < y < 4.16
20	7 < 5 ≤ 8	3.00	3.87 < y < 4.00
16	8 < 5 ≤ 9	2.77	3.75 < y < 3.87
14	9 < 5 ≤ 13	2.64	3.38 < y < 3.75
12	13 < 5 ≤ 14	2.48	3.31 < y < 3.38
10	14 < 5 ≤ 15	2.30	3.24 < y < 3.31
9	15 < 5 ≤ 16	2.20	3.18 < y < 3.24
8	16 < 5 ≤ 17	2.08	3.11 < y < 3.18
7	17 < 5 ≤ 25	1.95	2.81 < y < 3.11
6	23 < 5 ≤ 39	1.79	2.39 < y < 2.81
5	35 < 5 ≤ 37	1.61	2.34 < y < 2.39
4	37 < 5 ≤ 51	1.39	2.02 < y < 2.34
3	51 < 5 ≤ 68	1.10	1.73 < y < 2.02
2	68 < 5 ≤ 161	0.69	0.87 < y < 1.73
1	161 < 5 ≤ 383	0	0 < y < 0.87

N	S	Log(N)	y = Log(S ₀ /S)
56	S ≤ 1	4.03	y > 5.08
27	1 < S ≤ 2	3.30	4.38 < y ≤ 5.08
24	2 < S ≤ 3	3.18	3.98 < y < 4.38
17	3 < S ≤ 4	2.83	3.69 < y < 3.98
15	4 < S ≤ 5	2.71	3.47 < y < 3.69
11	5 < S ≤ 6	2.40	3.28 < y < 3.47
10	6 < S ≤ 7	2.30	3.13 < y < 3.28
9	7 < S ≤ 8	2.20	3.00 < y < 3.13
7	8 < S ≤ 9	1.95	2.86 < y < 3.00
6	9 < S ≤ 13	1.79	2.51 < y < 2.86
5	13 < S ≤ 14	1.61	2.44 < y < 2.51
4	14 < S ≤ 16	1.39	2.30 < y < 2.44
3	16 < S ≤ 23	1.10	1.94 < y < 2.30
2	23 < S ≤ 51	0.69	1.14 < y < 1.94
1	51 < S ≤ 160	0	0 < y < 1.14

Exutoire N° 4b

$$\underline{S_0 = 160}$$



$S_0 = 508$

exutoire

échelle:

1 $\Rightarrow$ 5 unités de surface

$\log(N)$

3

2

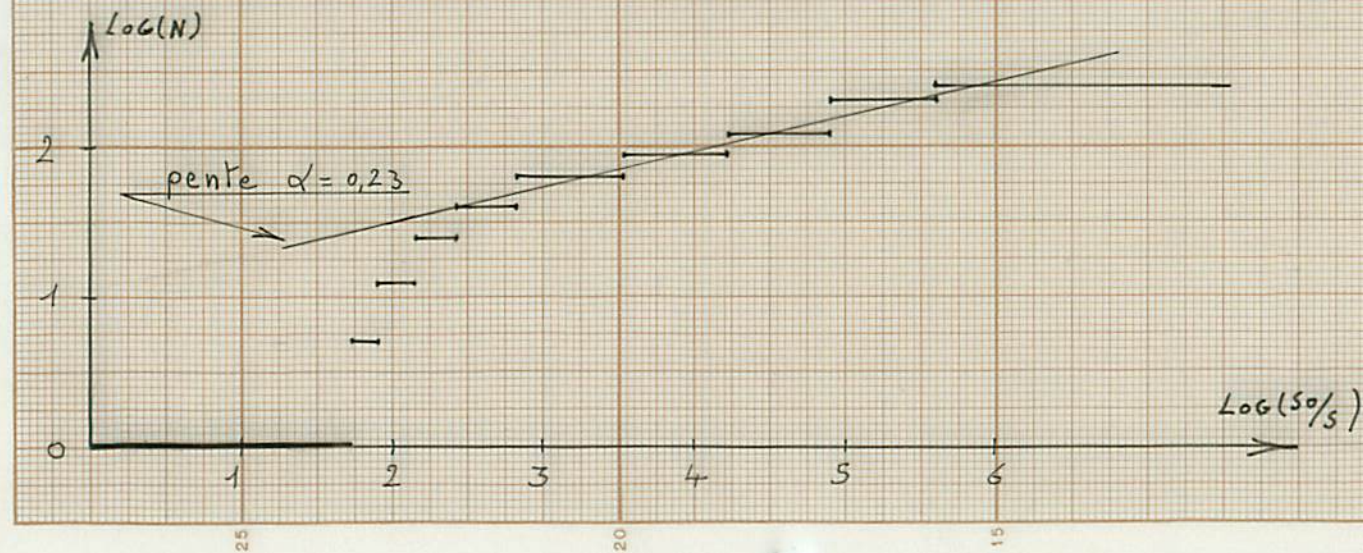
1

0

penne $\alpha = 0,92$

$\log(S_0/S)$

N	S	$\log(N)$	$\pi = \log(S_0/S)$
64	$5 \leq 4$	4.16	$\pi > 4.84$
32	$4 < 5 \leq 12$	3.47	$3.75 < \pi < 4.84$
16	$12 < 5 \leq 28$	2.77	$2.9 < \pi < 3.75$
8	$28 < 5 \leq 60$	2.08	$2.14 < \pi < 2.9$
4	$60 < 5 \leq 124$	1.39	$1.41 < \pi < 2.14$
2	$124 < 5 \leq 252$	0.69	$0.70 < \pi < 1.41$
1	$252 < 5 \leq 508$	0	$0 < \pi < 0.70$



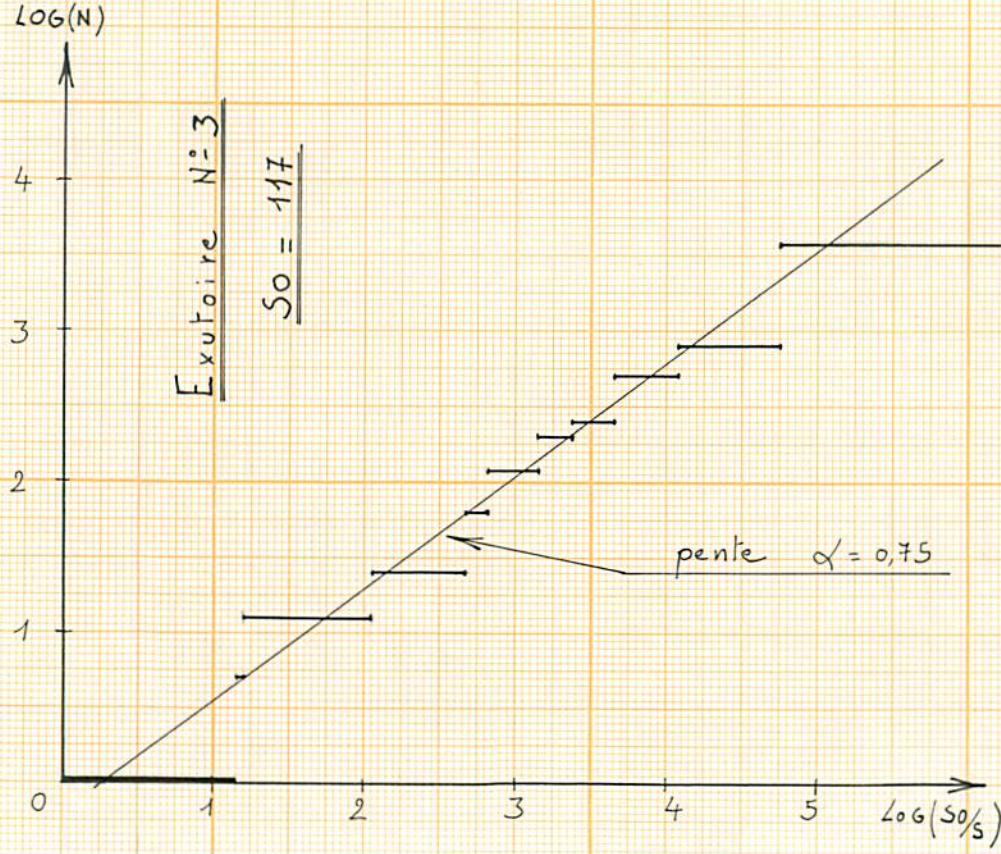
$$S_0 = 271$$

échelle : $\rightarrow$ 5 unités de surface

N	S	Log(N)	$x = \text{Log}(S_0/S)$
11	$5 \leq 1$	2.4	$x > 5.6$
10	$1 < 5 \leq 2$	2.3	$4.9 < x < 5.6$
8	$2 < 5 \leq 4$	2.08	$4.22 < x < 4.9$
7	$4 < 5 \leq 8$	1.95	$3.52 < x < 4.22$
6	$8 < 5 \leq 16$	1.79	$2.83 < x < 3.52$
5	$16 < 5 \leq 24$	1.61	$2.14 < x < 2.83$
4	$24 < 5 \leq 32$	1.39	$2.14 < x < 2.42$
3	$32 < 5 \leq 40$	1.1	$1.94 < x < 2.14$
2	$40 < 5 \leq 48$	0.69	$1.73 < x < 1.94$
1	$48 < 5 \leq 24$	0	$0 < x < 1.73$

Exutoire N° 3

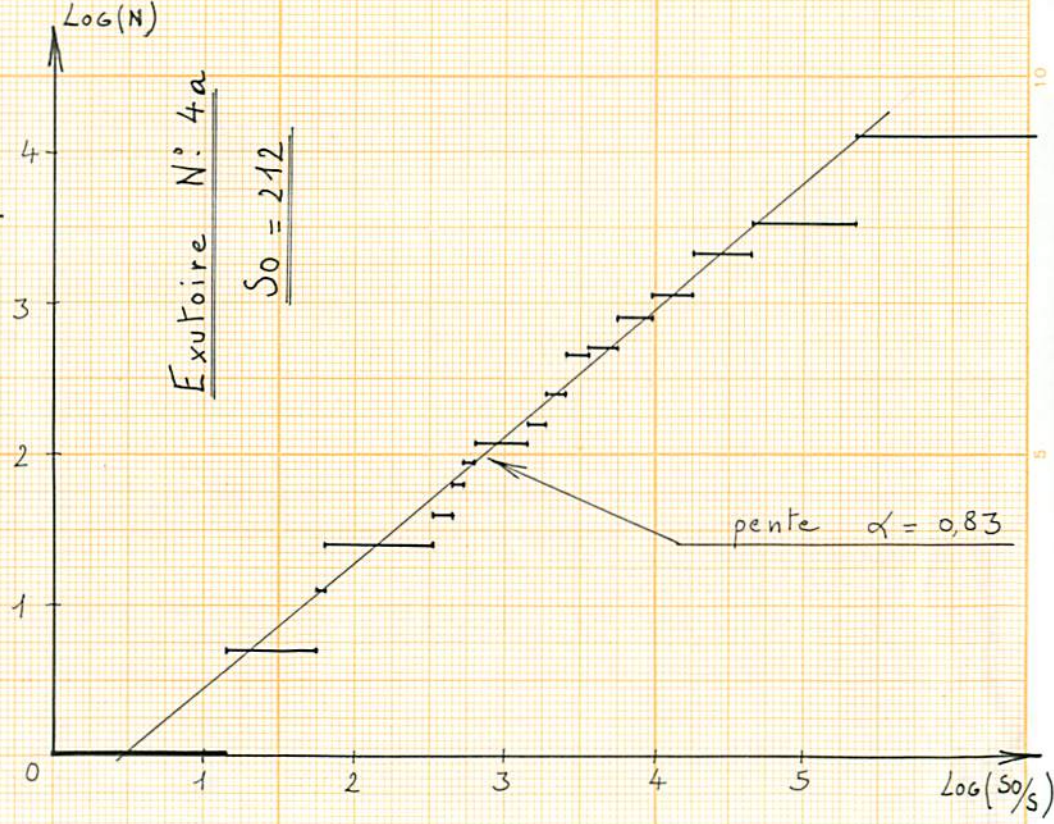
$S_0 = 117$



N	S	Log(N)	$y = \text{Log}(S_0/S)$
36	$5 \leq 1$	3.58	$y > 4.76$
18	$1 < 5 \leq 2$	2.89	$4.07 < y < 4.76$
15	$2 < 5 \leq 3$	2.71	$3.66 < y < 4.07$
11	$3 < 5 \leq 4$	2.40	$3.38 < y < 3.66$
10	$4 < 5 \leq 5$	2.30	$3.15 < y < 3.38$
8	$5 < 5 \leq 7$	2.08	$2.82 < y < 3.15$
6	$7 < 5 \leq 8$	1.79	$2.68 < y < 2.82$
4	$8 < 5 \leq 15$	1.39	$2.05 < y < 2.68$
3	$15 < 5 \leq 35$	1.10	$1.21 < y < 2.05$
2	$35 < 5 \leq 37$	0.69	$1.15 < y < 1.21$
1	$37 < 5 \leq 117$	0	$0 < y < 1.15$

Exutoire N° 4a

$S_0 = 212$

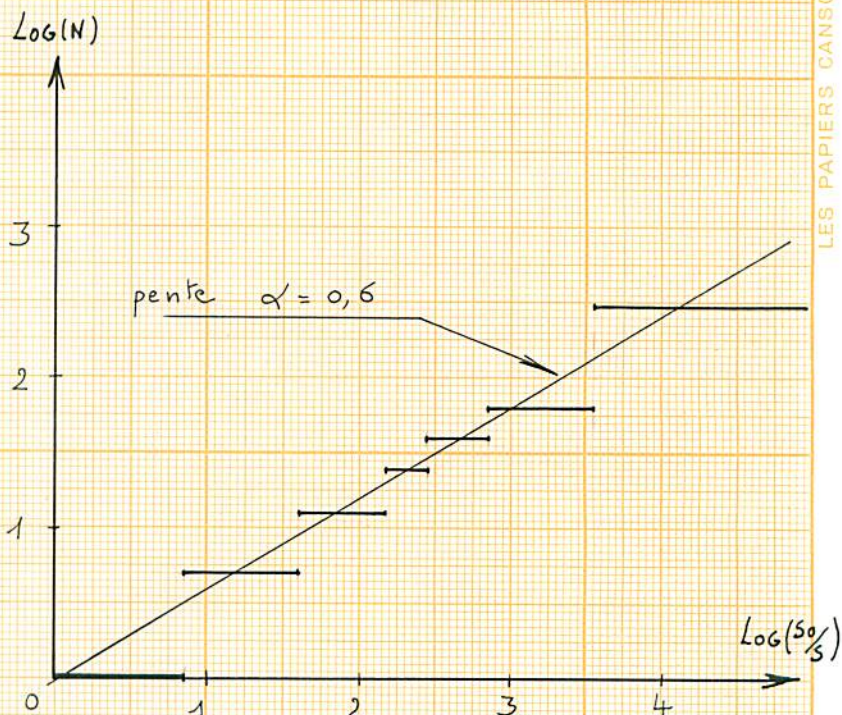


N	S	Log(N)	$y = \text{Log}(S_0/S)$
67	$5 \leq 1$	4.20	$y > 5.36$
34	$1 < 5 \leq 2$	3.53	$4.66 < y < 5.36$
28	$2 < 5 \leq 3$	3.33	$4.26 < y < 4.66$
21	$3 < 5 \leq 4$	3.04	$3.97 < y < 4.26$
18	$4 < 5 \leq 5$	2.89	$3.75 < y < 3.97$
15	$5 < 5 \leq 6$	2.71	$3.56 < y < 3.75$
14	$6 < 5 \leq 7$	2.64	$3.41 < y < 3.56$
11	$7 < 5 \leq 8$	2.40	$3.28 < y < 3.41$
9	$8 < 5 \leq 9$	2.20	$3.16 < y < 3.28$
8	$9 < 5 \leq 13$	2.08	$2.79 < y < 3.16$
7	$13 < 5 \leq 14$	1.95	$2.72 < y < 2.79$
6	$14 < 5 \leq 15$	1.79	$2.65 < y < 2.72$
5	$15 < 5 \leq 17$	1.61	$2.52 < y < 2.65$
4	$17 < 5 \leq 35$	1.39	$1.80 < y < 2.52$
3	$35 < 5 \leq 37$	1.10	$1.75 < y < 1.80$
2	$37 < 5 \leq 68$	0.69	$1.14 < y < 1.75$
1	$68 < 5 \leq 212$	0	$0 < y < 1.14$

Exutoire N° 1

$$S_0 = 35$$

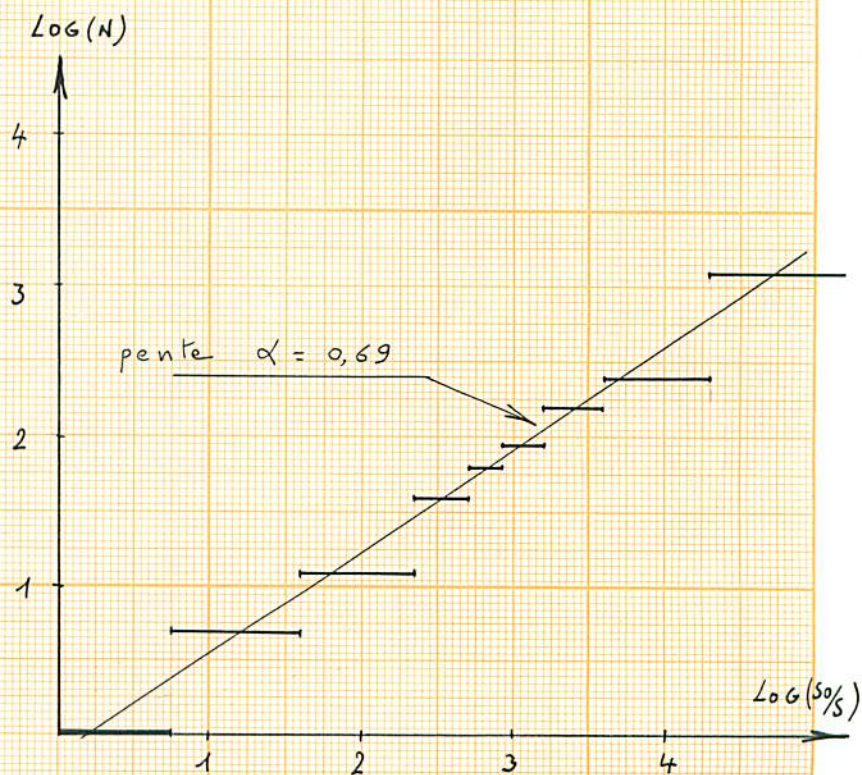
N	S	Log(N)	y: Log(S ₀ /S)
12	≤ 1	2.48	y > 3.56
6	1 < S ≤ 2	1.79	2.86 < y < 3.56
5	2 < S ≤ 3	1.61	2.46 < y < 2.86
4	3 < S ≤ 4	1.39	2.17 < y < 2.46
3	4 < S ≤ 7	1.10	1.61 < y < 2.17
2	7 < S ≤ 15	0.69	0.85 < y < 1.61
1	15 < S ≤ 35	0	0 < y < 0.85



Exutoire N° 2

$$S_0 = 74$$

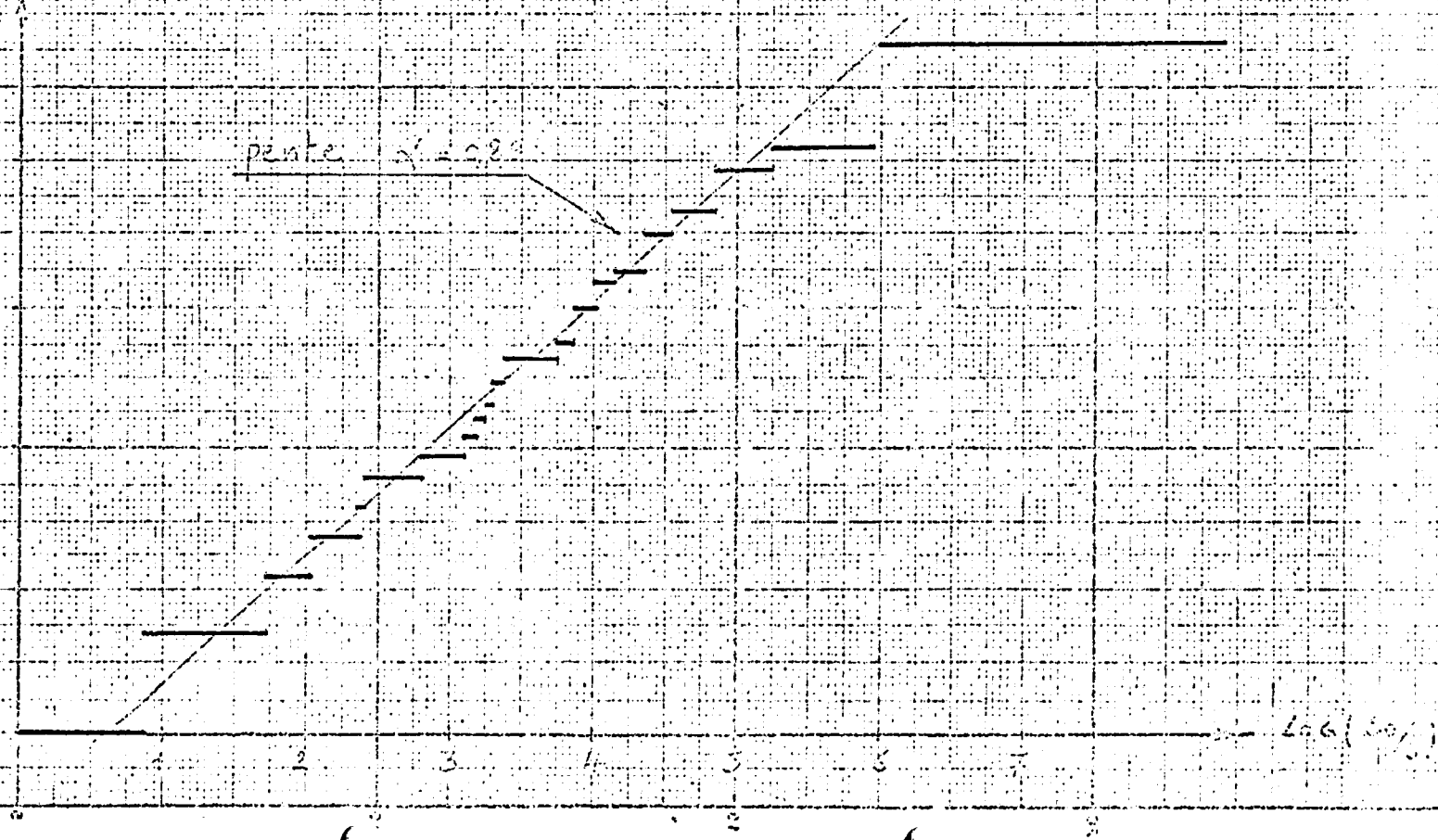
N	S	Log(N)	y: Log(S ₀ /S)
22	≤ 1	3.09	y > 4,3
11	1 < S ≤ 2	2.40	3.61 < y < 4,3
9	2 < S ≤ 3	2.20	3.21 < y < 3.61
7	3 < S ≤ 4	1.95	2.92 < y < 3.21
6	4 < S ≤ 5	1.79	2.89 < y < 2.92
5	5 < S ≤ 7	1.61	2.36 < y < 2.69
3	7 < S ≤ 15	1.10	1.6 < y < 2.36
2	15 < S ≤ 35	0.69	0.75 < y < 1.6
1	35 < S ≤ 74	0	0 < y < 0.75



Extrait de p. 3

50 = 383

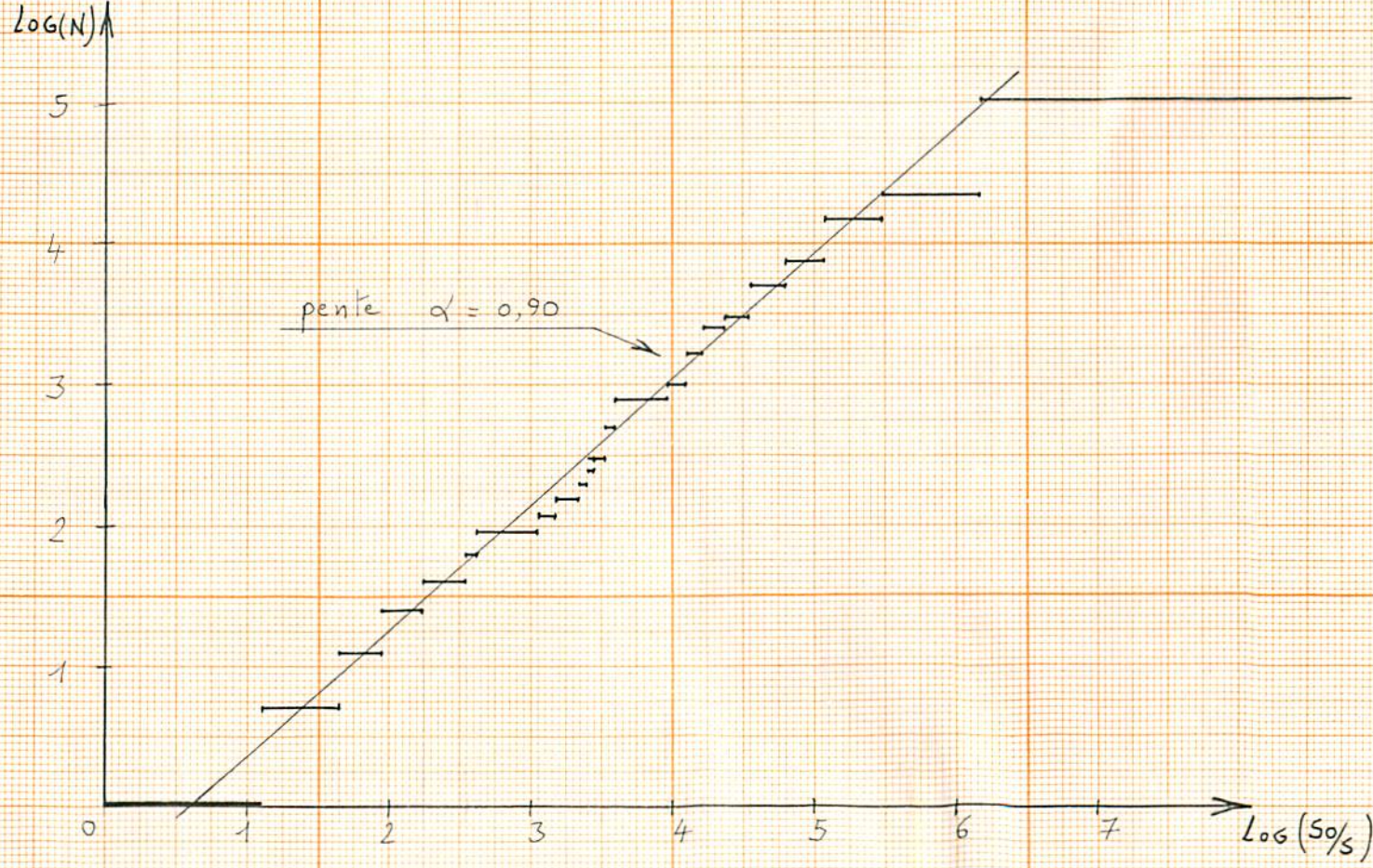
Log(N)



N	S	$L_2(S)$	$y = \log(S)$
173	5.84	4.84	$y > 3.92$
67	4.55	4.41	$3.75 < y < 3.92$
52	4.25	3.95	$3.55 < y < 3.75$
38	3.58	3.64	$3.35 < y < 3.55$
33	3.55	3.50	$3.24 < y < 3.35$
26	3.56	3.26	$3.16 < y < 3.24$
24	3.58	3.18	$3.10 < y < 3.16$
20	3.58	3.06	$3.05 < y < 3.10$
16	3.58	2.77	$2.95 < y < 3.05$
11	3.58	2.68	$2.88 < y < 2.95$
12	3.58	2.45	$2.78 < y < 2.88$
10	3.58	2.30	$2.74 < y < 2.78$
9	3.58	2.26	$2.72 < y < 2.74$
8	3.58	2.08	$2.67 < y < 2.72$
7	3.58	1.98	$2.59 < y < 2.67$
6	3.58	1.93	$2.58 < y < 2.59$
5	3.58	1.84	$2.54 < y < 2.58$
4	3.58	1.59	$2.52 < y < 2.54$
3	3.58	1.50	$2.52 < y < 2.52$
2	3.58	1.21	$2.52 < y < 2.52$
1	3.58	1.21	$2.52 < y < 2.52$

Exutoire N° 6

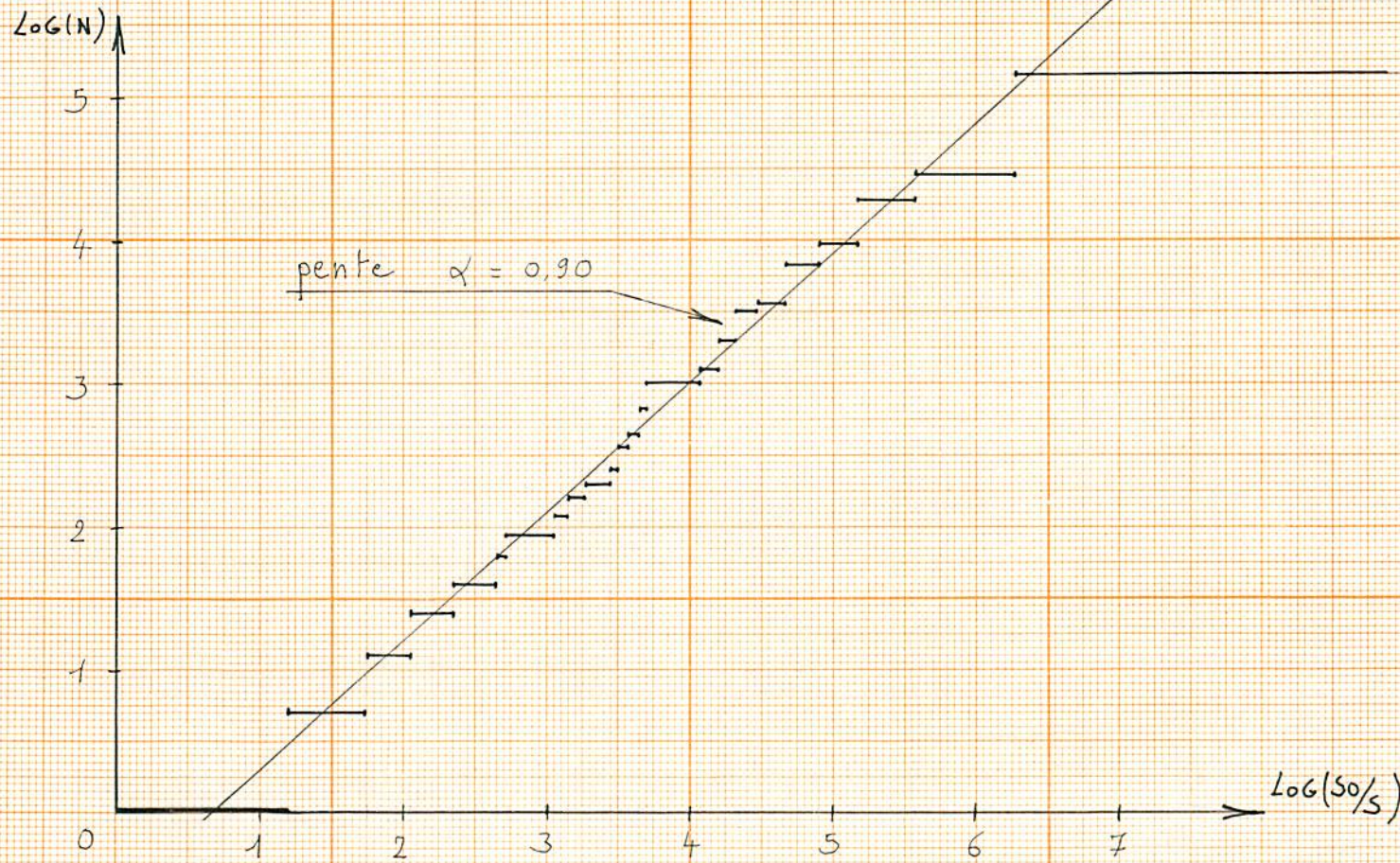
So = 479



N	S	Log(N)	y = Log(So/s)
153	S ≤ 1	5.03	y > 6.17
78	1 < S ≤ 2	4.36	5.48 < y < 6.17
65	2 < S ≤ 3	4.17	5.07 < y < 5.48
48	3 < S ≤ 4	3.87	4.79 < y < 5.07
41	4 < S ≤ 5	3.71	4.56 < y < 4.79
32	5 < S ≤ 6	3.47	4.38 < y < 4.56
30	6 < S ≤ 7	3.40	4.23 < y < 4.38
25	7 < S ≤ 8	3.22	4.09 < y < 4.23
20	8 < S ≤ 9	3.00	3.97 < y < 4.09
18	9 < S ≤ 13	2.89	3.61 < y < 3.97
15	13 < S ≤ 14	2.71	3.53 < y < 3.61
12	14 < S ≤ 15	2.48	3.46 < y < 3.53
11	15 < S ≤ 16	2.40	3.40 < y < 3.46
10	16 < S ≤ 17	2.30	3.34 < y < 3.40
9	17 < S ≤ 20	2.20	3.18 < y < 3.34
8	20 < S ≤ 23	2.08	3.04 < y < 3.18
7	23 < S ≤ 35	1.95	2.62 < y < 3.04
6	35 < S ≤ 37	1.79	2.56 < y < 2.62
5	37 < S ≤ 51	1.61	2.24 < y < 2.56
4	51 < S ≤ 68	1.39	1.95 < y < 2.24
3	68 < S ≤ 92	1.10	1.65 < y < 1.95
2	92 < S ≤ 161	0.69	1.09 < y < 1.65
1	161 < S ≤ 479	0	0 < y < 1.09

Exutoire N° 7

SO = 531



N	S	$\log(N)$	$y = \log(SO/S)$
170	$5 \leq 1$	5,14	$y > 6,27$
86	$1 \leq 5 \leq 2$	4,45	$5,58 < y < 6,27$
72	$2 \leq 5 \leq 3$	4,28	$5,18 < y < 5,58$
53	$3 \leq 5 \leq 4$	3,97	$4,89 < y < 5,18$
46	$4 \leq 5 \leq 5$	3,83	$4,67 < y < 4,89$
38	$5 \leq 5 \leq 6$	3,56	$4,48 < y < 4,67$
33	$6 \leq 5 \leq 7$	3,50	$4,33 < y < 4,48$
27	$7 \leq 5 \leq 8$	3,30	$4,20 < y < 4,33$
22	$8 \leq 5 \leq 9$	3,09	$4,08 < y < 4,20$
20	$9 \leq 5 \leq 13$	3,00	$3,71 < y < 4,08$
17	$13 \leq 5 \leq 14$	2,83	$3,64 < y < 3,71$
14	$14 \leq 5 \leq 15$	2,64	$3,57 < y < 3,64$
13	$15 \leq 5 \leq 16$	2,56	$3,50 < y < 3,57$
11	$16 \leq 5 \leq 17$	2,40	$3,44 < y < 3,50$
10	$17 \leq 5 \leq 20$	2,30	$3,28 < y < 3,44$
9	$20 \leq 5 \leq 23$	2,20	$3,14 < y < 3,28$
8	$23 \leq 5 \leq 25$	2,08	$3,06 < y < 3,14$
7	$25 \leq 5 \leq 35$	1,95	$2,72 < y < 3,06$
6	$35 \leq 5 \leq 37$	1,75	$2,66 < y < 2,72$
5	$37 \leq 5 \leq 51$	1,61	$2,34 < y < 2,66$
4	$51 \leq 5 \leq 68$	1,39	$2,06 < y < 2,34$
3	$68 \leq 5 \leq 92$	1,10	$1,75 < y < 2,06$
2	$92 \leq 5 \leq 161$	0,69	$1,19 < y < 1,75$
1	$161 \leq 5 \leq 531$	0	$0 < y < 1,19$

La tendance au branchement n'est pas la même pour les parties du réseau que pour le réseau entier, l'homothétie interne n'est pas vérifiée; en effet la construction n'est pas aussi systématique qu'il le faudrait, car on a essayé de reproduire un réseau pas trop éloigné d'un réseau réel, construction due au hasard. (grand nombre de paramètres indépendants les uns des autres). On observe le même phénomène pour la côte de Bretagne que l'on peut également considérer comme un objet créé aléatoirement et où on peut définir pour une partie de la côte une dimension fractale différente de celle calculée pour la côte globale.

Vérification des lois liant longueurs et surfaces sur le réseau de BRON 1

Bron 1 : $\alpha = 0,896$ $\left(n = \left(\frac{S_0}{S} \right)^{0.896} \right)$

Première loi

$$\frac{L(S, S_0)}{\sqrt{S_0}} = \frac{-G(S, S_0)}{(S_0^{1/2} \cdot S^{1/2})} \cdot \frac{1}{1-2\alpha} \left[\left(\frac{S}{S_0} \right)^{\frac{1}{2}-\alpha} - 1 \right]$$

S_0 et α sont des constantes pour le réseau

$$(S_0 = 3080023)$$

$G(S, S_0)$ est le plus long chemin d'une extrémité à l'autre

$$(G = f(S))$$

On peut déterminer pour ce réseau la loi réelle liant L à S . (voir courbe page 55)

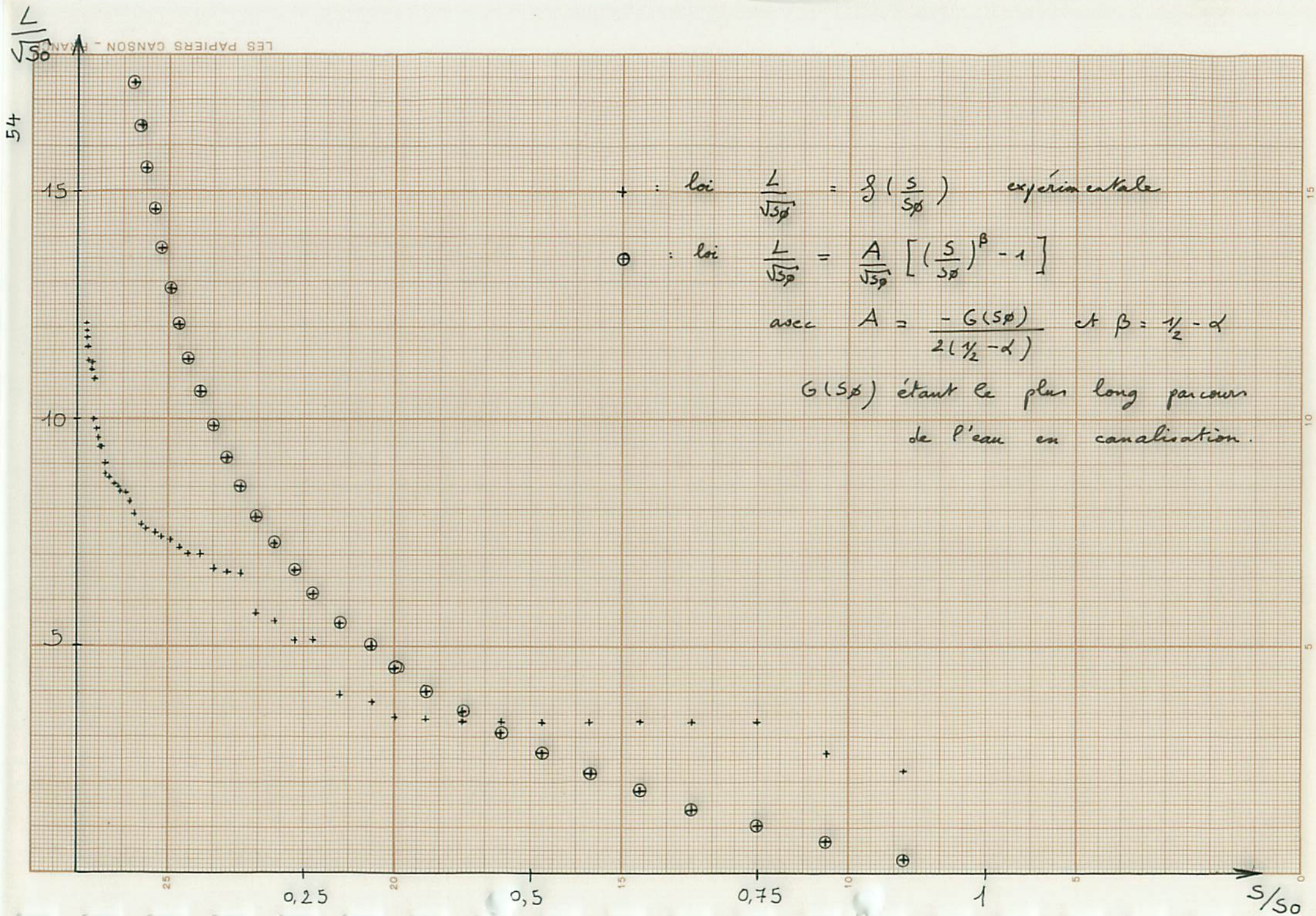
Deuxième loi

$$\frac{L(S, S_0)}{\sqrt{S_0}} = \frac{-G(S_0)}{\sqrt{S_0}} \cdot \frac{1}{1-2\alpha} \left(\left(\frac{S}{S_0} \right)^{\frac{1}{2}-\alpha} - 1 \right)$$

$G(S_0)$ est le plus ^{long} parcours de l'eau dans le réseau à l'échelle $S = 0$, c'est à dire le plus long chemin pour le réseau réel. ($G(S_0) = 12159$).

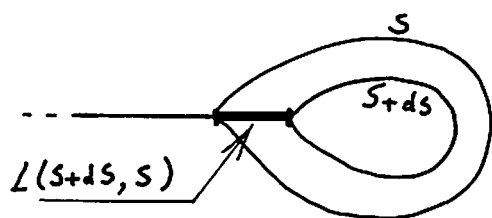
(voir courbe page 54)

Remarque : les tableaux regroupant les résultats sont en annexe 3.



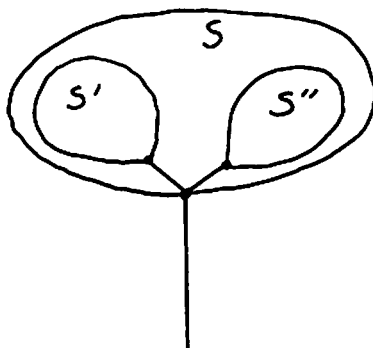
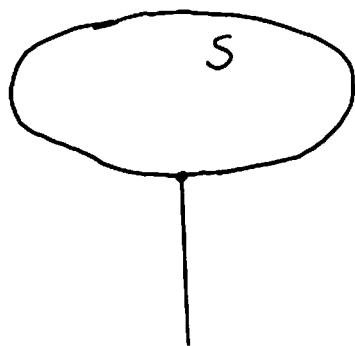
Il apparaît que la longueur théorique est nettement plus importante que celle réelle.

Il semble que la loi d'accroissement des longueurs supposée par Bocquillon ne soit pas valable; en effet, il suppose que lorsqu'on fait une variation de ds tous les chemins varient de dl .



$$\left(\begin{array}{l} ds < 0 \\ \Rightarrow S > S + ds \end{array} \right)$$

On constate que, arrivé à une bifurcation, la longueur des chemins reste constante sur un palier de surface aux étendus.



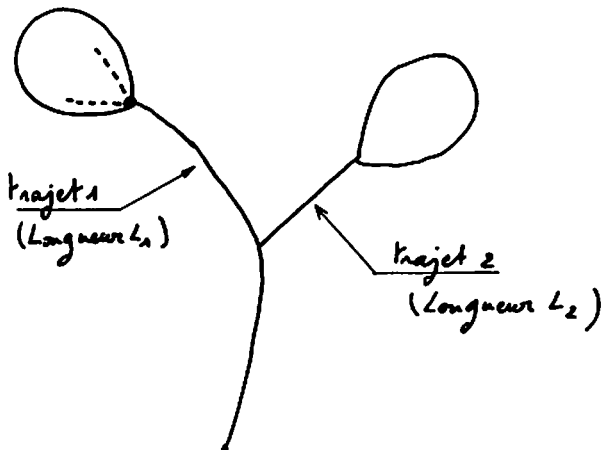
$$S' < S$$

$$S'' < S$$

Conséquence : contrairement à ce que Bocquillon énonce, un trajet peut correspondre à une certaine échelle S au plus long chemin, alors que pour une autre échelle ce sera un autre trajet (variations différentes des longueurs des chemins).

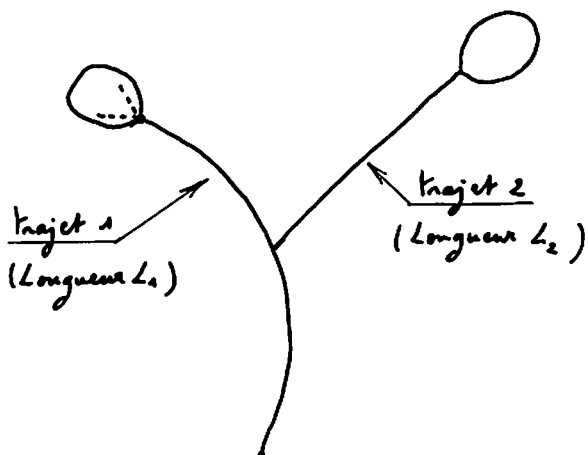
Schématisation :

• étape a : s



$$L_1(s) = G(s, s\emptyset)$$

• étape b : $s + ds$



$$L_2(s+ds) = G(s+ds, s\emptyset)$$

On n'a pas forcément $G(s+ds, s\emptyset) - G(s, s\emptyset) = L(s+ds, s)$

Exemple : * s :

$$\begin{cases} L_1(s) = 10 = G(s, s\emptyset) \\ L_2(s) = 9 \end{cases}$$

* $s + ds$:

$$\begin{cases} L_1(s+ds) = 10 \\ L_2(s+ds) = 14 = G(s+ds, s\emptyset) \end{cases}$$

$\Rightarrow$

$$\begin{cases} G(s+ds, s\emptyset) - G(s, s\emptyset) = 4 \\ L(s+ds, s) = L_2(s+ds) - L_2(s) = 5 \end{cases}$$

devis Fry Richardson, lorsqu'il mesura la longueur de diverses côtes ou frontières de pays, mit en évidence une relation allométrique entre la longueur mesurée et le pas de mesure.

$$L(\eta, \eta_0) = \left(\frac{\eta_0}{\eta} \right)^\alpha \quad (1)$$

- L désigne la longueur mesurée
- η_0 le pas initial de mesure
- η le pas de mesure à une étape donnée

Plus le pas de mesure est petit, plus la longueur mesurée est grande. Le paramètre qui exprime de manière intrinsèque l'objet mesuré est le paramètre α qui se révèle être constant quel que soit le pas de mesure choisi.

De même, Bocquillon, en esquissant une méthode analogue pour "mesurer" l'objet-réseau d'assainissement pose la relation :

$$n(S, S_0) = \left(\frac{S_0}{S} \right)^\alpha \quad (2)$$

- S_0 désigne la surface totale drainée du bassin versant
- $n(S, S_0)$ désigne le nombre de bifurcations vues dans le réseau, tronqué de manière que la surface drainée en amont de la coupure soit inférieure à une surface S arbitrairement choisie inférieure à S_0

Expérimentalement, la relation (2) se vérifie avec une assez bonne précision, sous certaines restrictions.

d'une part, la surface S_0 à prendre en compte, n'est généralement pas la surface totale réelle drainée du bassin versant mais une surface initiale fictive S_0' plus ou moins proche de S_0 .
d'autre part, la relation ne vaut que pour un intervalle de S $S \in [S_1; S_2]$

Ce domaine de validité ayant été défini, peut-on arguant de l'homomorphie des relations (1) et (2) définir un paramètre D ($D = 1 + \alpha$) qui s'appellerait dimension fractale du réseau d'assainissement, comme B. Mandelbrot l'avait fait à propos de la côte de Bretagne ?

Telle opération oblitérerait les différences qui existent entre la mesure de l'objet - côte de Bretagne et la mesure de l'objet - réseau d'assainissement, telles qu'elles ont été effectuées.

Le concept de dimension fractale, dégagé par B. Mandelbrot renferme son intérêt principal dans le fait qu'il constitue une généralisation du concept de dimension pour un ensemble à support borné quelconque inclus dans un espace métrique. Il permet d'évaluer intrinsèquement le contenu de l'ensemble, quelle que soit sa forme.

Or, les opérations effectuées à propos du réseau d'assainissement pour en résoudre la complexité, si elles autorisent une quantification de l'organisation du réseau n'en constituent pas pour autant la mesure d'un contenu.

Compter le nombre de bifurcations du réseau, n'est pas mesurer un contenu. En effet, les bifurcations du réseau ne correspondent pas aux boules de rayon ϵ de l'espace métrique - on ne trouve pas de bifurcations à l'intérieur d'une bifurcation.

On note d'autre part, la différence de nature entre l'échelle de mesure d'une part (surface drainée) et ce qui est mesuré d'autre part (le nombre de bifurcations)

Or strictement parlant, le procédé de mesure consiste à compter le nombre de boules unités que contient l'ensemble en question - boules qui sont de même nature, quant à leur contenu que l'ensemble lui-même.

Or donc, l'analogie entre les relations exprimées dans les deux cas, ne recouvre pas une homologie absolue - le signifié des coefficients α nous semble différent -

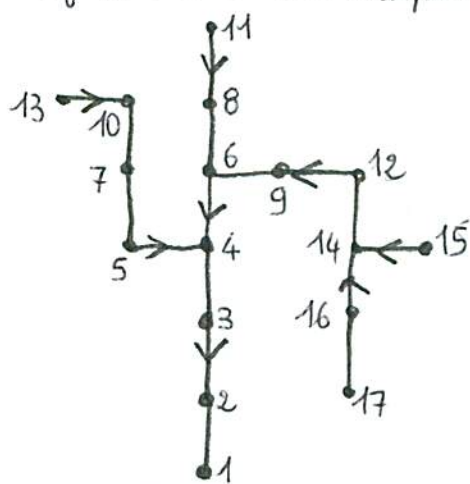
Relativement à ces considérations, introduire le concept de dimension fractale pour la description d'un réseau d'assainissement semble présentement plus propre à rendre en confusion sans véritablement apporter un surcroît d'explications ou un élargissement de la perspective gnoséologique, relativement au concept α (défini comme mesurant la tendance au branchement du réseau) que nous garderons comme concept fondamental.

CONCLUSION

IMPORTANCE DE L'AGENCENCEMENT
DES BIFURCATIONS POUR LA
MODELISATION DE L'ECOULEMENT

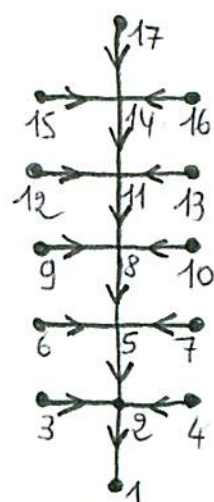
I

Soient deux réseaux, exemple des modifications de comportement des réseaux, face à l'événement pluviométrique, en fonction de leur morphologie.



Exutoire

Réseau A



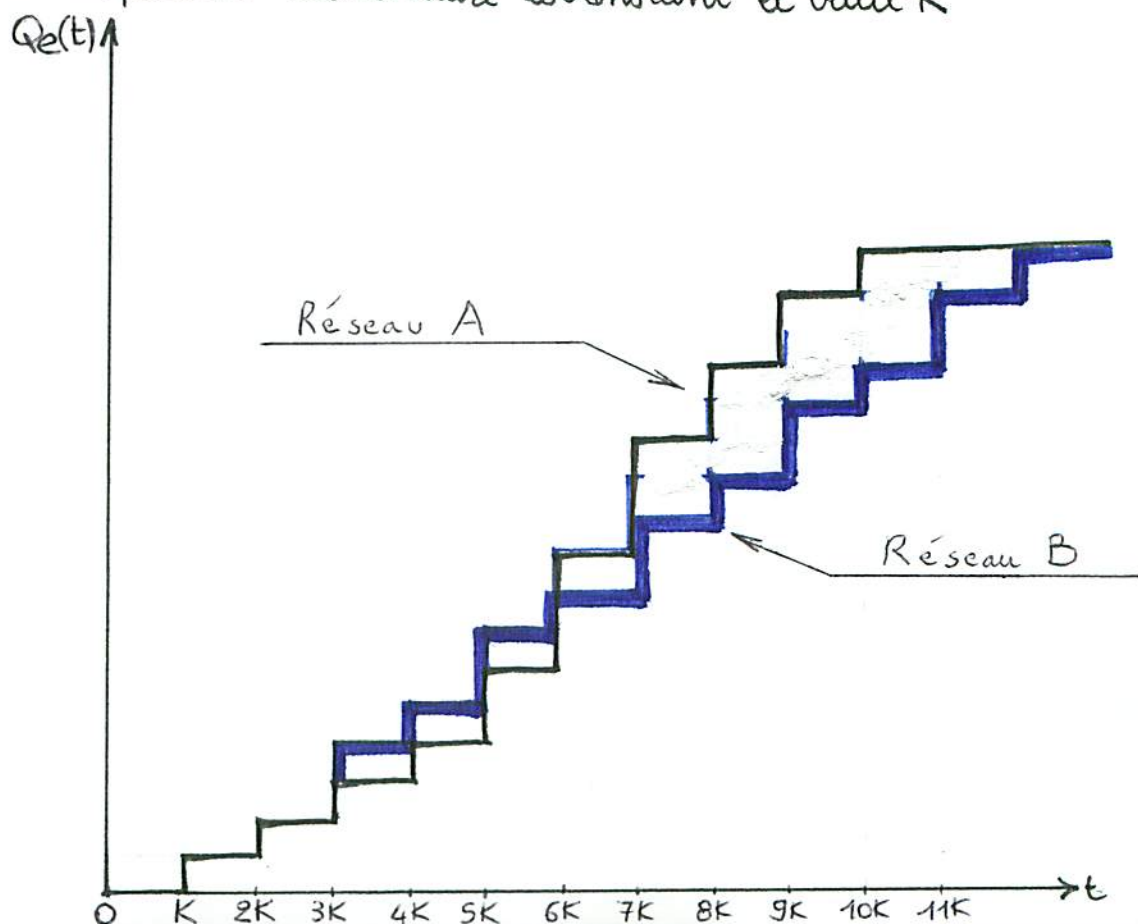
Exutoire

Réseau B

Hypothèse 1: chaque cheminée du réseau draine une surface constante

Une pluie uniforme s'abat sur le bassin versant constante dans le temps.

Hypothèse 2: Pour chaque cheminée, le temps moyen de parcours élémentaire est constant et vaut K



On constate que le mode de combinaison des temps de retard dépend de la graphie du réseau.

- II En s'inspirant de la méthode des courbes isochrones, proposée par Remenieras pour la modélisation du phénomène de ruissellement, on pourrait essayer de construire le transformateur hyétogramme-hydrogramme de sortie, pour le phénomène d'écoulement en canalisations de réseau d'assainissement.

On partira pour ce faire, des caractéristiques élémentaires pour une cheminée, en reprenant les hypothèses 1 et 2 vérifiées.

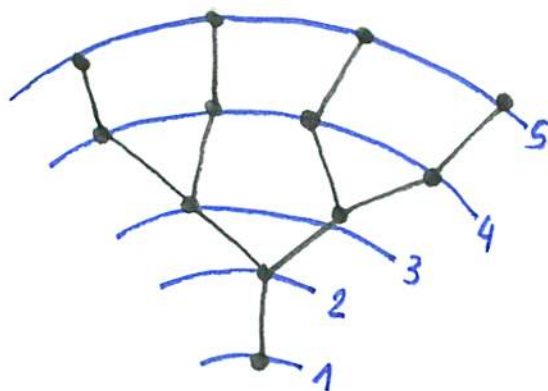
- a) l'élément unitaire (la cheminée)



K : temps moyen mis par l'eau de surface pour arriver à l'exutoire.

S : surface drainée élémentaire

- b) combinaison.



— courbes isochrones.

On hiérarchise les cheminées en fonction des temps de parcours de l'eau traçant de ces cheminées vers l'exutoire. (notion de courbes isochrones)

Une cheminée de niveau n est une cheminée pour laquelle le temps de parcours de l'eau jusqu'à l'exutoire est nK .

Soit $\chi_t^{t'}$, la quantité d'eau qui franchit l'exutoire entre les instants t et t'

On fait l'hypothèse qu'à l'instant initial une pluie s'abat sur le bassin versant.

On obtient

$$\chi_t^{t'} = \int_t^{t'} Q_e(\tau) d\tau \quad (1)$$

D'autre part si nous faisons intervenir le concept de niveau développé ci-dessus on peut aussi écrire.

$$\chi_t^{t'} = \sum_{p=1}^{niv. max} \int_{t-pK}^{t'-pK} N_p S i(\tau) d\tau \quad (2)$$

où

N_p nombre de cheminées de niveau p

$i(\tau)$: intensité de la pluie supposée uniforme sur tout le bassin.

les bornes de l'intégrale ne sont valables que dans la mesure où elles sont positives :

$$\begin{cases} t-pK \geq 0 & (3) \\ t'-pK \geq 0 & (4) \end{cases}$$

Dans le cas où les relations donneraient une borne négative, on prendrait cette borne nulle.

Faisons tendre t' vers t ($t' = t + dt$) :

la relation (1) devient $\chi_t^{t+dt} = Q_e(t) dt$

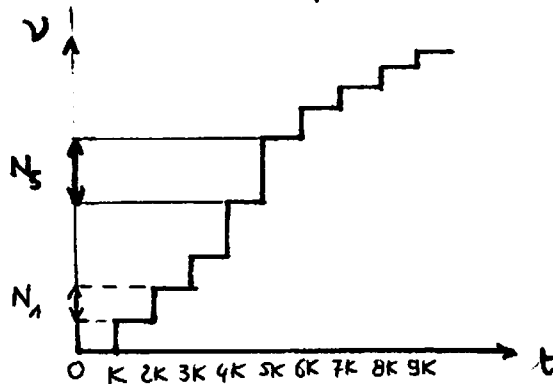
la relation (2) devient $\chi_t^{t+dt} = \sum_{p=0}^{niv. max} N_p S i(t-pK) dt$.

En faisant (1) = (2) on obtient :

$$Q_e(t) = \sum_{p=0}^{\text{niveau max}} N_p S i(t-pK) \quad (3)$$

avec $t-pK \geq 0$

Soit v le nombre total de cheminées qui influent sur le débit Q_e à un instant donné. v est une fonction en escalier telle que $\Delta v(pK) = N_p$.



Si l'on suppose que le temps de réponse élémentaire K est petit devant la durée de l'observation et si les sauts N_p ne sont pas trop grands on peut considérer que :

$v(t)$ est une fonction continue

Et on approxime Q_e par la relation

$$Q_e(t) = \int_0^t S v'(\tau) i(t-\tau) d\tau \quad (4)$$

$$Q_e(t) = \int_0^t v'(\tau) Q_i(t-\tau) d\tau \quad \text{avec } Q_i(t-\tau) = S i(t-\tau)$$

$Q_i(t-\tau)$ représente le débit entrant dans une cheminée quelconque à l'instant $t-\tau$.

Ce qu'on peut aussi écrire

$$Q_e(t) = \int_0^t v'(t-\tau) Q_i(\tau) d\tau \quad (6)$$

En utilisant, les opérateurs de convolution la relation (6) peut s'écrire :

$$Q_e(t) = v'(t) * Q_i(t) \quad (7)$$

relation dans laquelle

- $v(t)$ représente le nombre de cheminées qui à l'instant t influent sur le débit à l'exutoire
- $Q_i(t)$ le débit qui entre par une cheminée à l'instant t

On a donc construit un opérateur qui permet de trouver le débit à l'exutoire connaissant le débit d'entrée dans une cheminée (pluie uniforme)

Le problème est que, construire un tel opérateur nécessite la connaissance des N_p : nombre de cheminées de niveau p , pour tout p .

Or, l'étude morphologique du réseau que nous avons menée, ne nous est d'aucune aide, en l'occurrence.

En effet, nous n'avons considéré que les cheminées qui constituent une bifurcation et d'autre part la troncation est fondée sur la valeur de la surface drainée en amont de la cheminée, or, dans le cas des réseaux réels, il n'existe pas de relation simple entre ce mode de troncation et la troncation correspondant aux différents niveaux tels que nous les avons définis dans les pages précédentes, ce qu'on traduit en disant que les bifurcations peuvent apparaître n'importe où dans le réseau lorsqu'on diminue l'échelle.

Telle étude, pourrait donc, faire l'objet d'un sujet d'étude pour les futurs 5GCV.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] B. MANDELBROT (1975) "Les objets fractals"
"forme, hasard et dimension". Flammarion
nouvelle bibliothèque scientifique (190 p)
- [2] B. MANDELBROT (1982) "Penser les mathématiques"
p 226-251 "Des monstres de Cantor et de Peano
à la géométrie fractale de la nature" Seuil/Points (273 p)
- [3] L. van BERTALANFFY "théorie générale des
systèmes" Dunod.
- [4] BRUTER "Interprétation géométrique des travaux
de l'école thermodynamique de Bruxelles" extrait
du bulletin du groupe d'étude des rythmes biologiques.
tome 8 (1976) n° 4 (4^{ème} trimestre) pp 131-151
- [5] M. THOMAS et R. TRIVICO (1982) "Morphologie des
réseaux d'assainissement" projet de fin d'étude en génie
civil et urbanisme à l'Institut National des Sciences
Appliquées (INSA) de Lyon
- [6] BOCQUILLON esquisse sur la morphologie d'un
réseau de drainage
- [7] S. THIBAUT (1979) "Eléments pour une phénoménologie
en hydrologie urbaine" Thèse INSA
- [8] B. CHOCAT (1981) "Un système d'aide à la gestion
la prévision et la conception des équipements d'assainissement"
Thèse INSA.
- [9] S. THIBAUT et B. CHOCAT "La modélisation du
ruissellement en hydrologie urbaine" Laboratoire
Méthodes INSA.

- [10] S. THIBAUT. B. CHOCAT. H. BOTTA " Relations
théoriques entre différents modèles d'écoulement et
de ruissellement utilisés en hydrologie urbaine"
Laboratoire Méthodes INSA. journal of hydrology
48 (1980) 000-000. Hydrol 744.

Pour faire sentir le problème $\rightarrow$ élaboration de réseaux exemplaires
4 réseaux.

Nos conclusions à partir de ces réseaux sur les caractéristiques
de courbes constantes

Retour sur ce qu'on mesure

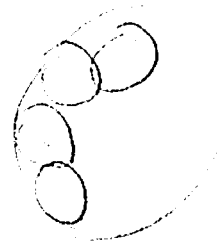
Reflexion sur la comparaison pignatelli-boquillon - réseau réel
(homogénéité), matrice de l'échelle ce qu'on mesure?

réseau appliqué à un moyen de drainage, sous-bouls-mur-bouls

$\Rightarrow$ dimension portale est-elle pertinente adéquate?

Annexe :

- lagtime = f (graphes)
- plans et données des réseaux
- distingo



ANNEXES

ANNEXE 1

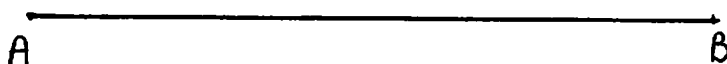
COURBE DE

VON KOCH

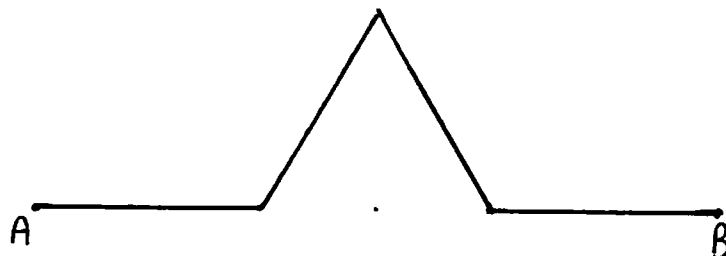
Construction de la courbe de Von Koch.

I

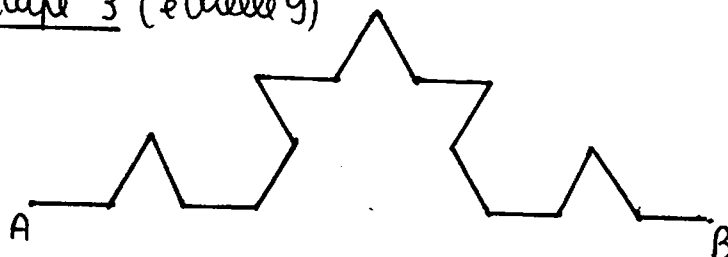
étape 1 (échelle 1)



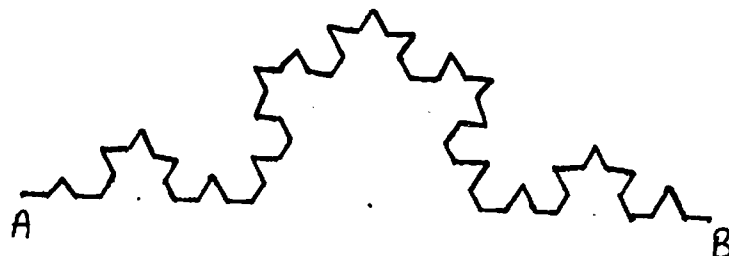
étape 2 (échelle 3)



étape 3 (échelle 9)



étape 4 (échelle 27)



A chaque étape de la construction, de toute évidence, la longueur totale de la courbe entre A et B augmente dans le rapport $4/3$.

En itérant le procédé à l'infini, on obtient une courbe dite courbe de Von Koch, telle que sa longueur vraie entre les points A et B soit infinie.

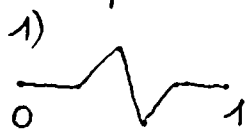
Cette courbe constitue un exemple de figure fractale et illustre la notion "d'irrégularité essentielle" d'un ensemble.

II Généralisation de la méthode de Von Koch

la courbe de Von Koch fut construite en introduisant le long du segment de droite, à chaque étape une dyshomogénéité de la forme .

Si, opérant suivant la même méthode, on prend une dyshomogénéité de forme différente on obtient d'autres courbes fractales appelées courbes de Peano.

Exemples de forme pour les dyshomogénéités :



Bien entendu, la dimension fractale calculée est fonction de la dyshomogénéité.

Remarque :

Toute forme de dyshomogénéité n'est pas possible. Il faut s'assurer que l'on n'obtienne pas un résultat absurde en itérant à l'infini la fractalisation. (voir à ce sujet B. Mandelbrot - les objets fractals p. 165)

ANNEXE 2

PROGRAMME

Le programme établi pour notre étude exploite les données de réseaux qui sont extraits du fichier central de la COURLY (communauté urbaine de Lyon)

Nous utilisons deux fichiers d'extraction pour chaque réseau ; fichiers constitués de la manière suivante :

FICHIER BASSINS VERSANTS ASMBV xxx

Fichier en accès séquentiel, provisoire

ISR, NBV

NBV
enregistrements { I, NCOD(i), NØMRUE(i), SUR(i), REV(i), PENTER(i)
XGENE(i), YGENE(i), ITER(i) ...

FICHIER GRAPHE DU RESEAU

ASMGR xxx

Fichier en accès séquentiel, provisoire

ISR, NPØINT, IEX, NCOUP

NCOUP
enregistrements { INDCOUP(i) INDSR(i)

NPØINT
enregistrements { I, IDES, IANT1, IANT2, ALØN, PEN, IT, ICLAS

Fichiers créés au cours du ss programme ASEX2

Le lancement du programme (intitulé PFEFRACTAL) se fait par une commande cataloguée :

! COMPF
FICH?FRACTAL

" FRACTAL " est la compilation du programme PFE FRACTAL ;

V1504 U62P03 **/037/207

*F/COM11/

00001.000*1,\$L

00001.000 !LIMIT (CORE,60),(SPDISC,80)

00001.100 !ASSIGN SI,FIL,(NAM,XNOMPROG),(STS,OLD)

00002.000 !FORTRAN SI,NS,GO

00003.000 !ASSIGN LM,FIL,(NAM,XNOMPREX),(SIZ,3,1)

00004.000 !LINK

EOF HIT

*

!E EXECUTE

XNOMPROG?PFEFRACTAL

XNOMPREX?FRACTAL

JOB T941 ENTERED

!

Commande COMPF :

F/COMPFE/

00001.000*1,\$L

00001.000 !LIMIT (CORE,55),(SPDISC,80)

00002.000 !ASSIGN LM,FIL,(NAM,XFICH),(STS,OLD)

00005.000 !ASSIGN 100,FIL,(NAM,ASMBVBRI),(STS,OLD)

00005.500 !ASSIGN 110,FIL,(NAM,ASNGRBRI),(STS,OLD)

00006.000 !RUN

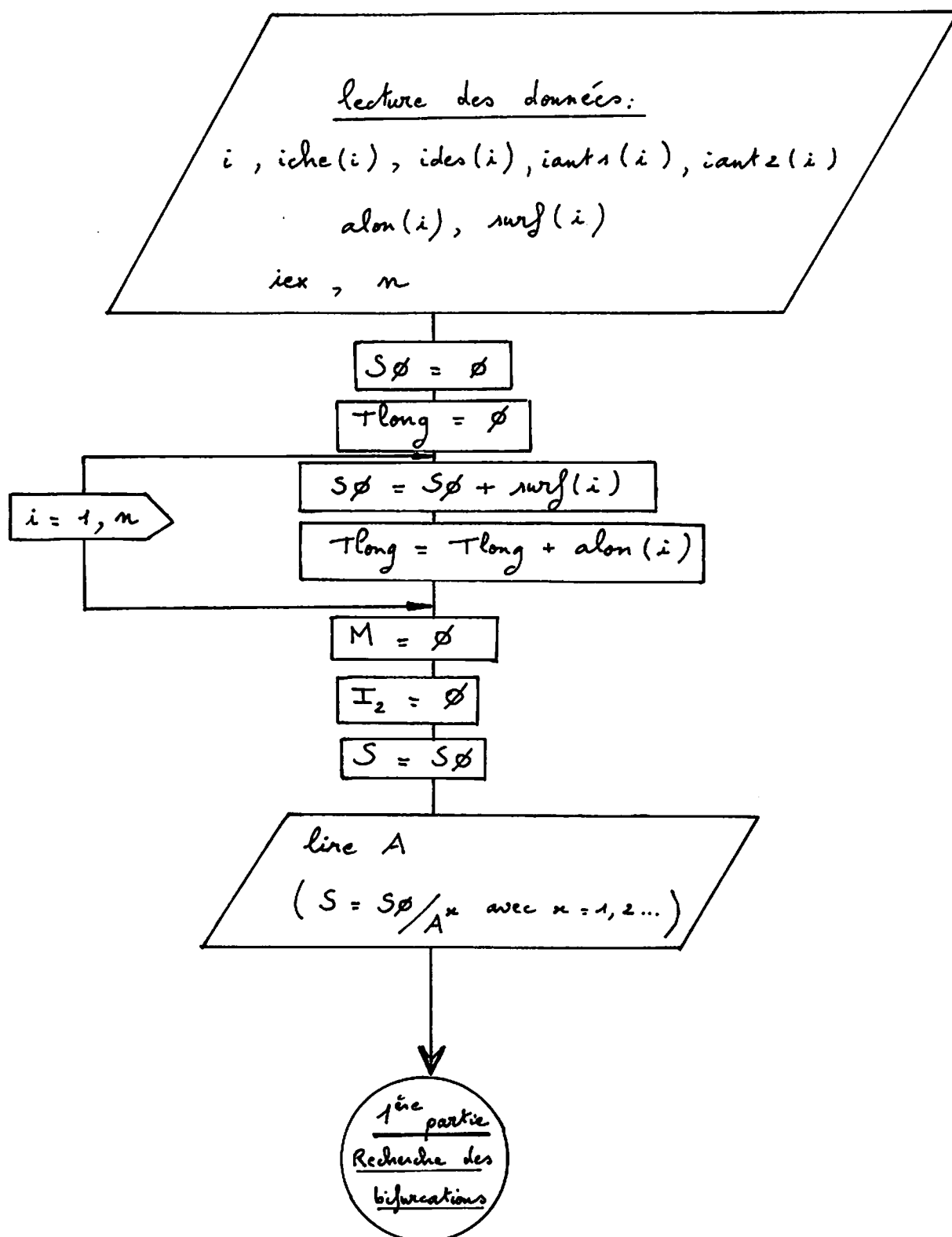
EOF HIT

*

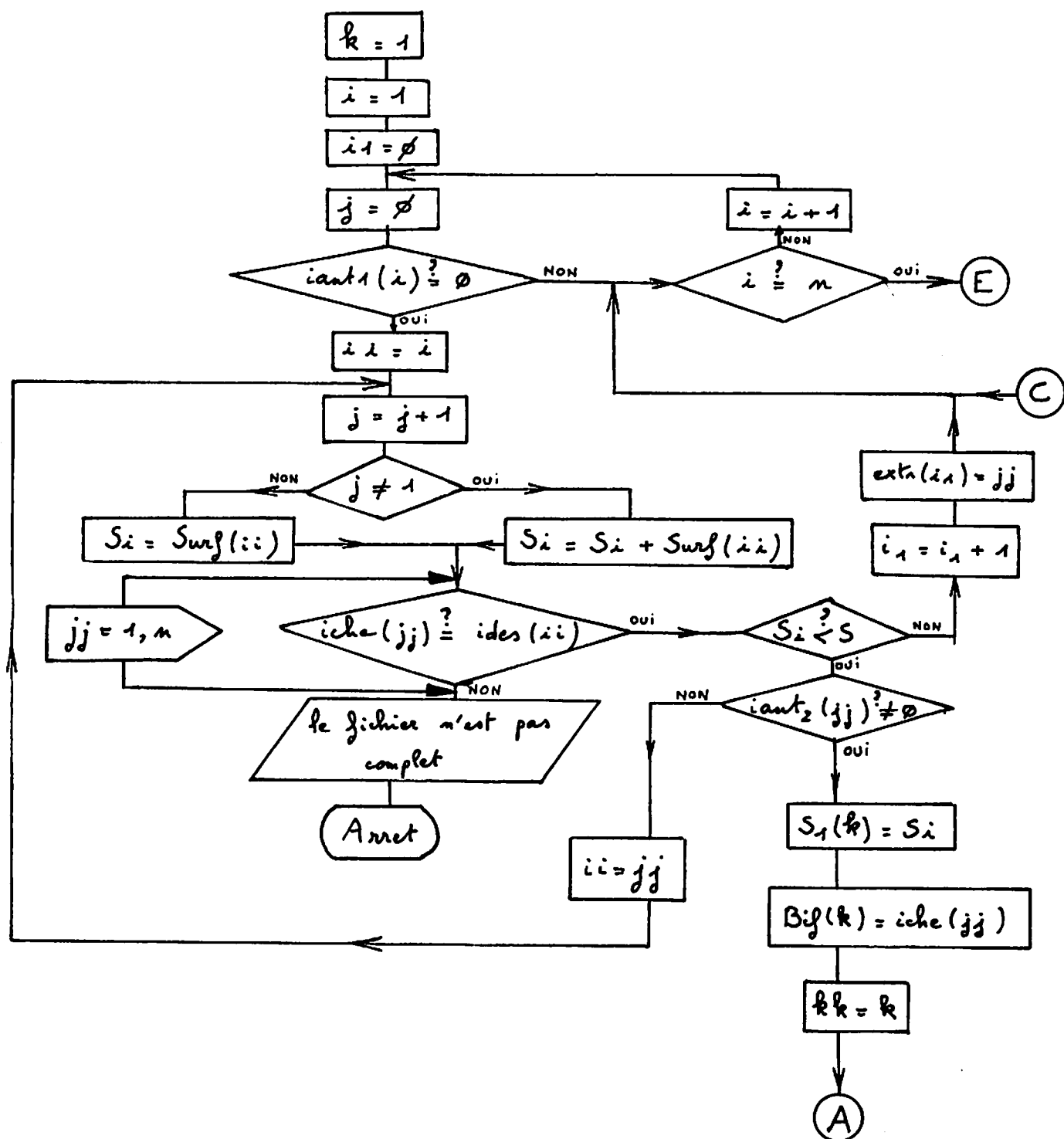
Remarque : Le programme PFE FRACTAL a fait l'objet d'une modification pour l'exploitation des réseaux sur l'ordinateur de la COURLY, ainsi que d'une autre pour étudier des réseaux fictifs. Ces deux programmes étant quasiment identiques à celui original dans leur principe, ils ne seront pas présentés dans ce rapport.

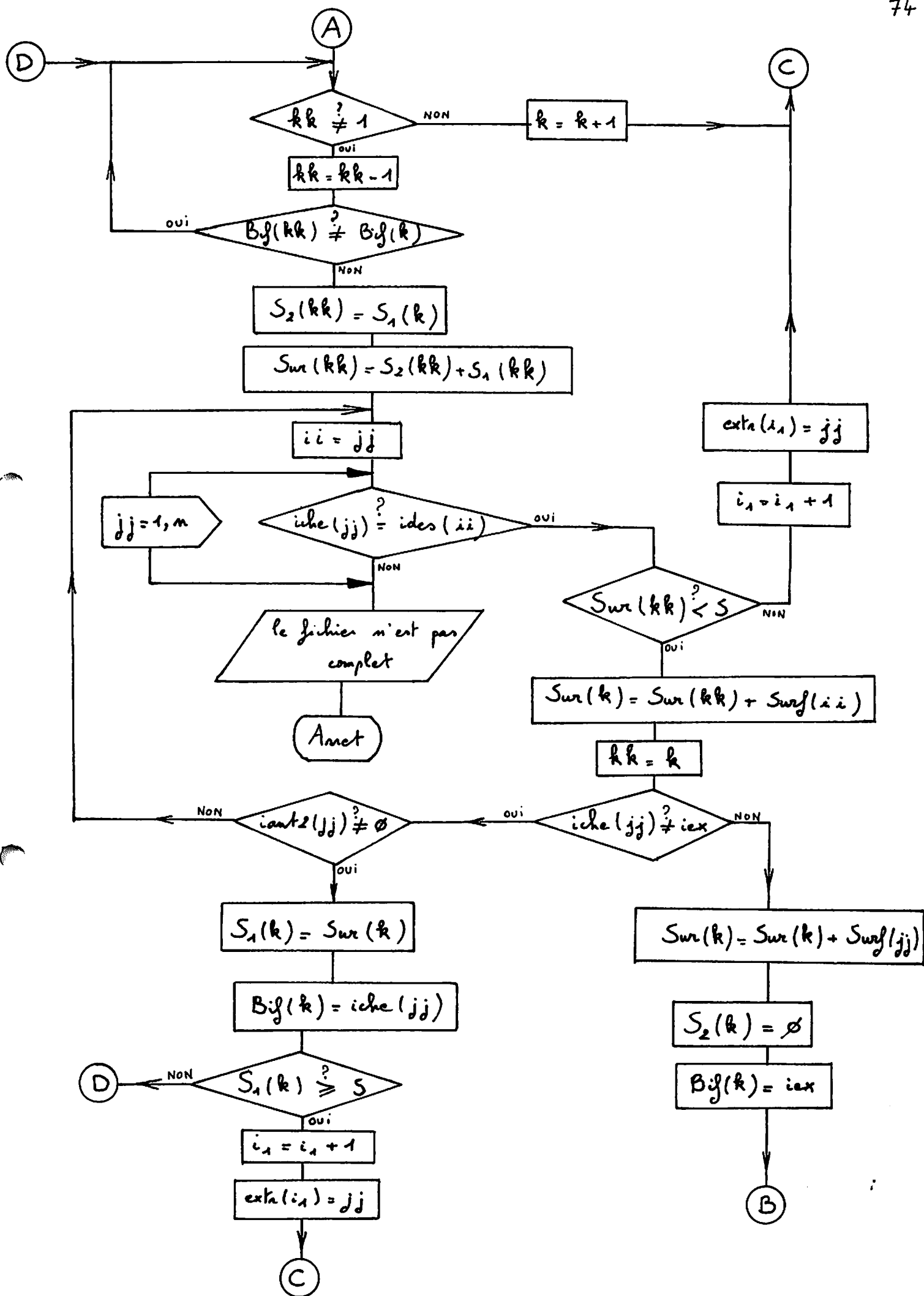
ORGANIGRAMME

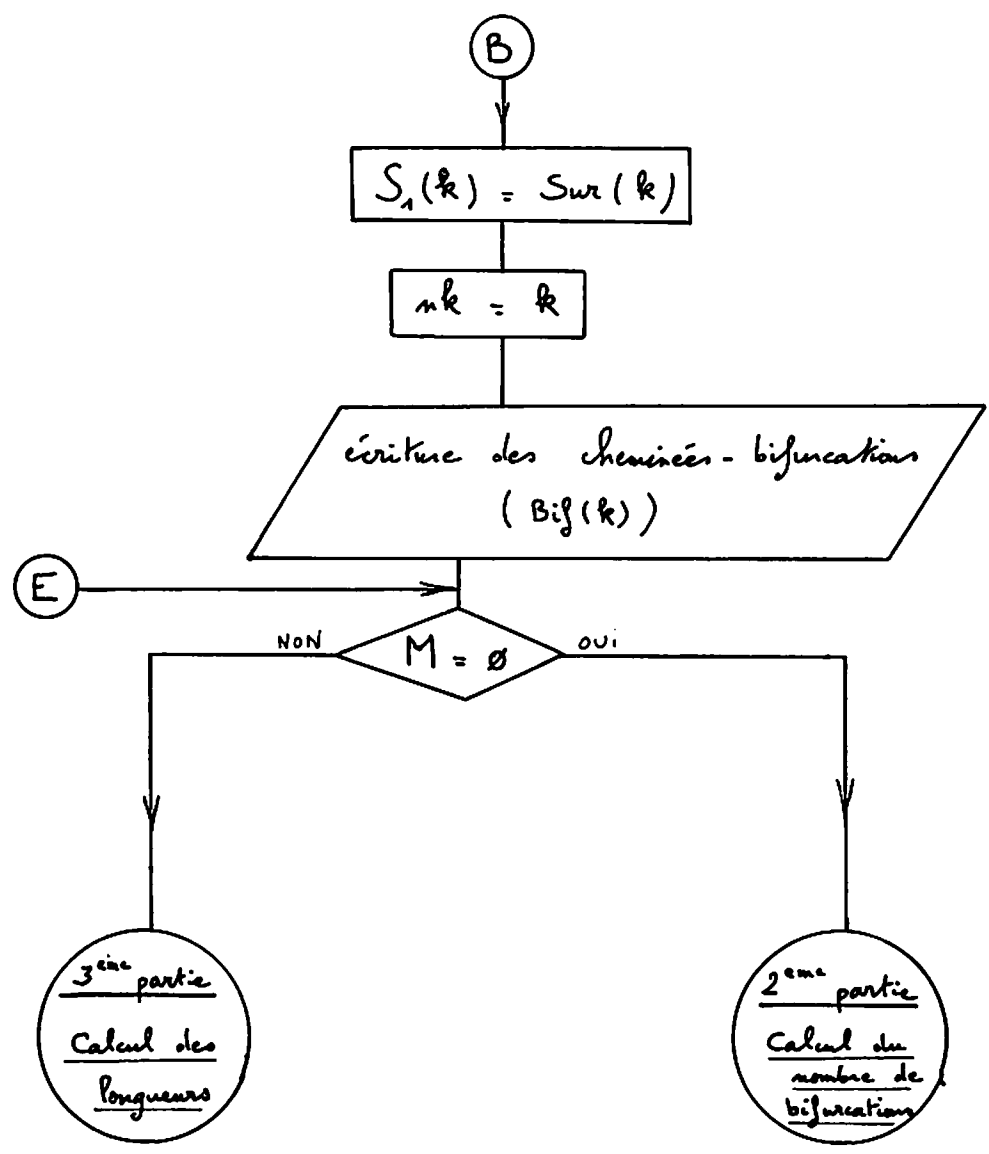
Partie préliminaire



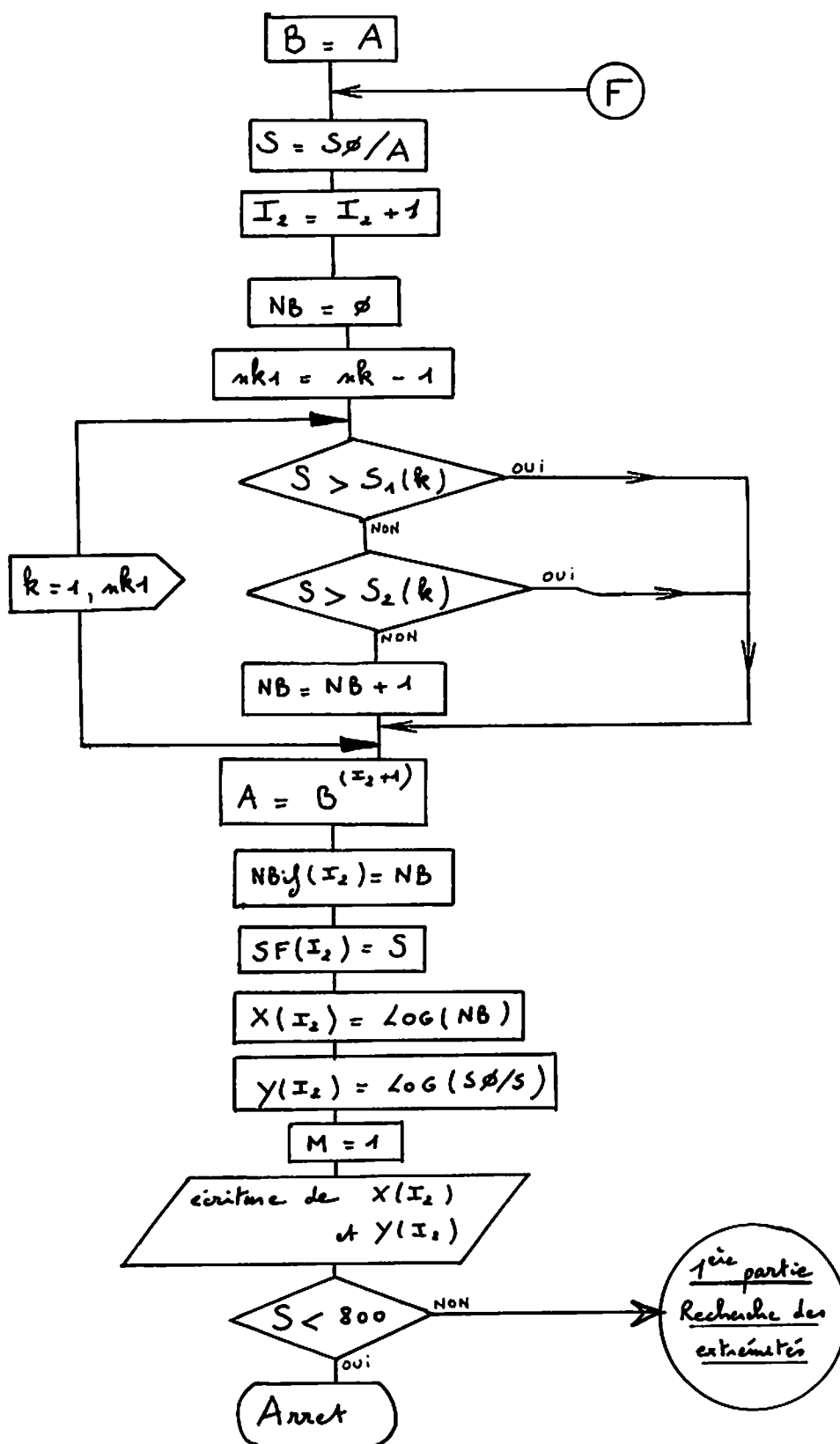
Première partie : recherche des
bifurcations (réseau entier) et des
extrémités (réseau à l'échelle S)



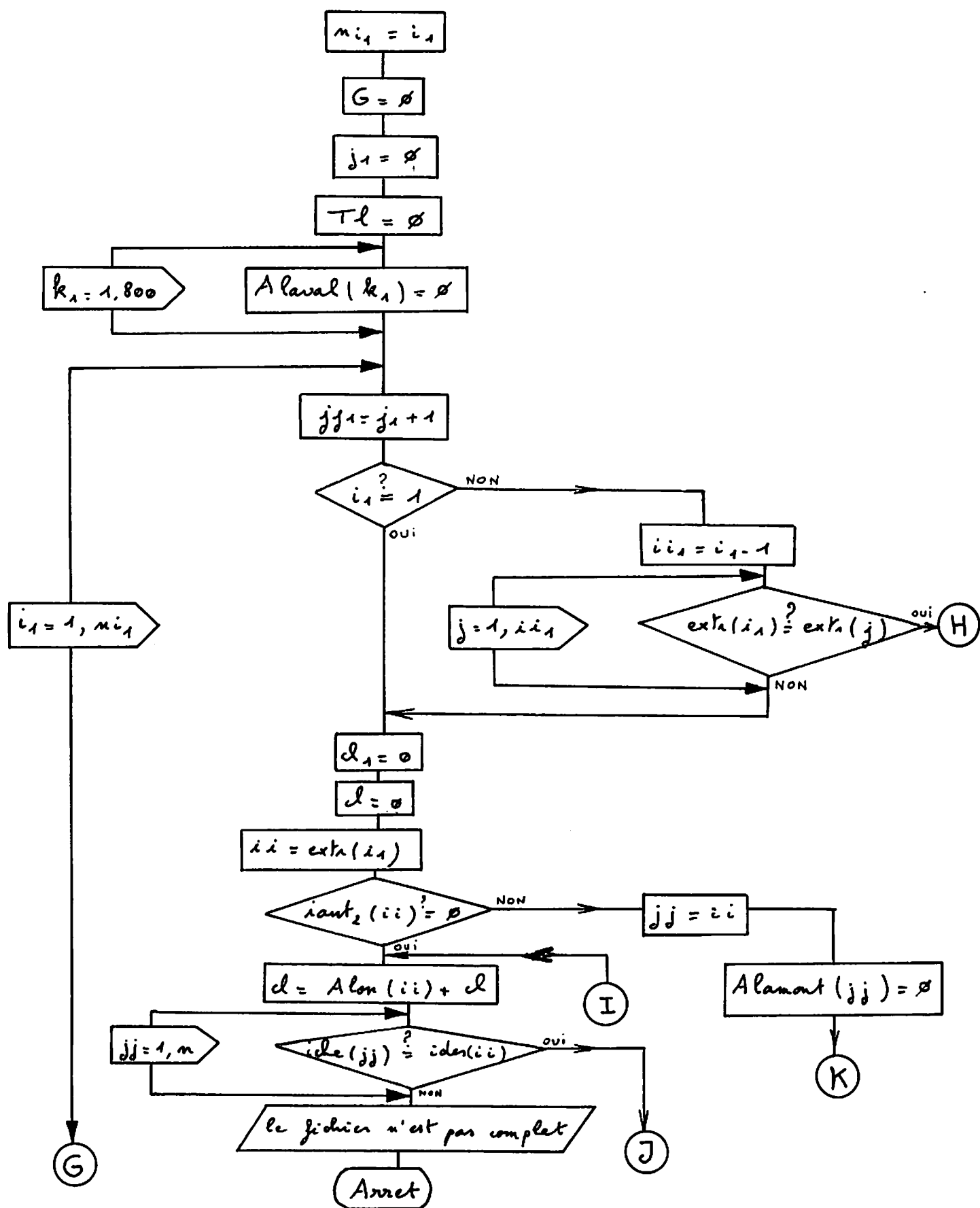




Deuxième partie : calcul du nombre de bifurcations en fonction de S .



Troisième partie : calcul de la longueur
du réseau en fonction de S.



PROGRAMME PFEFRACTAL

(langage : FORTRAN)

```

F/PFEFRACTAL/
00001.000*1,$L
00001.000      DIMENSION ICHE(800),SURF(800)
00002.000      DIMENSION IDES(800),IANT1(800),IANT2(800),ALON(800)
00003.000      DIMENSION BIF(100),SUR(100),S1(100),S2(100)
00004.000      DIMENSION NBIF(100),X(100),Y(100),SF(100)
00005.000      DIMENSION ALAVAL(800),ALAMONT(800),CLON(100),INDICE(100)
00005.500      INTEGER EXTR(100)
00006.000      DOUBLE PRECISION NOHRUE
00006.200 C
00006.300 C
00006.500 C*****LECTURE DU BASSIN VERSANT*****
00007.000      IF=100
00008.000      S0=0
00008.500      TLONG=0
00009.000      READ(IF)ISR,NBV
00010.000      DO 11 J=1,NBV
00011.000      READ(IF)ICHE(J),NCODE,NOHRUE,SURF(J),REV,PENTER,XGENE,YGENE,ITER
00012.000      S0=S0+SURF(J)
00013.000 11    CONTINUE
00014.000      IP=110
00015.000      READ(IP) ISR,NPOINT,IEX,NCOUP
00016.000      WRITE(108,17)
00017.000 17    FORMAT(/,' CARACTERISTIQUES DU BASSIN VERSANT',/,2X,34(1H*),/)
00018.000      IF(NCOUP.EQ.0) GOTO 21
00019.000      READ(IP)( INDCOUP,INDSR, J=1,NCOUP)
00020.000 21    DO 15 J=1,NPOINT
00021.000      READ(IP) I,IDES(J),IANT1(J),IANT2(J),ALON(J),PEN,IT,ICLAS
00021.500      TLONG=TLONG+ALON(J)
00022.000 15    CONTINUE
00023.000      WRITE(108,26)
00023.100 26    FORMAT('TAPEZ 1 SI VOUS VOULEZ LES DONNEES DU BV',/,
00023.200      S'SINON TAPEZ 2')
00023.300      READ(105,27)M2
00023.400 27    FORMAT(I1)
00023.500      IF(M2.EQ.2)GOTO 16
00024.000      DO 16 J=1,NBV
00025.000      WRITE(108,12)ICHE(J),IDES(J),IANT1(J),IANT2(J),SURF(J),ALON(J)
00026.000 12    FORMAT(4I6,F10.3,F7.2)
00027.000 16    CONTINUE
00029.000 C
00030.000      N=NBV
00031.000      WRITE(108,25)N,IEX
00032.000 25    FORMAT(/,'NOMBRE DE POINTS:',I6,/, 'EXUTOIRE:',I6)
00032.500      WRITE(108,38)S0,TLONG
00032.600 38    FORMAT('SURFACE TOTALE:',F12.2,/, 'LONGUEUR TOTALE:',F10.2)
00033.000      M=0
00034.000      I2=0
00035.000      S=S0
00035.500      WRITE(108,104)
00035.600 104   FORMAT('VALEUR DE A: S=S0/A')
00036.000      READ(105,103) A
00037.000 103   FORMAT(F7.3)
00038.000 C

```

programme PFE FRACTAL (suite)

```

00039.000 C*****PARTIE 1*****
00040.000 C*****RECHERCHE DES BIFURCATIONS*****
00043.000 180 K=1
00044.000 I=1
00045.000 I1=0
00046.000 10 J=0
00047.000 IF(IANT1(I).EQ.0) GOTO 20
00047.500 70 IF(I.EQ.N) GOTO 107
00048.000 I=I+1
00049.000 GOTO 10
00050.000 20 I1=I
00051.000 90 J=J+1
00052.000 IF(J.NE.1) GOTO 30
00053.000 SI=SURF(II)
00054.000 GOTO 40
00055.000 30 SI=SI+SURF(II)
00056.000 40 DO 1 JJ=1,N
00057.000 IF(ICHE(JJ).EQ.IDES(II)) GOTO 50
00058.000 1 CONTINUE
00058.500 WRITE(108,115)IDES(II),II,I
00058.600 115 FORMAT('IDES(II)=' ,I6,'II=' ,I6,'I=' ,I6)
00059.000 WRITE(108,101)
00060.000 101 FORMAT('1 LE POINT N EST PAS DANS LE FICHIER')
00061.000 STOP
00062.000 50 IF(SI.LT.S) GOTO 60
00063.000 I1=I1+1
00064.000 EXTR(I1)=JJ
00064.500 WRITE(108,401)I1,ICHE(EXTR(I1))
00064.600 401 FORMAT('CHEMIN',I4,' : EXTREMITE=' ,I7)
00065.000 IF(I.EQ.N) GOTO 107
00066.000 GOTO 70
00067.000 60 IF(IANT2(JJ).NE.0) GOTO 80
00068.000 II=JJ
00069.000 GOTO 90
00070.000 80 S1(K)=SI
00071.000 BIF(K)=ICHE(JJ)
00072.000 KK=K
00073.000 110 IF(KK.NE.1) GOTO 100
00074.000 K=K+1
00075.000 GOTO 70
00076.000 100 KK=KK-1
00077.000 IF(BIF(KK).NE.BIF(K)) GOTO 110
00078.000 S2(KK)=S1(K)
00079.000 SUR(KK)=S2(KK)+S1(KK)
00080.000 160 II=JJ

```

programme PFEFRACTAL (suite)

```

00081.000      DO 2 JJ=1,N
00082.000      IF(ICHE(JJ).EQ.IDES(II)) GOTO 120
00083.000  2    CONTINUE
00084.000      WRITE(100,102)II,JJ,ICHE(JJ),IDES(II)
00085.000 102   FORMAT(2I6,16,16,'2 LE POINT N EST PAS DANS LE FICHIER')
00086.000      WRITE(100,37)I,K
00087.000  37   FORMAT(2I5)
00088.000      DO 35 I3=1,K
00089.000      WRITE(100,36)I3,BIF(I3),S1(I3),S2(I3),SUR(I3)
00090.000  36   FORMAT(I5,F6.0,3F12.2)
00091.000  35   CONTINUE
00092.000      STOP
00093.000 120   IF(SUR(KK).LT.S) GOTO 130
00094.000      I1=I1+1
00095.000      EXTR(I1)=JJ
00095.500      WRITE(100,400)I1,ICHE(EXTR(I1))
00095.600 400   FORMAT('CHENIN',I4,' : EXTREHITE=',I7)
00096.000      IF(I.EQ.N) GOTO 107
00097.000      GOTO 70
00098.000 130   SUR(K)=SUR(KK)+SURF(II)
00099.000      KK=K
00100.000      IF(ICHE(JJ).NE.IEX) GOTO 140
00101.000      SUR(K)=SUR(K)+SURF(JJ)
00102.000      S2(K)=0
00103.000      BIF(K)=IEX
00104.000      S1(K)=SUR(K)
00105.000      NK=K
00106.000      WRITE(100,43)
00107.000  43   FORMAT('/',' TABLEAU DES CHEMINEES-BIFURCATIONS',/,2X,34(1H*),//,
00107.500      S' I BIF SURFACE S1 SURFACE S2 S1 + S2 ',/,2X,46(1H-))
00108.000      DO 42 I3=1,NK
00109.000      WRITE(100,41)I3,BIF(I3),S1(I3),S2(I3),SUR(I3)
00110.000  41   FORMAT(I5,F6.0,3F12.2)
00111.000  42   CONTINUE
00112.000 107   IF(M.EQ.0) GOTO 135
00113.000      GOTO 260
00114.000 140   IF(IANT2(JJ).NE.0) GOTO 150
00115.000      GOTO 160
00116.000 150   S1(K)=SUR(K)
00117.000      BIF(K)=ICHE(JJ)
00118.000      IF(S1(K).GE.S) GOTO 170
00119.000      GOTO 110
00120.000 170   I1=I1+1
00121.000      EXTR(I1)=JJ
00121.500      WRITE(100,402)I1,ICHE(EXTR(I1))
00121.600 402   FORMAT('CHENIN',I4,' : EXTREHITE=',I7)
00122.000      IF(I.EQ.N) GOTO 107
00123.000      GOTO 70

```

```

00125.000 C*****PARTIE 2 *****
00126.000 C*****CALCUL DU NOMBRE DE BIFURCATIONS*****
00127.000 135 WRITE(108,136)
00128.000 B=A
00129.000 READ(105,137)M1
00130.000 137 FORMAT(I1)
00130.400 N9=60
00130.500 WRITE(108,51)
00130.600 51 FORMAT(/,' I BIF SURFACE LOG(N) LOG(S0:S)',
00130.650 S/,50(1H-))
00130.700 I9=0
00131.000 IF(M1.EQ.2) N9=1
00132.000 310 DO 44 I9=1,N9
00133.000 138 S=S0/A
00134.000 136 FORMAT(2(/),'TAPEZ 1 SI VOUS VOULEZ UNIQUEMENT LES BIFURCATIONS'
00135.000 S/, 'TAPEZ 2 SI VOUS VOULEZ EGALEMENT LES LONGUEURS ')
00136.000 I2=I2+1
00137.000 NB=0
00138.000 NK1=NK-1
00139.000 DO 3 K=1,NK1
00140.000 IF(S.GT.S1(K)) GOTO 3
00141.000 IF(S.GT.S2(K))GOTO 3
00142.000 NB=NB+1
00143.000 3 CONTINUE
00144.000 NB=NB+1
00145.000 A=B** (I2+1)
00146.000 NBIF(I2)=NB
00147.000 SF(I2)=S
00148.000 X(I2)=LOG(NB)
00149.000 Y(I2)=LOG(S0/S)
00150.000 N=1
00153.000 WRITE(108,39)I2,NBIF(I2),SF(I2),X(I2),Y(I2)
00154.000 39 FORMAT(I6,I6,F12.2,F10.3,F10.3)
00155.000 IF(S.LT.800) GOTO 7
00156.000 44 CONTINUE
00156.500 IF (I9.GE.60) GOTO 7
00157.000 GOTO 180

```

```

00159.000 C*****PARTIE 3 *****
00252.000 C*****CALCUL DES LONGUEURS *****
00253.000 260 NI1=I1
00254.000 WRITE(108,407)
00255.000 407 FORMAT(/,'LONGUEURS',/,9(1H*))
00256.000 G=0
00257.000 J1=0
00258.000 TL=0
00259.000 DO 6 K1=1,800
00260.000 ALAVAL(K1)=0
00261.000 6 CONTINUE
00262.000 DO 4 I1=1,NI1
00263.000 JJI=J1+1
00264.000 IF(I1.EQ.1) GOTO 420
00265.000 I1=I1-1
00266.000 DO 421 J=1,I1
00267.000 IF(EXTR(I1).EQ.EXTR(J)) GOTO 4
00268.000 421 CONTINUE
00269.000 420 CL1=0
00270.000 CL=0
00271.000 II=EXTR(I1)
00272.000 IF(IANT2(II).EQ.0) GOTO 406
00273.000 JJ=II
00274.000 ALANONT(JJ)=0
00275.000 GOTO 419

```

programme PFEFRACTAL (suite et fin)

```

00276.000 406 CL=ALON(II)+CL
00277.000 DO 5 JJ=1,N
00278.000 IF(ICHE(JJ).EQ.IDES(II)) GOTO 415
00279.000 5 CONTINUE
00280.000 WRITE(108,250)
00281.000 250 FORMAT('3 LE POINT N EST PAS DANS LE FICHIER')
00282.000 STOP
00283.000 415 IF(ICHE(JJ).EQ.IEX) GOTO 408
00284.000 IF(IANT2(JJ).NE.0) GOTO 409
00285.000 II=JJ
00286.000 GOTO 406
00287.000 409 TL=TL+CL
00288.000 II=JJ
00289.000 CL1=CL1+CL
00290.000 ALAMONT(JJ)=CL1
00291.000 CL=0
00292.000 419 IF(ALAVAL(JJ).NE.0) GOTO 418
00293.000 J1=J1+1
00294.000 INDICE(J1)=JJ
00295.000 GOTO 406
00296.000 418 CLON(I1)=ALAMONT(JJ)+ALAVAL(JJ)
00297.000 411 IF(J1.LT.JJ1) GOTO 412
00298.000 DO 410 J=JJ1,J1
00299.000 ALAVAL(INDICE(J))=CLON(I1)-ALAMONT(INDICE(J))
00300.000 410 CONTINUE
00301.000 GOTO 412
00302.000 408 CLON(I1)=CL1+CL
00303.000 TL=TL+CL
00304.000 GOTO 411
00305.000 412 WRITE(108,413)I1,CLON(I1)
00306.000 413 FORMAT('LONGUEUR CHEMIN',I7,/,F13.2)
00309.000 IF(CLON(I1).LE.G) GOTO 4
00310.000 G=CLON(I1)
00311.000 4 CONTINUE
00312.000 WRITE(108,414)TL,G
00313.000 414 FORMAT(/,'LONGUEUR TOTALE DU RESEAU',/,25(1H-),/,F13.2,/,
00314.000 S'PLUS LONG PARCOURS DE L EAU',/,27(1H-),/,F13.2)
00315.000 WRITE(108,416)NI1
00316.000 416 FORMAT('NOMBRE DE CHEMINS',/,17(1H-),/,I10,5(/))
00317.000 GOTO 138
00318.000 7 CONTINUE
00318.500 WRITE(108,300)
00318.600 300 FORMAT(37(1H-))
00319.000 STOP
00320.000 END
EOF HIT
*END

```