

Institut für Wasserwirtschaft, Hydrologie und
landwirtschaftlichen Wasserbau, Universität Hannover

'QUANTIFIZIERUNG DER UNSICHERHEITEN VON ABFLUSSBERECHNUNG IN
STÄDTISCHEN ENTWÄSSERUNGSSYSTEMEN';

ABSCHLUßBERICHT DFG SI 242/7-2

Projektleiter: Prof.Dr.-Ing. F. Sieker

Sachbearbeiter:

erste Fassung (August 1989):

Dr.-Ing. L. Fuchs

Dipl.-Math. R. Okroy

zweite Fassung (1991):

Dr.-Ing. A. Khelil

Dipl.-Math. M. Semke

INHALTSVERZEICHNIS

Vorwort

Teil I : Allgemeine Einführung und Gliederung der Teile.

1. Aufbau der numerischen Simulation.....S. 2
2. Typologie der Unsicherheiten.....S. 6
 - 2.1 Einführung.....S. 6
 - 2.2 Ermittlung des Niederschlags.....S. 7
 - 2.3 Numerische und prinzipielle Unsicherheiten.S. 9
 - 2.4 Empirische Untersuchung.....S. 11
 - 2.5 Analyse der Fehlerfortpflanzung.....S. 11

Teil II : Quantifizierung der Niederschlagsvariabilität

1. Niederschlagsprozeß
 - 1.1 Einführung.....S. 1
 - 1.2 Feuchte Deposition - Niederschlag.....S. 1
 - 1.3 Niederschlagsvariabilität in der Zeit.....S. 8
 - 1.4 Räumliche Niederschlagsvariabilität.....S. 13
2. Niederschlagsmessung und -auswertung
 - 2.1 Niederschlagsmessung für die Hydrologie...S. 17
 - 2.2 Der Regenschreiber.....S. 19
 - 2.2.1 Arbeitsweise unterschiedlicher Gerätetypen.....S. 19
 - 2.2.2 Systemspezifische Fehler.....S. 20
 - 2.3 Der Tropfenspektrograph.....S. 22
 - 2.3.1 Das Meßgerät.....S. 22
 - 2.3.2 Tropfenspektren.....S. 23
 - 2.3.3 Systemspezifische Fehler.....S. 24

2.4	Ermittlung des Gebietsniederschlages aus Punktmessungen.....	S. 26
2.4.1	Definition und Verfahren.....	S. 26
2.4.2	Flächenbezug von Gebiets- niederschlägen	S. 29
2.5	Das Radar.....	S. 31
2.5.1	Prinzip der Radarmessung.....	S. 32
2.5.2	Beziehung zwischen Radarreflektivität und Regenintensität.....	S. 33
2.5.3	Aufbereitung der Radar-Niederschlags- Daten für Simulationszwecke.....	S. 37

**Teil III : Theoretische/numerische Grundlagen der Mo-
dellierung.**

1. Abflußbildung

1.1	Differenzierung der Verlustarten.....	S. 2
1.2	Berechnung der Oberflächenverluste.....	S. 4
1.2.1	Mathematische Formulierung.....	S. 4
1.2.2	Numerische Umsetzung.....	S. 8
1.3	Berechnung der Bodenverluste.....	S. 8
1.3.1	Mathematische Formulierung.....	S. 8
1.3.2	Vergleich der Ansätze unter theoretischen Gesichtspunkten.....	S. 13
1.3.3	Bestimmung der Parameterwerte.....	S. 16
1.3.4	Numerische Umsetzung.....	S. 16

2. Wellenbewegung; Klassifizierung der Ansätze

2.1	Unterscheidung Abflußkonzentration / Abfluß- transport.....	S. 19
2.2	Mathematische Formulierung.....	S. 21

3. Die hydrodynamischen Ansätze

3.1	Das Gleichungssystem von Saint-Venant.....S.	27
3.2	Klassifizierung der numerischen Lösungsverfahren.....S.	33
3.3	Beispiel von Berechnungsschemata in Differenzenverfahren	35
3.4	Numerische Unsicherheiten bei der Lösung des Gleichungssystems.....S.	36
3.5	Vereinfachungen des vollständigen Systems.S.	39
3.6	Anwendung zur Modellierung der Abflußkonzentration.....S.	43
3.7	Anwendung zur Modellierung des Abflußtransports.....S.	45

4. Die hydrologischen Ansätze

4.1	Black-Box-Modelle.....S.	49
4.2	Konzept-Modelle.....S.	52
4.3	Modellierung der Abflußkonzentration.....S.	56
4.3.1	Black-Box Modelle.....S.	56
4.3.2	Konzept-Modelle.....S.	59
4.3.3	Beziehung EGL/Speicherkaskade.....S.	60
4.3.4	Bestimmung der Schwerpunktlaufzeit..S.	62
4.4	Modellierung des Transports.....S.	63
4.4.1	Globale Betrachtung.....S.	63
4.4.2	Detaillierte Betrachtung.....S.	63
4.5	Modelltechnische Unsicherheiten	68
4.5.1	Grundlegende Einschränkungen.....S.	68
4.5.2	Numerische Unsicherheiten.....S.	75

Abb. 16: Zuordnung von Polar- zu kartesischen Koordinaten eines Radar-Meßsektors

Abb. 17: Zuordnung von Radar-Niederschlags-Daten zu Einzugs-gebiets-Niederschlags-Daten

TEIL III: Theoretische/numerische Grundlagen der Modellierung

Abb. 1: Abhängigkeit zwischen Muldenauffüllgrad (ε) und Abflußbeiwert (ψ) in der Grenzwertmethode

Abb. 2: Prinzip des Ansatzes zur Infiltrationsberechnung nach Paulsen

Abb. 3: Verknüpfung der Modellbausteine in SWMM (EPA; 1971)

Abb. 4: Skizze eines "Black-Box" Modells

Abb. 5: Gleichgewicht der Kräfte für ein infinitesimales Element

Abb. 6: Abschnitt zur Herleitung der Kontinuitätsgleichung

Abb. 7: Festes Zeit-Raum-Gitter zur Lösung des Gleichungssystems von Saint Venant mit Differenzenverfahren

Abb. 8: Das Schema von Lax-Wendroff

Abb. 9: Bestimmtheitsbereich und Einflußbereich in expliziten Differenzenverfahren

Abb. 10: Termfunktionen der Bewegungsgleichung am Anfang der Berechnungsstrecke (Verworn W., 1980)

Abb. 11: Charakterisierung des Einzugsgebiets zur hydrodynamischen Simulation der Abflußkonzentration

Abb. 12: Darstellung des "Preissmann slot"

Abb. 13: Systemantwort auf die Momentan-Einheitganglinie (aus Ven Te Chow; 1988)

Abb. 14: Hydraulisches Analogon eines Einzelspeichers

Abb. 15: Beispiele von Speicherkaskaden (Becker, Glos; 1969)

Abb. 16: Idealisierte Einheitganglinie nach Verworn und Harms (1980)

- Abb. 17: Standardeinheitsganglinien nach Verworn und Harms (1980)
- Abb. 18: Abflußganglinie des linearen Einzelspeichers (nach Sieker)
- Abb. 19: Charakteristischer Abschnitt der Länge L (nach Rosemann-Vedral)
- Abb. 20: Ausfluß durch eine kleine Öffnung nach Toricelli (aus Zielke, 1984)
- Abb. 21: Laminare Rohrströmung (aus Zielke, 1984)
- Abb. 22: Teilfüllungskurve für Kreisquerschnitte $\left(\frac{Q_T}{Q_V}\right) = f\left(\frac{h_T}{h_V}\right)$ mit T für Teilfüllung und V für Vollfüllung
- Abb. 23: Abflußschleife und Wasserstandsganglinie eines Hochwasserereignisses (nach Rosemann-Vedral)
- Abb. 24: Charakteristischer Abschnitt nach Kalinin-Miljukov
-
- Tab. 1: Übersicht der Ansatzparameter
- Tab. 2: Parameterwerte der Berechnungsansätze
- Tab. 3: Gegenüberstellung der Schwerpunkte bei der Modellierung der Abflußkonzentration und des Abflußtransports
- Tab. 4: Werte der Arbeitsgleichungskoeffizienten im ersten numerischen Schema (Ansatz des linearen Speichers)
- Tab. 5: Werte der Arbeitsgleichungskoeffizienten im zweiten numerischen Schema (Ansatz des linearen Speichers)
- Tab. 6: Werte der Arbeitsgleichungskoeffizienten im dritten numerischen Schema (Ansatz des linearen Speichers)

ERLÄUTERUNG DER BESCHRIFTUNG

Lateinische Beschriftung (alphabetisch geordnet):

- A : durchströmte Fläche (m^2) (III.3.1)
A_e : siehe ψ_e
A_E : an das Entwässerungssystem angeschlossene Fläche (m^2)
(III.4.3)
A₀ : siehe ψ_0
- B : idealisierte Breite des Einzugsgebietes (m)
B_v : Benetzungsverluste (mm) (III.1.1)
- d_{hy} : hydraulischer Durchmesser (m) (III.3.1)
- DEVS: Prüfgröße zur Berechnung der Deviation zwischen 2
Ganglinien (%) (IV.2)
- DEVM: Prüfgröße zur Berechnung der Deviation zwischen 2
Ganglinien (%) (IV.2)
- DS : Prüfgröße zur Berechnung der Deviation zwischen 2
Ganglinien (%) (IV.2)
- DY : Prüfgröße zur Berechnung der Deviation zwischen 2
Ganglinien (%) (IV.2)
- (1) f: Infiltrationsintensität (mm/ min) (III.1.1)
(2) f: Reibungskräfte in einem infinitesimalen Abschnitt
f_a : aktuelle Infiltrationsintensität (mm/min) (III.1.3)
f_e : Minimalwert der Infiltrationsintensität (mm/min)
(III.1.3)
f₀ : Maximale Infiltrationsintensität (mm/ min) (III.1.3)
f_p : potentielle Infiltrationsintensität (mm / min)
(III.1.3)
- F : kumulative Infiltration (mm) (III.1.3)
- h_v : Verdunstungsverluste (mm) (III.1.1)
h(τ): System-Funktion (III.2.2)
h(x,t): Wasserstand in m über den Normalnull (NN) (I.1)

Par. H: zur Bezeichnung von hydrologischen Parametern

i_{eff} : maximale abflußwirksame Niederschlagsintensität über 10 Minuten innerhalb des Ereignisses (mm/min) (III.4.3.3)

I_R : Reibungsgefälle (-) (III.3.1)

I_S : Sohlgefälle (-) (III.3.1)

k : äquivalente Rauzigkeit (m) (III.3.1)

k ; Rückgangskonstante (s) (III.4.1)

k_{St} : Rauzigkeitsbeiwert nach Manning-Strickler ($\text{m}^{\frac{1}{3}}/\text{s}$) (III.3.1)

l_f : Durchschnittliche Länge des Fließweges auf der Oberfläche (m) (III.4.3.3)

L : idealisierte Länge des Einzugsgebiets in m (III.4.3.3)

M_V : Muldenverluste (mm) (III.1.1)

$N(t)$: gesamte Niederschlagshöhe bis zum Zeitpunkt t (mm)

N_i : Niederschlagshöhe zum Zeitschritt i (mm) (III.1.2)

P : Druckkraft (N/m^2) (III.3.1)

$Q(x,t)$: Flußrate (Abfluß, Durchfluß, Zufluß) (m^3/s) (I.1)

$Q_{\text{ein}}(t)$: Zuflußrate (inflow) (m^3/s) (III.2.2)

$Q_{\text{ab}}(t)$: Abflußrate (outflow) (m^3/s) (III.2.2)

Par. S: zur Bezeichnung von strukturellen Parametern

r_{hy} : hydraulischer Radius (m) (III.3.1)

$R(t)$: Abflußwirksame Niederschlagshöhe (mm)

Re : Reynolds Zahl (-) (III.3.1)

R_i : Abflußwirksame Niederschlagshöhe zum Zeitschritt i (mm) (III.1.2)

$S(t)$: Speicherung im System (m^3) (III.4.2)

STAN : Prüfgröße zur Berechnung der Deviation zwischen 2

Ganglinien (-) (IV.2).

t : zeitliche Koordinate

t_0 : Anfangszeit des zu simulierenden Ereignisses

t_p : Zeit des Auftretens der maximalen Ordinate der EGL
(III.4.3.3)

t_L : Schwerpunktlaufzeit (s) (III.4.3)

T : berechnete Wiederkehrzeit eines Modellregens (Jahr)
(IV.2.4)

T_t : Translationzeit in s (III.2.2)

U : benetzter Umfang (m) (III.3.1)

$U(t)$: Eingabevariable (bzw. Störgröße) in einem hydrologischen Modell (III.2.2)

V_S : Versickerungsverluste (mm) (III.1.1)

$V(x,t)$: Querschnittsgeschwindigkeit (m/s) (I.1)

VOL : Prüfgröße zur Berechnung der Deviation zwischen 2
Ganglinien (%) (IV.2)

W : momentaner Wassergehalt (mm) (III.1.3)

W_0 : Wassergehalt am Anfang des Ereignisses (mm) (III.1.3)

W_S : maximaler versickerungswirksamer Wassergehalt (mm)
(III.1.3)

x : räumliche Koordinate

$X(t)$: Zustandsvariable des Systems in einem hydrologischen
Modell (III.2.2)

$y(x,t)$: Wassertsand über Sohlhöhe in (m) (III.3.1)

Z : Prüfgröße zur Berechnung der Deviation zwischen 2
Ganglinien (1/s) (IV.2)

$Z(t)$: Bezeichnung der Ausgabevariable in einem hydrologischen
Modell (III.2.2)

Griechische Beschriftung (alphabetisch geordnet):

γ : Beschleunigungsvektor (m/s^2). (III.3.1)

$\delta(t)$: Dirac-Delta-Funktion (Systemtheorie) (III.4.1)

Δt : Berechnungszeitschritt (s)

ΔN_i : Niederschlagshöhe zum Zeitschritt i (mm) (III.1.2)

ΔR_i : Abflußwirk. Niederschlagshöhe zum Zeitschritt i (mm)

$\frac{\Delta N}{\Delta t}$: Niederschlagsintensität (mm/min) (III.1.3)

ε : Muldenauffüllgrad (%) (III.1.2)

λ : Reibungsbeiwert nach Prandtl-Colebrook

μ : Mittelwert (statistische Auswertung)

ν : kinematische Zähigkeit (m^2/s)

ρ : Dichte (kg/m^3) (III.3.1)

σ : Standardabweichung (statistische Auswertung)

Φ : Bezeichnung des Transformations-Operators in einem hydrologischen Modell (III.2.2)

ψ : Abflußbeiwert (-) (III.1.2)

ψ_0 : Abflußbeiwert am Anfang des Ereignisses (-) (III.1.2)

ψ_e : Grenzwert, nach dem der Abflußbeiwert strebt (-)
(III.1.2)

Vorwort

Das Ziel des Forschungsvorhabens besteht darin, die Unsicherheiten der Kanalisationsberechnungen zu identifizieren und in übertragbarer Weise zu quantifizieren.

Im abgegebenen Abschlußbericht (Fuchs; 1989) wurden folgende Punkte bemängelt:

1. Die Untersuchung sei nicht den Fragen nachgegangen, wie stark sich Unsicherheiten bei der Ermittlung der räumlichen Niederschlags-Variabilität sowie der wichtigsten Modellparameter auf das N-A-Geschehen in der Kanalisation auswirken.
2. Die Übertragung der Ergebnisse auf die Anwendung in praktischen Fällen hinsichtlich Planung, Sanierung und Steuerung von Kanälen wurde nicht ausreichend behandelt.
3. Die Fehlerfortpflanzung mit Intervallarithmetik sei angegeben worden. Weder eine theoretische noch eine empirische Analyse der Fehlerfortpflanzung wurde vorgenommen.

Im vorliegenden Bericht werden durch Betrachtung der zugrundeliegenden Vorstellungen in repräsentativen Modellansätzen jeweils ihre theoretischen Grenzen stärker beleuchtet. Dieser neue Schwerpunkt der Thematik 'Unsicherheit' trägt mit dazu bei, eine erleichterte Interpretation der Ergebnisse von praktischen Untersuchungen zu ermöglichen und demzufolge ihre Übertragbarkeit besser einzuschätzen.

An der Bearbeitung dieses Berichts waren folgende Personen beteiligt:

Projektleiter: Prof. Dr.-Ing. Sieker

Sachbearbeiter:

Dr. -Ing A. Khelil untersucht schwerpunktmäßig die theoretischen Grundlagen der Modelle und ihre Grenzen.

Dip. -Math. M. Semke arbeitet seit mehreren Jahren mit der Radarmessung und untersucht schwerpunktmäßig die Größe und den Einfluß der räumlichen und zeitlichen Niederschlagsvariabilität.

Wissenschaftliche Hilfskräfte:

J. Grohe

V. Huhn

Z.Y. Jin

M. Siekmann

TEIL I:

ALLGEMEINE EINFÜHRUNG

1. Aufbau der numerischen Simulation

Das beobachtete System ist das Gebilde "Einzugsgebiet-und-Kanal" während eines Niederschlagsgeschehens. Der gesamte nachzubildende Vorgang wird als Niederschlags-Abfluß-Prozeß (kurz N-A) bezeichnet. Er setzt sich aus mehreren einzelnen (nacheinander geschalteten oder parallel verlaufenden) Verlust- und Fließ- Vorgängen zusammen, die die Bewegung der Wasserteilchen ausgehend von der Oberfläche bis zum gegebenen Bezugspunkt im Entwässerungssystem (normalerweise dem Auslaß) ermitteln sollen.

Teilsysteme	Teilvorgänge
Oberfläche	1.Abflußbildung
Oberfläche	2.Abflußkonzentration
Kanalisation	3.Abflußtransport

Tab. 1: Gegenüberstellung der Systeme und der sich dort abspielenden Vorgänge

In allen üblichen Berechnungsmethoden wird das System (bzw. die Vorgänge) in zwei hintereinander liegende Teilsysteme (bzw. drei Teilvorgänge) unterteilt (siehe Abb. 1 , Tab. 1). Dies führt zu der folgenden Vorgehensweise für eine Simulation:

1. Beschreibung der Eingangsdaten

In diesem Bericht wird mit dem Begriff Eingangsdaten einzig die Belastungsgröße Niederschlagsintensität betrachtet. Sie ist räumlich und zeitlich verteilt.

2. Beschreibung der Transformationsvorgänge

2.1 Der Niederschlag wird bei Ankunft auf der Erdoberfläche einer ersten Transformation, der "Abflußbildung", unterzogen. Während der Abflußbildung wird der Teil des Niederschlags, der nicht abflußwirksam ist, als Regenverlust abgezogen.

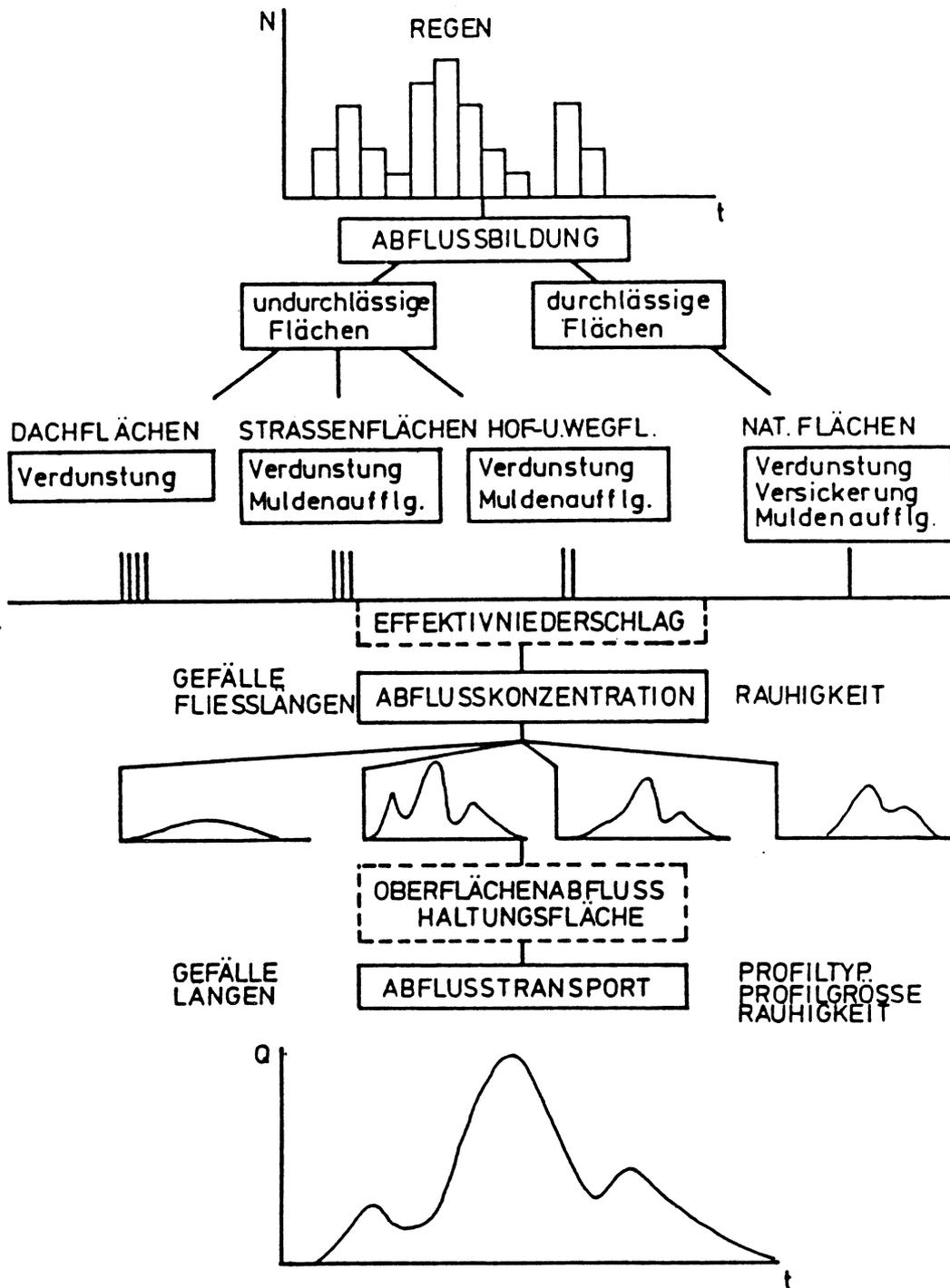


Abb.1 (aus Fuchs;1989) : Prinzipieller Aufbau von N-A Modellen in der Stadthydrologie.

2.2 Die Bewegung des abflußwirksamen Regens an der Oberfläche des Einzugsgebiets bis zum Eintritt in den Kanal wird "Abflußkonzentration" genannt.

2.3 Der Begriff "Abflußtransport" umfaßt die Bewegung der Welle innerhalb der Kanalisation.

3. Ausgabe der Ergebnisse

Der mögliche Umfang der Ausgabe hängt mit der erreichbaren Genauigkeit des verwendeten Modells zusammen.

Die wesentliche Rolle bei der Modellentwicklung spielt die erforderliche Genauigkeit in Zusammenhang mit dem Aufwand zur Erhebung der Daten und der verfügbaren Rechenkapazität. Jeder Modellansatz bildet einen Kompromiß zwischen den drei oben genannten Kriterien, den es je nach Anwendungsbereich zu optimieren gilt.

Die erforderliche Modellgenauigkeit sollte sich aufgrund der Zielsetzung bestimmen lassen. Zu den Zielen einer numerischen Simulation wird folgendes gezählt:

- Dimensionierung eines Entwässerungssystems (bzw. eines Teilsystems).
- Analyse der Leistungsfähigkeit eines existierenden Kanalsystems zur Entwicklung von Sanierungsmaßnahmen.
- Ermittlung von Zuflußvorhersagen bei der on-line Steuerung.
- Simulation/Optimierung zur Ermittlung von Strategien zum Betrieb von Steuerungsorganen (Pumpen, Wehre, Schieber) während eines N-A-Ereignisses.
- Erfassung des Schmutzstofftransports sowie der Ablagerung.

Der Zustand an einem Punkt des Kanals wird theoretisch durch drei Größen beschrieben:

- Wasserstand h (mNN)
- Durchfluß Q (m^3/s)
- Geschwindigkeit v (m/s)

Im allgemeinen Fall gibt es an einem bestimmten Querschnitt eines betrachteten Rohres vertikal und horizontal unterschiedliche Durchflüsse (bzw. Geschwindigkeiten), deren Ausprägung einen entscheidenden Einfluß auf den Verlauf bestimmter Prozesse (wie z.B. dem Schmutztransport bzw. der Schmutzablagerung) üben kann (siehe Wöhrle, Brombach, 1991). Keine der in der Literatur vorgestellten Modelle (zur Simulation eines städtischen Entwässerungssystems) bietet jedoch diese detaillierte Erfassung der Zustände. Der Aufwand zur Herstellung und Verifizierung eines solchen Modells (Rechenkapazität, Messungen, ...) stünde in keinem Zusammenhang mit den zu erwartenden Verbesserungen. Im besten Fall liefern also die angewandten Simulationsmodelle an bestimmten Querschnitten des Systems drei Zustandswerte $h(x,t)$, $Q(x,t)$, $V(x,t)$, wobei x der räumlichen Koordinate entlang der Längsachse und t der zeitlichen Koordinate entspricht.

Die Charakteristiken eines jeweiligen Modells $M_i(S_i, H_i)$ lassen sich aus morphometrisch-strukturellen Parametern S sowie vorgangsspezifischen (bzw. hydrologischen) Parametern H herleiten. Zu den Parametern S werden die geometrischen Kenndaten der Teilgebiete sowie des Kanalnetzes (Einzugsflächen, Fließlängen, Fließgefälle, Rohrdurchmesser, Verknüpfungen, etc) gezählt. Die hydrologischen Parameter charakterisieren den Ablauf bestimmter Vorgänge unabhängig vom untersuchten Entwässerungssystem. Als Beispiel eines hydrologischen Parameters kann die Infiltrationsrate für einen bestimmten Boden genannt werden. (Im Prinzip ist es für die Bestimmung unerheblich, zu welchem Entwässerungssystem der Boden gehört).

Bemerkung:

In vielen (z.B. global-hydrologischen) Modellen ist durch die vollzogenen Vereinfachungen der mathematischen Formulierung eine klare Trennung zwischen strukturellen und hydrologischen Parametern nur teilweise gewährleistet. Auf die damit verbundenen Probleme, wird im Einzelfall näher eingegangen.

2 Typologie der Unsicherheiten

2.1 Einführung

Unsicherheiten (bzw. Fehler)¹ bei einer Simulation ergeben sich mindestens auf zwei Ebenen;

1. Modelltechnische Ebene:

- in der zugrundeliegenden mathematischen Formulierung zur Nachbildung der realen Vorgänge
- im verwendeten numerischen Verfahren zur Lösung der Gleichungen

2. Ermittlung und Auswahl der notwendigen Eingangsdaten:

Bei einer rein quantitativen Betrachtung stellen die Niederschlagsintensitäten die einzigen Belastungsdaten dar.

3². Ermittlung modellspezifischer Parameterwerte

4. Beschreibung des Entwässerungssystems

- Die theoretische Analyse in Teil III konzentriert sich auf Punkt 1. Sie setzt sich mit den Grundlagen der verschiedenen Simulationsansätze und ihre gegenseitigen Beziehungen auseinander.

- Bei den anderen Punkten stellt sich die Frage, inwieweit Unsicherheiten bei der Bestimmung der Parameterwerte (bzw. Eingangswerte) einen Einfluß auf die Simulationsergebnisse ausüben. Dies kann durch eine Sensitivitätsanalyse (bzw. Fehlerfortpflanzungsanalyse) untersucht werden. Dabei können

¹ Im folgenden wird fast ausschließlich von Unsicherheit gesprochen. Dies trägt der Tatsache Rechnung, daß die 'Wahrheit' über das Phänomen letzten Endes unbekannt bleibt, und daß dementsprechend viele Erkenntnisse nur durch den relativen Vergleich zwischen den Simulationsergebnissen gewonnen werden.

² Eine Unterscheidung zwischen den Punkten 3 und 4 ist vom Komplexitätsgrad der Modellierung abhängig. In vielen Fällen ist die Zuordnung in die eine oder andere Kategorie Sache der Interpretation.

theoretische sowie empirische Verfahren herangezogen werden. Theoretische Verfahren beruhen auf einer Manipulation der Gleichungen (z.B. Ableitung nach dem entsprechenden Parameter). Sie werden nur in begrenzten Fällen durchführbar. Empirische Untersuchungen beruhen auf der (statistischen) Auswertung von Simulationsergebnissen. In beiden Fällen ist die Interpretation der Ergebnisse besonders schwierig, wenn viele Parameter gleichzeitig mit (großen) Fehlern behaftet sind, da die berechnete Bandbreite möglicher Ergebnisse dementsprechend groß wird.

2.2. Unsicherheiten bei der Ermittlung des Niederschlags (Teil II)

Der Niederschlag ($N(x,t)$) ist räumlich (x) und zeitlich (t) differenziert. Im günstigen Fall werden in kleinen städtischen Gebieten (< 100 ha) Niederschlagshöhen nur an einem Regenschreiber mit einer zeitlichen Auflösung von 5 Minuten aufgenommen. In grossen Gebieten ($> 100 \text{ km}^2$) wird das Regenschreibernetz als dicht angesehen, wenn es im Mittel mehr als einen Regenschreiber pro 25 km^2 gibt.

Aus einem Arbeitsbericht (1989) der **LAWA** (Länderarbeitsgemeinschaft Wasser) wird für die Aufgaben der Stadtentwässerung ein Grenzwert von 1 Regenschreiber pro 5 km^2 vorgeschlagen. Die zeitliche und räumliche Auflösung der Niederschlagsaufnahme hängt aber eng mit der zu erfüllenden Aufgabe zusammen.

Soll z.B. einen Kanal (bzw. ein Teil eines Kanals) dimensioniert werden, kann für die Eingangswerte ein (oder mehrere) Modellregen verwendet werden. Die Variabilität des Naturregens ist zweitrangig.

Will man dagegen den Verlauf eines bestimmten Ereignisses, welches in einem existierenden Kanal zu Überlastungen geführt hat, nachvollziehen, so ist es erforderlich, über eine detailliertere Beschreibung des Niederschlags, des Kanals und der Vorgänge im Kanal zu verfügen.

Aufgabe (Bezugszeit- intervall)	Gebietsgröße					Zuschlags- faktor für Bergland	Geräteaus- rüstung
	< 20 km ²	20-50 km ²	50-200 km ²	200-1000 km ²	> 1000 km ²		
Bilanzie- rungen (Jahre/ Monate)	5	5-3	3-2	2-1	1		sammelnd
Bewirtschaf- tungspläne (Monate/ Tage)	-	7-4	4-2	2-1	1	1,5-3	sammelnd
Hochwasser- schutz (Tage/ Stunden/ Minuten)	10	10-5	5-2	2-1	1-0,5		registrierend
Stadtent- wässerung (Stunden/ Minuten)	20	20-15	15-10	10-5	-	-	registrierend

Tab. 2: Richtwerte für die Dichte von Niederschlagsmeßnetzen
(aus dem LAWA Bericht)

Die Angabe eines pauschalen Wertes bezüglich der Netzdichte von Regenschreibern hat deshalb wenig Sinn.

Im Rahmen dieser Untersuchung wird die Variabilität und Erfassung des Niederschlags für sich charakterisiert, wozu folgende Fragestellungen herangezogen werden:

- Beziehung zwischen Punkt-Niederschlag und Flächen-Niederschlag.
- Vergleich von Daten aus Regenschreiber- und entsprechenden Radarmessungen.

In einem weiteren Schritt wird der Einfluß der Niederschlagsvariabilität auf die berechneten Abflußganglinien 'empirisch' quantifiziert. Mit der Bezeichnung 'empirisch' soll ausgedrückt werden, daß diese Untersuchung anhand eines bestimmten Modells (dessen Annahmen und Charakteristiken erläutert werden) geschieht. Die Übertragbarkeit der Ergebnisse wird jedoch diskutiert.

2.3. Untersuchung "prinzipieller" sowie numerischer Unsicherheiten (Teil III)

Da die jeweiligen Vorgänge mit vertretbarem Aufwand nachgebildet werden müssen, setzt jeder Modellansatz zwangsläufig eine gezielte Vereinfachung der wirklichen Verhältnisse voraus. Die Festlegung der zugrunde liegenden Modellvorstellungen und der entsprechenden Modellparameter ergeben sich aus einem Kompromiß.

Es ist denkbar, Modellergebnisse durch Heranziehen zusätzlicher Informationen immer genauer mit bestimmten gemessenen Daten in Übereinstimmung zu bringen. Die Vielzahl der Modellparameter trägt der Tatsache Rechnung, daß die Wirklichkeit aus vielen miteinander verflochtenen Einflüssen besteht. Die Erklärbarkeit und Lesbarkeit des Modells wird aber

dementsprechend immer mehr erschwert und letzten Endes seine Übertragbarkeit. Die erreichte Genauigkeit durch Erhöhung der Parameterzahl ist also trügerisch. Wenn das Modell andererseits nur wenige Parameter zählt, ist die Gefahr groß, daß jeder dieser Parameter stellvertretend für mehrere unterschiedliche 'Einflüsse' stehen muß. Damit geht ihre Eindeutigkeit verloren; die Übertragbarkeit der Kalibrierung ist wiederum schwierig zu gewährleisten.

Ein gutes Modell erfüllt folgende Voraussetzungen:

- Es besteht aus wenigen eindeutig und leicht zu berechnenden Parametern.
- Es bildet die beobachtete Größe mit ausreichender Genauigkeit nach.

Die erforderliche Genauigkeit der Berechnungsergebnisse ist in erster Linie abhängig vom übergeordneten Ziel der Simulation. Bei der Dimensionierung eines Netzes kommt es z.B. einzig auf die zu gewährleistenden Abflußleistungen der einzelnen Rohre an. Die nachzubildende Größe ist also der Durchfluß. Bei der Untersuchung von Sanierungsmaßnahmen oder Entwicklung von Steuerungsstrategien zur Ausnutzung des Kanalstauraums müssen zusätzlich die Wasserstände an den kritischen Stellen erfaßt werden.

Im Rahmen dieser Arbeit werden zunächst die Grundlagen der in der Stadthydrologie repräsentativen Ansätze vorgestellt. Theoretische Basis der Gleichungen und Deutung(en) der angewandten Parameter (H,S) werden erläutert, damit eine klare Abgrenzung der Anwendungsbereiche der Modelle und eine jeweils zweckmäßige Fragestellung bezüglich der Unsicherheit erfolgen kann. Es werden, wenn es sich empfiehlt, Berechnungsbeispiele aus der Literatur herangezogen. Diese sollen darstellen, welche Ergebnisse unter den besten Voraussetzungen durch einen gegebenen Ansatz erreichbar sind.

2.4. Empirische Untersuchung (Teil IV)

Ziel der empirischen Untersuchung ist es, die aus der theoretischen Analyse hervorgegangenen Schlußfolgerungen an praktischen Beispielen zu präzisieren. Unter anderem werden folgende Punkte herangezogen:

- Einfluß der Parameterbestimmung auf die Ergebnisse eines detaillierten hydrologisch-hydrodynamischen Modellansatzes; dies geschieht durch Gegenüberstellung der Ergebnisse nach Einsatz der sogenannten Standardparameter und derjenigen, nach Einsatz der kalibrierten Parameter.
- Vergleich der Ergebnisse von verschiedenen Berechnungsansätzen; Berechnung der Deviationen zwischen den erhaltenen Abflußganglinien.

Die gewählten Entwässerungssysteme sind 19 international zusammengestellte Kanalisationen, die sogenannten 'UDC-Netze' (Maksimovic; 1986). Niederschlagsdaten und die entsprechenden Abflußganglinien wurden jeweils für mehrere Ereignisse aufgenommen.

2.5 Analyse der Fehlerfortpflanzung (Teil V)

Einer der Schwerpunkte des ursprünglich formulierten Vorhabens ist die Quantifizierung der gesamten Modell-Unsicherheit durch eine Fehlerfortpflanzungsanalyse. Die Vorgehensweise zur Untersuchung der Fehlerfortpflanzung wurde im ersten Zwischenbericht anhand eines bestimmten Simulationsmodells ("HYSTEM-EXTRAN") vorgestellt. Vorhandene Simulationsergebnisse wurden ebenfalls dargestellt und diskutiert.

Leider bestand keine Möglichkeit innerhalb kurzer Zeit in der neuen Bearbeitung diese gewonnenen Ergebnisse zu vervollständigen. Eine Rechnerumstellung (Hardware und Betriebssystem) im Rechenzentrum der Universität Hannover führte zum Verlust aller Anwendungsmöglichkeiten der Intervallarithmetik, eine notwendige Voraussetzung der Fehlerfortpflanzung.

TEIL II:

QUANTIFIZIERUNG DER NIEDERSCHLAGSVARIABILITÄT

1. Niederschlagsprozeß

1.1 Einführung

Der Niederschlagsprozeß gliedert sich in Zeiten trockenener und feuchter Depositionen. Während Trockenzeiten findet die Staubdeposition statt. Ihr beschreibender Teilprozeß wird als "fall out" bezeichnet. Dagegen teilt sich die Zeit feuchter Deposition (Niederschlagszeiten) in zwei unterschiedliche Teilprozesse auf. Zum einen der quantitative Niederschlagsprozeß, der die Variabilität des Niederschlages im Raum und in der Zeit beschreibt, und zum anderen der qualitative Niederschlagsprozeß, der die Verschmutzung des Niederschlages umfaßt.

Da dieser Bericht sich ausschließlich auf Modelle der Niederschlags-Abfluß-Simulation bezieht, und daher nur der quantitative Niederschlagsprozeß als Modell-Belastungsgröße von Bedeutung anzusehen ist, wird auf eine weitere detaillierte Erläuterung der Staubdeposition und des qualitativen Niederschlagsprozesses verzichtet.

1.2 Feuchte Deposition - Niederschlag

Feuchte Depositionen können in Form von Regen, Schnee, Eiskristallen, Graupel, Hagel, Nebel, Tau oder Reif auftreten. Dabei hängt die jeweilige Erscheinungsform vor allem von den meteorologischen Größen Wind, Temperatur und Luftdruck ab. Dem eigentlichen Niederschlagsprozeß geht in der Regel die sogenannte Kondensation-Phase voraus. Voraussetzung für die Kondensation von Wasserdampf zu Tröpfchenwolken sind kleine hygroskopische Partikel, sogenannte Kondensationskerne, die meistens aus Salzpartikeln der Ozeane oder aus Verbrennungsrückständen bestehen. Ihr Durchmesser ist hierbei in der Regel kleiner als $1 \mu\text{m}$. Der eigentliche Kondensationsvorgang geschieht dann durch Abkühlung der Luft, da warme Luft mehr Wasser aufnehmen kann als kalte. Der Kondensationsvorgang selbst kann zwischen einigen Sekunden für Tröpfchen von ca. $10 \mu\text{m}$

Durchmesser und bis zu einem Tag für kleine Tropfen von ca. 3 mm Durchmesser dauern. Die kondensierten, nicht unbedingt unerheblichen Wassermassen bewirken allein noch keinen signifikanten Niederschlag. Daher versteht man allgemein in der Meteorologie unter dem Begriff Niederschlag alle Kondensationsprodukte, die nicht am Boden entstehen, aber bis zu diesem gelägen. Nach dieser Festlegung gehören somit Tau und Reif nicht zum Begriff Niederschlag.

An der Entstehung von Niederschlag sind noch mindestens zwei weitere, sich ähnelte Prozesse beteiligt, die Kristallisation und die Vereinigung.

Der Kristallisationsprozeß findet bei Temperaturen unter -40°C statt. Zur Bildung von Eiskristallen sind ähnlich wie bei der Kondensation Partikel als Gefrierkerne erforderlich. Durch Kondensation des Wasserdampfes an ihrer Oberfläche vergrößern sie sich, wobei das Kontaktieren mit anderen Partikeln ein zusätzliches Wachsen der Eiskristalle bewirkt. Beim Fallen in warme Luftschichten schmelzen die Eiskristalle und formen sich zu Regentropfen.

Beim Vereinigungsprozeß wächst die Größe der Tröpfchen durch Kollision mit anderen Tröpfchen. Ihre Fallgeschwindigkeit nimmt mit dem Quadrat des Tröpfchendurchmessers zu, so daß sie immer schneller fallen und dadurch auch schneller wachsen. Tropfen von einem Durchmesser von größer als 7 mm zerfallen oftmals in kleinere Tropfen, die die Vereinigung als Kettenreaktion fortsetzen. Dieser Prozeß ist insbesondere in tropischen Regionen oder in warmen Wolkschichten dominant.

Die Abkühlung von Luftmassen, die die vorwiegende Ursache für die Bildung von Niederschlag ist, geschieht in der Regel durch vertikale Luftbewegungen. Diese wird durch drei unterschiedliche Phänomene ausgelöst, die wiederum zur Typisierung der resultierenden Niederschläge geführt haben.

-- Konvektive Niederschläge

Konvektive Niederschläge entstehen durch die Erwärmung der Luft über dem Boden. Beim Erwärmen nimmt die Luft erhebliche Mengen von Wasserdampf auf. Da warme Luft leichter ist als kalte, steigt sie auf und kühlt sich in den oberen Luftschichten wieder ab. Dabei finden die Kondensation und der Niederschlag statt.

Konvektive Niederschläge umfassen leichte Schauer oder kräftige Gewitterregen von relativ kurzer Dauer, einer begrenzten Ausdehnung und hoher räumlicher, sowie zeitlicher Variabilität.

Ein Gewitterregen unterteilt sich dabei in drei Phasen :

Zunächst die Kumulus-Phase, die mit Kumuluswolken beginnt. In ihr findet die Erwärmung der Luft und das Aufsteigen der Luftmassen bis zu einer Höhe von 8.000 m statt. Die Auftriebsgeschwindigkeit beträgt bis zu 50 km/h, wodurch ein Sog entsteht, der starke horizontale Luftströmungen bewirkt. Die Dauer der Kumulus-Phase beträgt ca. 10 bis 15 Minuten.

In der Reife-Phase halten die starken Winde an, sie erreichen Geschwindigkeiten bis über 100 km/h. Dadurch werden in den oberen Schichten der Gewitterzelle innerhalb kurzer Zeit besonders viele Wassertröpfchen und Eiskristalle gebildet. Diese vereinigen sich, beginnen zu fallen und kühlen die darunterliegenden Luftschichten ab. Dadurch entstehen abwärts gerichtete Luftströmungen, die in einer Höhe von knapp 2.000 m eine Geschwindigkeit von über 30 km/h aufweisen. In den darunterliegenden Luftschichten wird diese Fallgeschwindigkeit durch Reibungswiderstände verringert. Starke Niederschläge charakterisieren diese Phase, die ca. 15 bis 30 Minuten dauert.

In der Zerfall-Phase enden die Aufwinde und damit die Zufuhr warmer, feuchter Luftmassen. Die gebildeten Wassertröpfchen und Eiskristalle bewirken weiterhin z.T. ergiebige Niederschläge und

die Fallwinde dominieren, bis sich die Gewitterzelle aufgelöst hat.

-- Orographische Niederschläge

Orographische Niederschläge entstehen durch feuchte Luftmassen, die sich horizontal bewegen und natürliche Barrieren, wie Gebirgshänge überwinden müssen. Dabei steigen die Luftmassen an, kühlen sich ab, kondensieren und sogenannte Steigungs- und Staulagenniederschläge sind die Folge. Ihre Dauer ist dabei von der Gesamtwetterlage abhängig.

-- Zyklonale Niederschläge

Zyklonale Niederschläge entstehen durch die Strömung von Luftmassen von Hochdruckgebieten in Tiefdruckgebiete. Diese Druckunterschiede sind auf die unterschiedliche Erwärmung der Erdoberfläche zurückzuführen. Die auftretenden Niederschläge können durch die Ausbildung einer Front oder durch das Anheben horizontal zusammentreffender Luftmassen in einem Tiefdruckgebiet entstehen. Bei Frontniederschlägen werden die warmen Luftmassen über die kalten gehoben, die dabei erzeugte Abkühlung der warmen Luft verursacht die Niederschläge. Wenn dabei warme Luft die kalte verdrängt, spricht man von einer Warmfront, im umgekehrten Fall von einer Kaltfront. Abbildung 1 zeigt schematisch stark vereinfacht die Funktionsweisen dieser beiden Front-Typen.

Ein weiterer wesentlicher Unterschied zwischen den beiden Frontensystemen ist die Unregelmäßigkeit im Niederschlagsrelief. Eine Warmfront bringt auf dem betroffenen Gebiet geringere Intensitätsunterschiede als ein Niederschlag, der auf einer Kaltfront basiert. Der Effekt der räumlichen und zeitlichen Variabilität verstärkt sich noch, wenn man nicht das gesamte Ereignis, sondern kurze Zeitintervalle betrachtet.

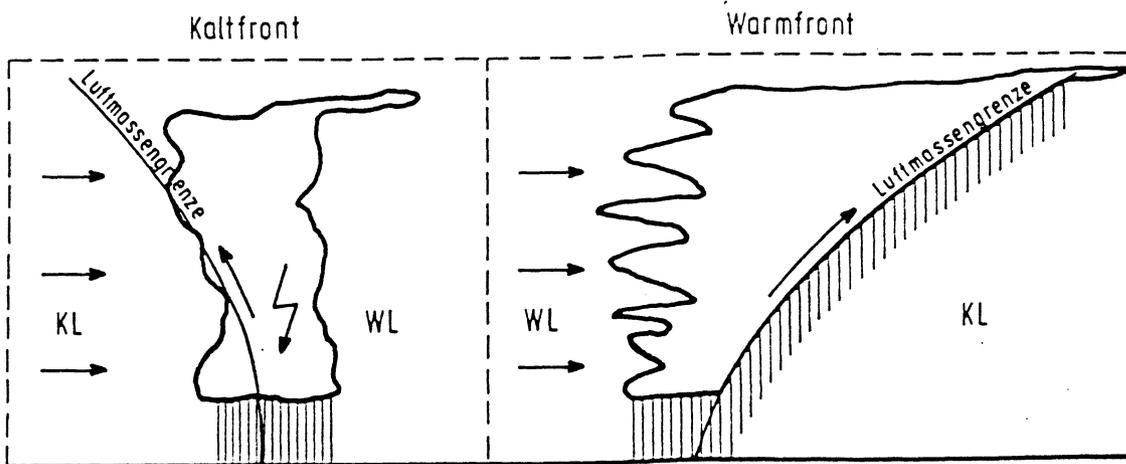


Abb. 1: Vereinfachte Darstellung einer Kalt- und Warmfront (nach Schmitt, 1984)

Die folgenden vier Abbildungen zeigen Beispiele unterschiedlicher Niederschlagstypen, wie sie anhand von 7 Niederschlagsmeßstationen in Hannover registriert wurden.

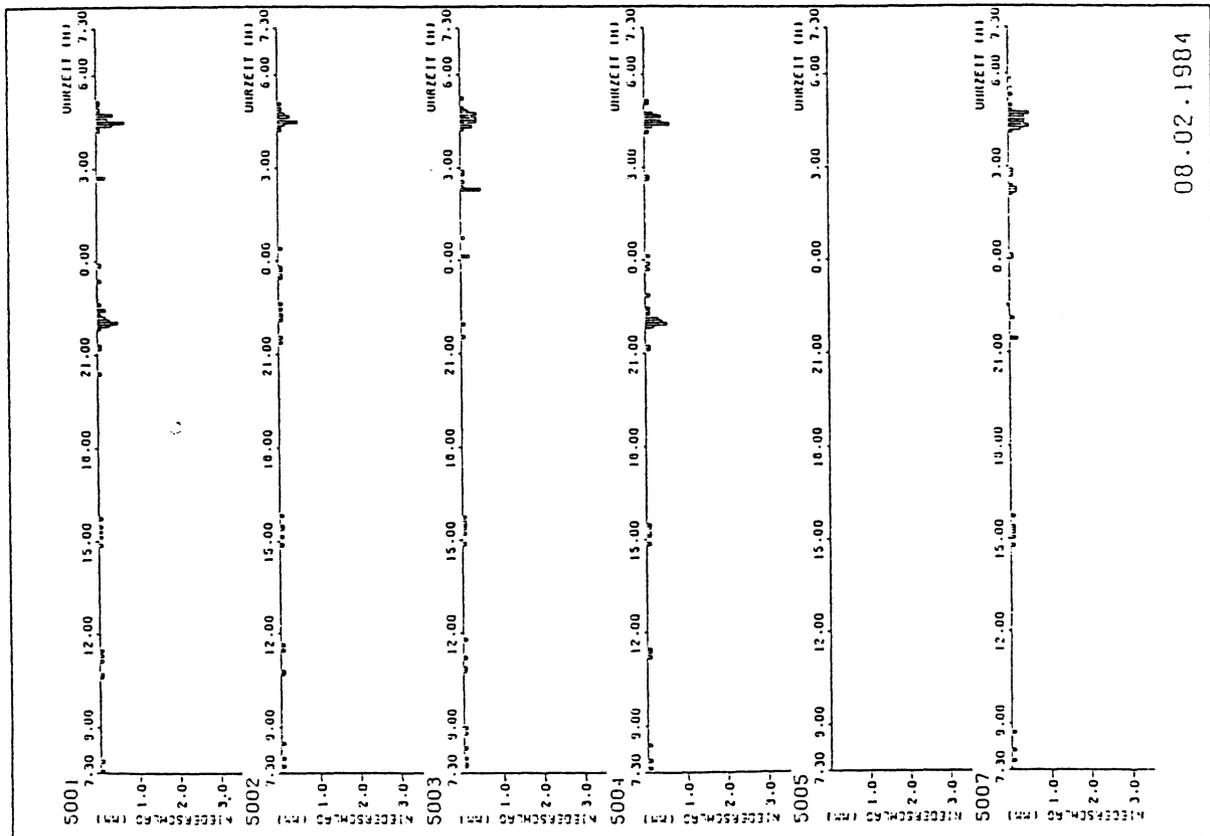


Abb. 2: Warmfront kurzer Dauer

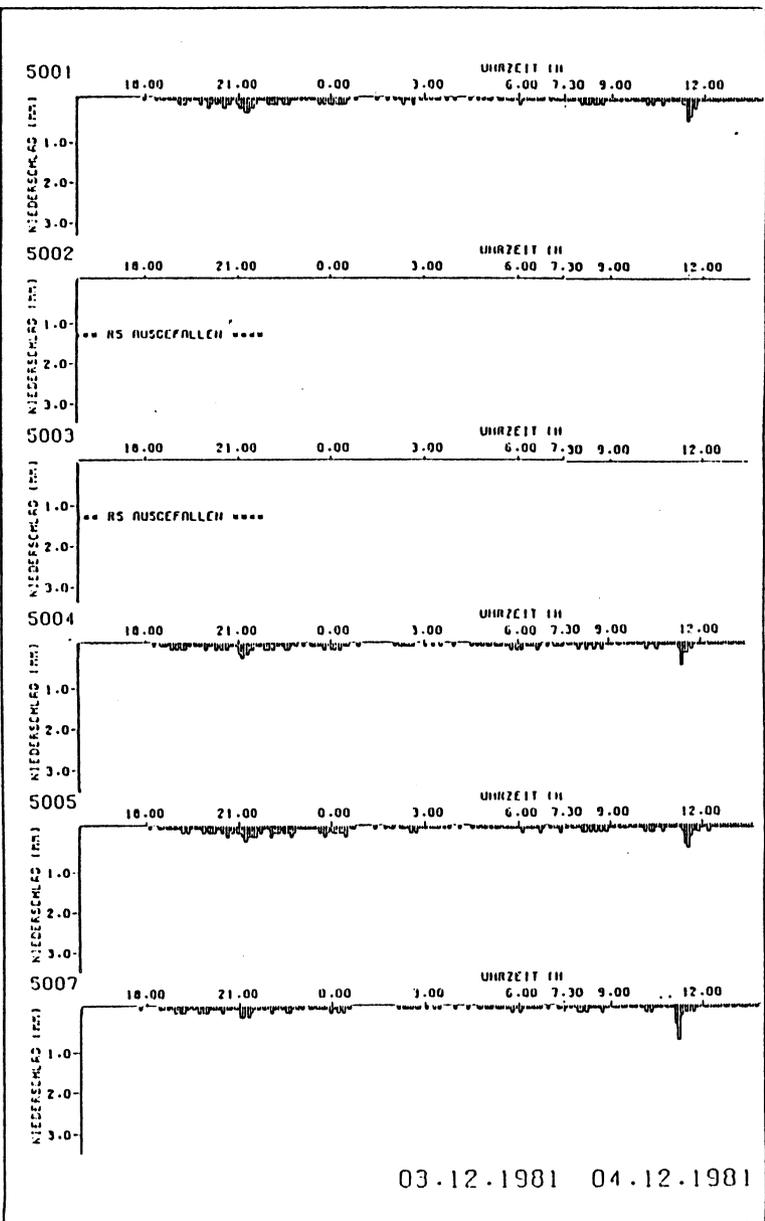


Abb. 3: Warmfront langer Dauer

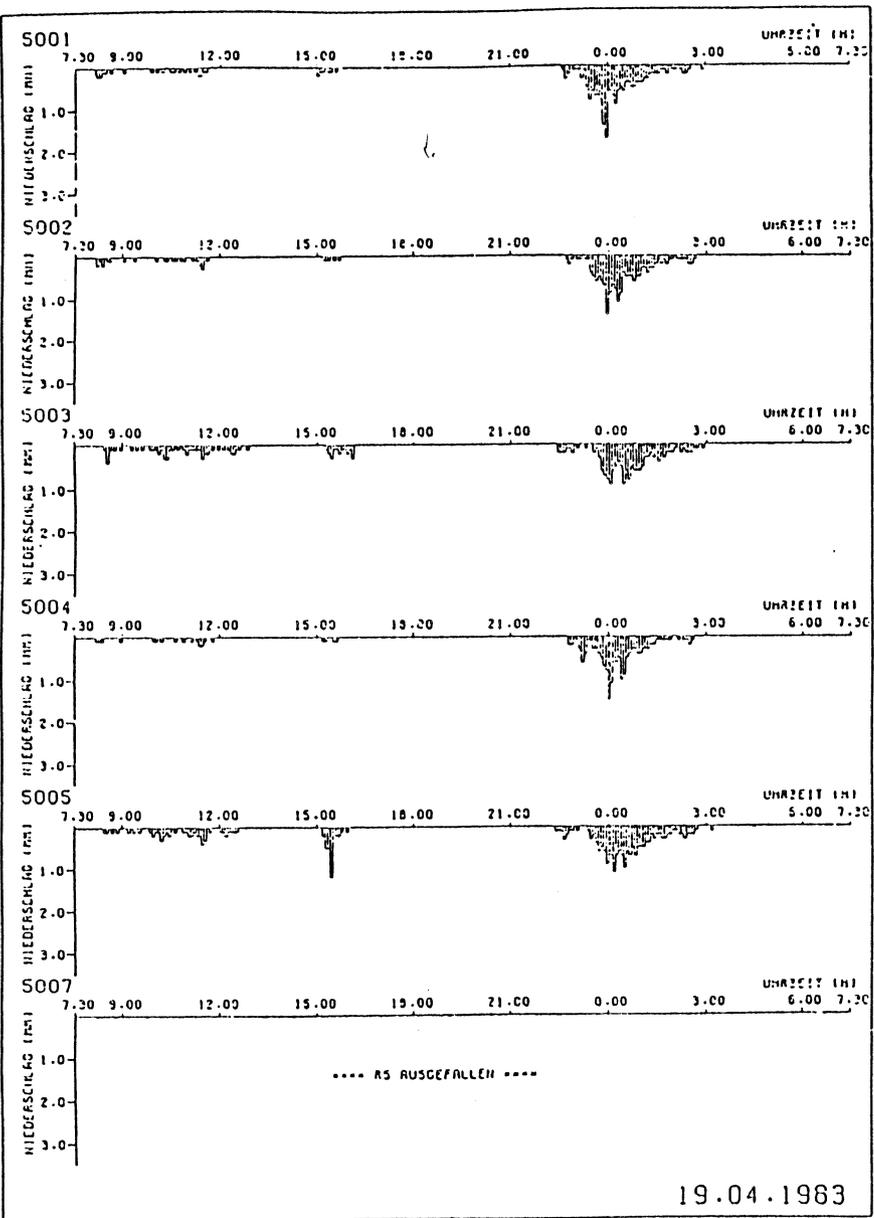


Abb. 4: Kaltfront

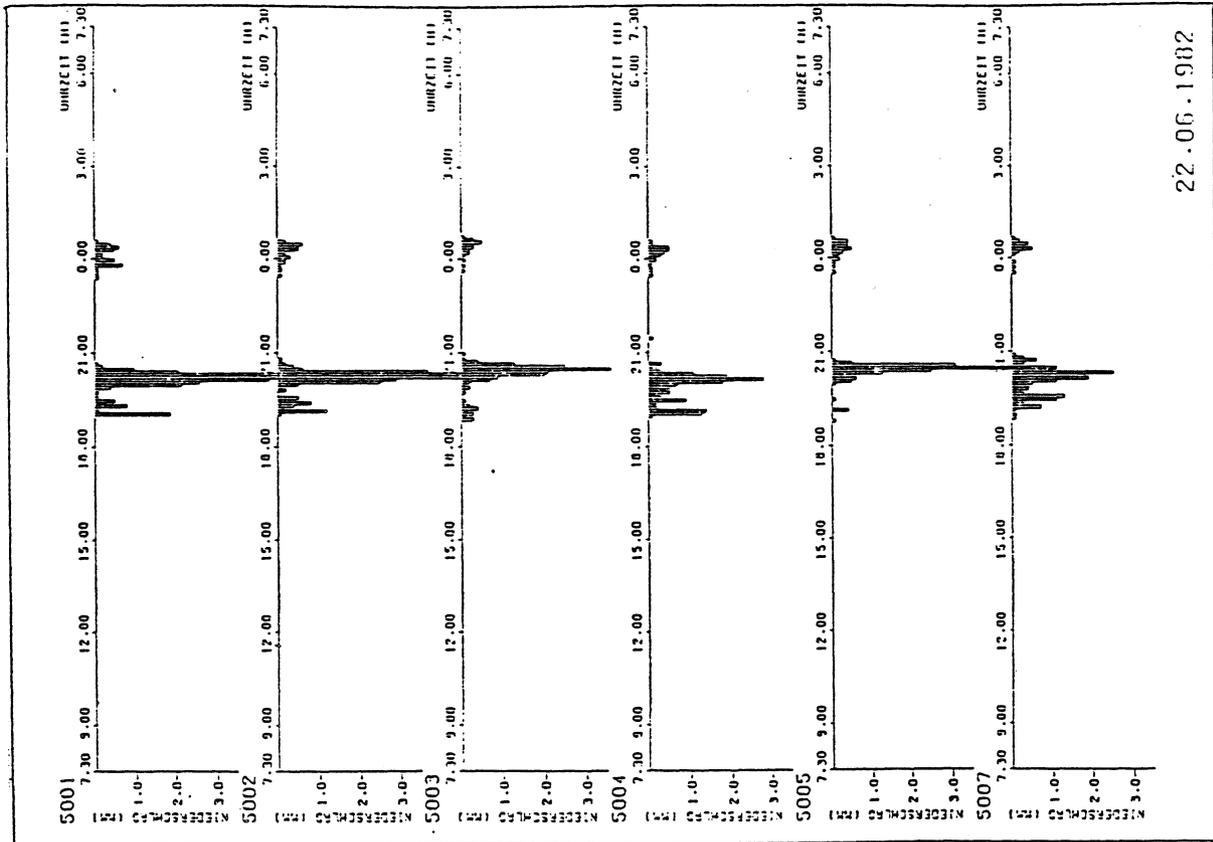


Abb. 5: Konvektives Niederschlagsereignis

Für die Hydrologie sind vor allem die sogenannten Schauer (kurzdauernde und horizontal scharf begrenzte Niederschlagsereignisse) und Landregen (langanhaltende Niederschlagsereignisse mit großer räumlicher Ausdehnung) von Bedeutung. Während Schauer zum einen lokal einzeln entstehen können (konvektive Wetterlage - Sommer-Gewitter), treten sie aber auch häufig in massiver Form am Beginn einer Kaltfront auf. Dagegen ist der Landregen eine Folge des Durchzugs einer Warmfront.

Beobachtungen bzw. Niederschlagsmessungen haben gezeigt, daß sich die Gesamtregenhöhe, sowohl während kurzer Starkregen als auch während der im allgemeinen als gleichmäßig angesehenen Landregen sehr ungleich verteilt und die Intensität innerhalb der Ereignisse sehr stark schwanken kann. Diese Niederschlagsvariabilität ist bezüglich der Abfluß- und Schmutztransportberechnung von nicht zu unterschätzender Bedeutung. Sie macht einen wesentlichen Teil der Dynamik und Zufälligkeit des

Niederschlagsprozesses aus und wurde bisher insbesondere unter dem Aspekt der Modellregenentwicklung intensiv untersucht. Im folgenden werden die die Variabilität beschreibenden Maßzahlen erläutert, sowie die Unabhängigkeit einzelner Niederschlagsereignisse erörtert.

1.3 Niederschlagsvariabilität in der Zeit

In den Abbildungen 6 und 7 bzw. den Funktionen 1 und 2 werden die Standardabweichung und der daraus abgeleitete Variationskoeffizient als Kenngrößen zur Quantifizierung der Variabilität verwendet. Wählt man die mittlere Niederschlagsintensität als Bezug für die Standardabweichung (Abb. 6, Gl. 1), so gibt der Variationskoeffizient die Größe der Schwankungen der einzelnen Intensitäten um diesen Mittelwert an. Die Kenngrößen vermitteln aber nicht den zeitlichen Bezug des Auftretens von großen Intensitäten innerhalb eines Ereignisses. Hierzu wird nach Huff (1970) die Verwendung der mittleren Differenz zwischen zwei Niederschlagsintensitäten als Grundlage für die Ermittlung der Standardabweichung vorgeschlagen (Abb. 7, Gl. 2), um ein Maß der Variabilität in der Abfolge zu erhalten.

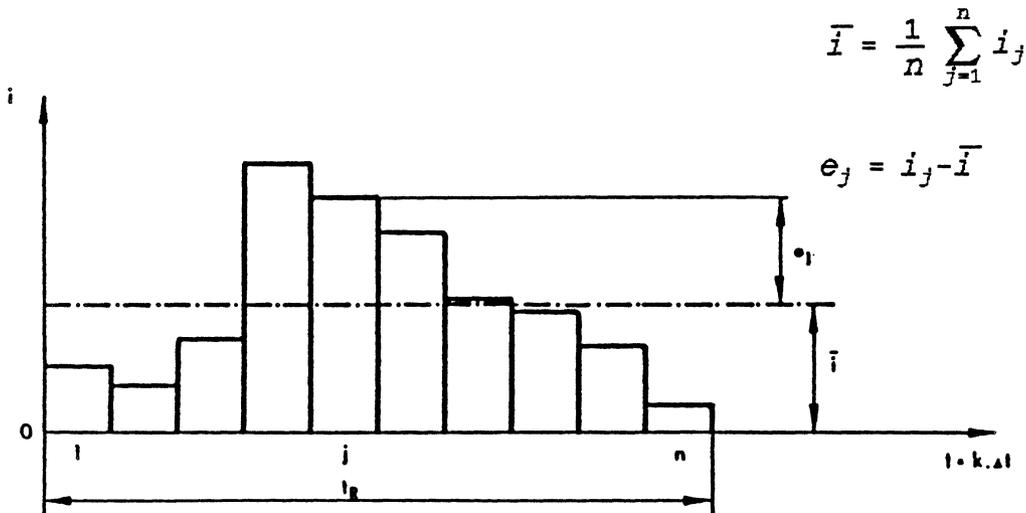


Abb. 6: Schwankungen um die mittlere Intensität

durchgeführt worden. Lediglich Huff (1979) hat diesbezüglich 50 konvektive Niederschläge mit folgendem Resultat analysiert :

- * die Variabilität in der Abfolge von Ereignis zu Ereignis sehr stark schwanken kann,
- * kurze, konvektive Starkregen mit großer mittlerer Intensität geringere relative Schwankungen innerhalb des Ereignisses aufweisen, als Regen niedrigerer mittlerer Intensität, und
- * es ergeben sich keine signifikanten Unterschiede in den Variabilitätsmaßen, wohl aber in der Form des zeitlichen Verlaufes, wenn die Ereignisauswertung anhand der meteorologischen Situation (Fronten, Tiefdruckzentren etc.) vorgenommen wird.

Eine weitere Methode, die Niederschlagsvariabilität zu quantifizieren, stellen die relativen N-Summenlinien dar (Abb. 8). In dieser Darstellungsform wird das Verhältnis der Niederschlagssumme bis zu einem bestimmten Zeitpunkt zur Gesamthöhe gegenüber dem Verhältnis der seit Regenbeginn verstrichenen Zeit zur Gesamtregendauer aufgetragen.

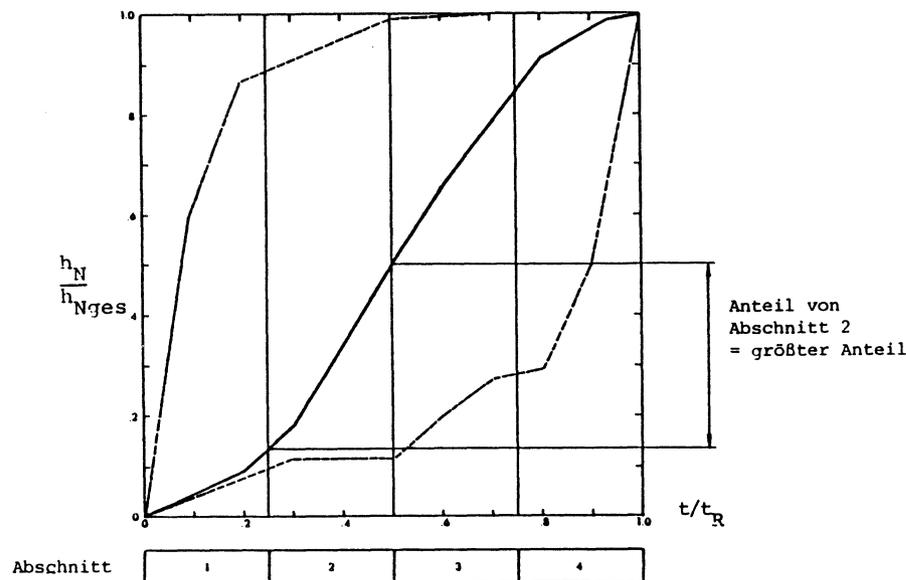


Abb. 8: Relative Niederschlags-Summenlinie

Entspricht die relative N-Summenlinie der Winkelhalbierenden, so besteht keine Variabilität in der Zeit. Weicht die Summenlinie jedoch von der Winkelhalbierenden ab und weist sie zudem sehr unterschiedliche Steigungen zu den jeweiligen Zeitschritten auf, so handelt es sich um ein außerordentlich variables Ereignis.

Eine Klassifizierung der unterschiedlichen Niederschlagstypen kann durch eine Unterscheidung nach dem Zeitpunkt des größten Anstiegs, sowie dem Wert der maximalen Steigung erfolgen. Huff (1967) kam bei der Analyse von 261 Ereignissen aus 11 Beobachtungsjahren mit Regendauern von 3 bis 48 Stunden zu folgenden Aussagen:

- * Ein Großteil der Niederschlagssummen fällt in der Regel während kurzer Zeit (große Steigung in der relativen Summenlinie).
- * Mit zunehmender Gesamtdauer des Niederschlagsereignisses verschiebt sich das Intensitätsmaximum zum Ende des Regenerignisses.
- * Das Intensitätsmaximum von kurzen Starkregen liegt in der Regel im 1. oder 2. Viertel der Regendauer, bei ergiebigeren, längeren Regen im letzten Viertel.

Eine weitere Klassifizierung führte HUFF, 1967 durch, indem er alle Regen jeder der 4 Abschnitte einer Häufigkeitsanalyse nach der Größe ihres maximalen Anstiegs im jeweiligen Quartal unterzog. Die so ermittelten Verteilungskurven lassen sich bestimmten meteorologischen Bedingungen zuordnen. So läßt sich, z.B. ein Regentyp mit einem maximalen Anstieg im 1. Viertel und einer Überschreitungshäufigkeit von 10 % einem kurzen Starkregen zuordnen.

Ein nicht zu unterschätzender Aspekt der Niederschlagsvariabilität in der Zeit ist die Festsetzung von Anfang und Ende eines Niederschlagsereignisses, da diese Definition bei vielen Berech-

nungsverfahren eine wichtige Rolle spielt. Ein Niederschlagsereignis ist ein Niederschlagsgeschehen, daß mit einem vorhergehenden oder einem nachfolgenden Niederschlagsanfall in keiner Beziehung steht, also unabhängig ist.

Abbildung 9 verdeutlicht die Problematik:

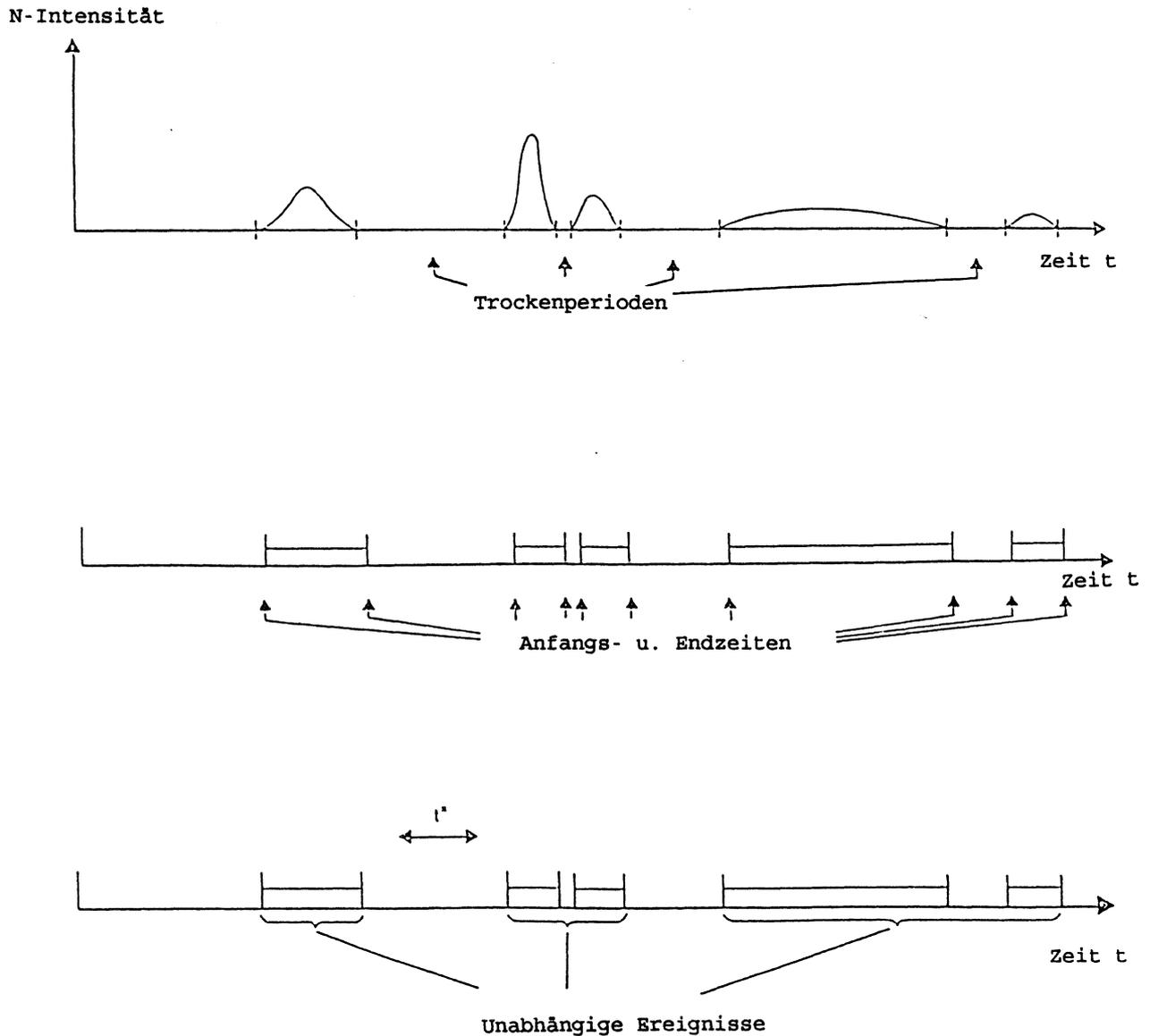


Abb. 9: Unabhängigkeit von Niederschlagsereignissen

Fünf Regenereignisse unterschiedlicher Intensität und Dauer sind durch Trockenzeiten unterschiedlicher Dauer voneinander getrennt (Abb. 9a). Die Unabhängigkeit von zwei aufeinanderfolgender Regenperioden kann nicht anhand des Zeitpunktes für Regenbeginn und -ende festgelegt werden (Abb. 9b). Sofern die Verdunstung von nicht zum Abfluß gelangtem Niederschlagwasser des vorangegangenen Regen noch nicht abgeschlossen ist, kann der folgende Niederschlag nicht als unabhängig bezeichnet werden. Es existieren verschiedene Verdunstungsansätze, bei denen jeweils unterschiedliche Einflußgrößen, wie Temperatur, relative Luftfeuchtigkeit, Benetzungs- und Muldenverluste usw. berücksichtigt werden können, so daß die fünf Regenereignisse aus Abb. 9 zu drei Ereignissen zusammengezogen werden müssen, um sie als unabhängig voneinander betrachten zu können (Abb. 9c).

Bei der Ereignis-Definition ist die Meßtechnik zur Erfassung der Niederschläge ebenfalls nicht zu vernachlässigen. Hierzu wird noch in Abschnitt 2 Stellung genommen. Ebenso wurde diese Problematik ausführlich von Schmitt (1984) für die Registrierung von Punktniederschlägen behandelt.

1.4 Räumliche Niederschlagsvariabilität

Analog zur zeitlichen Variabilität der Niederschläge läßt sich auch die räumliche Variabilität anhand der Standardabweichung und des Variationskoeffizienten der einzelnen Stationsniederschläge in Bezug auf den Gebietsmittelwert charakterisieren. Die funktionalen Beziehungen lauten :

$$(Gl. 3) \quad S_{h_N} = \left[\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (h_{N_i} - \bar{h}_N)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad c_v = S_{h_N} / \bar{h}_N$$

mit

h_{N_i} : Niederschlag der Station i

n : Anzahl der Stationen im Gebiet

\bar{h}_N : Mittelwert der Stationswerte h_{N_i} im Gebiet

Gutknecht (1983) bemängelt, daß sich kaum zahlenmäßige Angaben zu diesen Maßzahlen in der Literatur finden, obwohl sie doch eine rasch zu erhaltende Orientierungsmöglichkeit zur Einschätzung der räumlichen Variabilität des Niederschlags bieten würden. Eine anschauliche Darstellung, der bei verschiedenen großen Niederschlägen zu erwartenden Variabilität wird von ihm anhand eines Beispielen (hier: Abb.10) aufgezeigt und läßt folgende Schlußfolgerungen zu :

- * der Großteil der Ereignisse liegt im Bereich eines Variationskoeffizienten zwischen 0,1 und 0,6
- * größere Variationskoeffizienten treten nur an Tagen mit relativ kleinen, für das betrachtete Gebiet kaum Hochwasser auslösenden mittleren Niederschlägen ($\bar{h}_N < 40$ mm) auf und
- * der Bereich größerer Niederschläge ($\bar{h}_N > 60$ mm) weist überwiegend Variationskoeffizienten im Intervall $0,2 < c_v < 0,4$ auf.

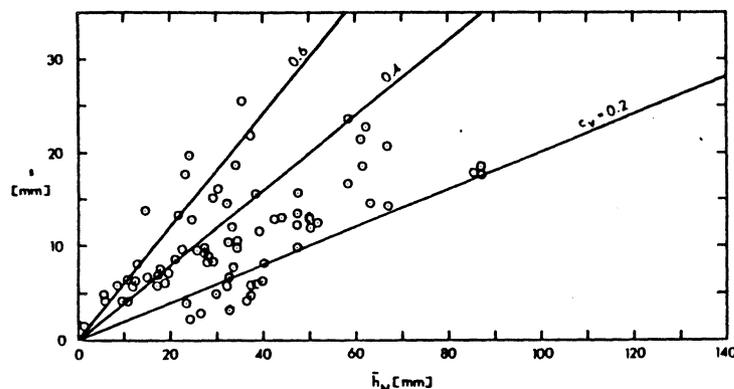


Abb. 10: Schwankungen der Stationswerte um den Mittelwert
(aus Gutknecht, 1983)

Anhand des als Ungleichmäßigkeitsmaß zu bezeichnenden Quotienten

$$(Gl. 5) \quad u = h_{N \max} / \bar{h}_N$$

zwischen maximalem Niederschlag ($h_{N \max}$) und mittlerem Niederschlag (\bar{h}_N) lassen sich eine weitere Aussagen über die unterschiedliche Überregnung eines Gebietes treffen. Ein Beispiel für das Ungleichmäßigkeitsmaß gibt wiederum Gutknecht (1983), (Abb. 11) für vier räumlich inhomogene Niederschlagsereignisse. Der Mittelwert der Ereignisse (\bar{h}_N) liegt zwischen 17,4 und 71,3 mm, das Ungleichmäßigkeitsmaß schwankt zwischen 1,47 und 2,85, was auf eine beachtliche Variabilität schliessen läßt. Der hohe Faktor tritt besonders bei Ereignissen auf, welche deutlich ausgeprägte Einzelzellen über dem betrachteten Gebiet aufweisen (z.B. Ereignis 3 und 4, Abb. 11), wogegen der Anteil der überdurchschnittlich überregneten Flächen an der Gesamtfläche auf ein Drittel sinkt.

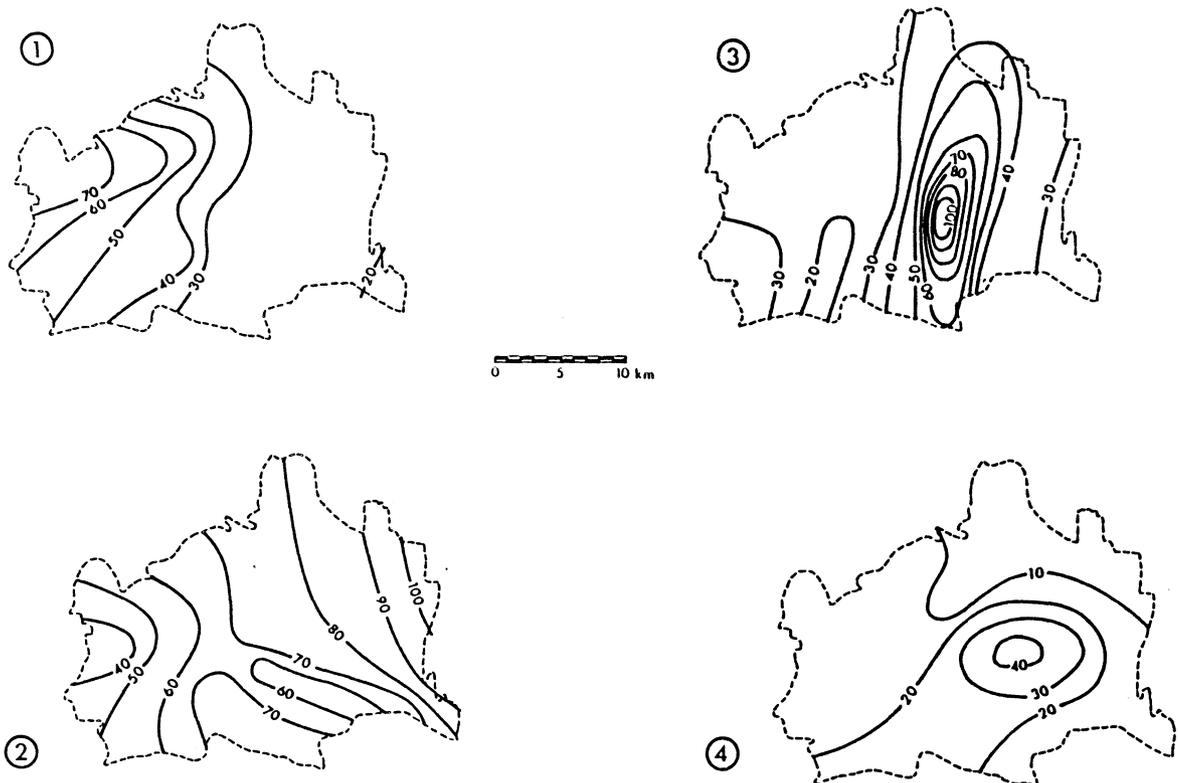


Abb. 11: Räumlich inhomogene Niederschlagsereignisse

Ganz allgemein läßt sich der folgende Zusammenhang, der auch von Huff (1968) bestätigt wird, herstellen. Eine Zunahme der Variabilität ist mit einer Zunahme der Bezugsfläche, der Bezugsdauer, sowie einer Abnahme der mittleren Regenhöhe verbunden. Eine Charakterisierung der Niederschlagsverhältnisse bei verschiedenen meteorologischen Situationen ist anhand der entsprechenden Zahlenwerte ebenfalls möglich. So sind selten sich ergebende, extrem hohe Ungleichmäßigkeitsmaße am ehesten bei Ereignissen mit steilen Gradienten (Starkregen), aber auch bei Ereignissen, bei welchen das Zentrum nahe dem Rand des betrachteten Gebietes liegt, zu erwarten. Außergewöhnlich kleine Werte von u dürften vor allem bei Landregen in Verbindung mit großräumigen Niederschlagssystemen und Tiefdruckgebieten auftreten.

Ein weiteres Phänomen der räumlichen Variabilität besteht in dem Nichterfassen der tatsächlichen Variabilität durch die Meßstationen. Abbildung 12 verdeutlicht diese Problematik anhand eines mit unterschiedlichen Meßsystemen erfaßten Niederschlagsereignisses. Rechts sind die Isohyeten anhand der Aufzeichnungen von 5 Regenschreibern (ein RS pro 22 km²) aufgetragen worden. Links wurden die Niederschlagssummen und daraus die Isohyeten mit Hilfe eines Niederschlagsradars ermittelt. Deutlich ist der Unterschied im Verlauf der Isohyeten zu erkennen. Die Lage der Maxima und Minima innerhalb des betrachteten Gebietes sind an ganz anderen Orten zu finden, als dies aus den Regenschreiberregistrierungen zu erwarten war. Es wird deutlich, daß bei einer bestimmten Untersuchungsthematik die Informationen auch aus dichten Meßnetzen nicht ausreichen, um die exakte räumliche Variabilität der Niederschläge zu erfassen. Hieraus muß es zwangsläufig zu großen sowohl positiven als auch negativen Abweichungen bei der Berechnung des Gebietsniederschlags kommen.

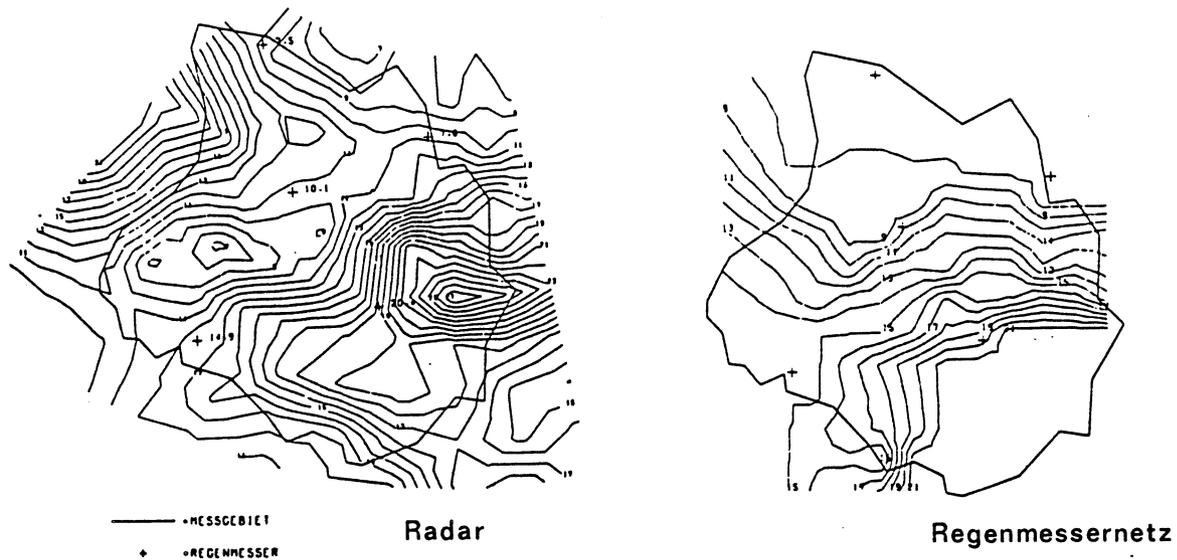


Abb. 12: Erfassung eines Ereignisses mit unterschiedlichen Meßsystemen

2. Niederschlagsmessung und -auswertung

2.1 Niederschlagsmessung für die Hydrologie

Die genaue Kenntnis des Niederschlagsgeschehen ist für viele Bereiche der Hydrologie von besonderer Bedeutung. Hierzu zählen u.a.:

- * Grundwasserneubildung (Trinkwasserversorgung)
- * Wasserhaushaltsberechnungen
- * wasserwirtschaftliche Modelle (z.B. Speicherbewirtschaftung)
- * Abflußberechnungen und -vorhersagen
- * Gewässergütemodelle

Während für die erst genannten Zwecke tägliche Niederschlagssummen ausreichen, da hier die interessierenden physikalischen Vorgänge so langsam ablaufen, daß keine höheren zeitlichen Auflösungen benötigt werden, stößt man bei der Betrachtung aktueller Stadthydrologischer Probleme schnell an die vertretbare Grenze der Genauigkeit konventioneller Meßmethoden.

Es sollte daher bei der Darstellung von Unsicherheiten bei der Abflußberechnung das Problem der Niederschlagsmessung nicht vernachlässigt werden.

Abgesehen von Flächen-Niederschlagsmessungen mittels Radar oder GOES-Satelliten sind alle sonstigen Niederschlagsmessungen sogenannte Punktmessungen. Dabei werden Niederschlagstropfen auf im Vergleich zur Einzugsgebietsfläche sehr kleinen Oberflächen aufgefangen (Gefäßmessungen - 200 cm^2) bzw. registriert (Tropfenspektrograph - 50 cm^2). Die aufgefangene Wassermenge, bezogen auf die Auffangszeit, ist der Meßwert für die durchschnittliche Niederschlagsintensität.

Niederschlagsintensitäten umfassen ein weites von 'Nebelnässen' bis zum 'Platzregen' reichendes Spektrum, dessen Aufzeichnung nur schwer mit einem Meßgerät möglich sind.

Bei Fließzeiten von unter 15 Minuten innerhalb einer Kanalisation sind bereits Minutenintervalle notwendig, um die Voraussetzungen für eine einwandfreie mathematische Behandlung der maßgebenden kürzeren und intensiveren Niederschläge zu garantieren. Diese Minute bezieht sich aber nicht auf den Punktniederschlag, sondern auf den für den Hydrologen maßgebenden Gebietsniederschlag (Schmitt, 1984). Die genaue Erfassung starker Intensitäten ($100\text{-}200 \text{ mm/h}$) ist daher unerlässlich, zumal bei starken Regen alle Anfangsverluste schnell abgedeckt werden und der größte Niederschlagsanteil direkt abfließt.

Eine weitere Schwierigkeit der Niederschlagsmessung liegt in dem intermittierenden Charakter des Niederschlagsprozesses. Da es nur eine kurze Zeit regnet (z.B. 5 % der Zeit), ist ein defektes Meßgerät bzw. eine defekte Übertragungsleitung ggf. nicht vom Zustand 'kein Regen' unterscheidbar. Weiterhin können geringe Verstopfungen im Meßgerät die zeitliche Folge und die Amplitude der Niederschlagsintensitäten verändern, bevor dies bei einer Wartung erkannt und behoben werden kann. Wegen der großen räumlichen Niederschlagsvariabilität können benachbarte Meßgeräte auch nur bedingt Hinweise auf Defekte geben.

Daher ist es besonders wichtig die Niederschlagsmeßgeräte häufig zu warten, nach Möglichkeit die erfaßten Daten im Meßgerät zwischenzuspeichern und für eine zuverlässige Datenübertragung zu sorgen.

2.2 Der Regenschreiber

Zur konventionellen Niederschlagsmessung werden in der Urbanhydrologie Regenschreiber eingesetzt. Imfolgenden werden die wesentlichen Verfahren kurz beschrieben.

2.2.1 Arbeitsweise unterschiedlicher Gerätetypen

Beim Schwimmerprinzip ist die Anstiegsgeschwindigkeit des Wasserstandes in einem Auffangbehälter proportional zur Niederschlagsintensität. Ein steigender Schwimmer mit Seilzug und Gegengewicht bewirkt bei Regen eine Drehung einer Umlenkrolle, die mit einem Potentiometer verbunden ist. Über diesen variablen Meßwiderstand wird die anliegende Spannung in einen Meßstrom proportional zum Schwimmerstand umgewandelt. Die Entleerung des vollen Meßbehälters erfolgt über einen Heber oder mittels eines Magnetventils. Der Standardtrichter hat eine Auffangfläche von 200 cm^2 .

Die Niederschlagswaage wird häufig gezielt zur Schneemessung eingesetzt. Hier wird der aufgefangene Niederschlag in einem Behälter gesammelt und kontinuierlich gewogen. Das aktuelle Gewicht wird in ein analoges Meßsignal umgewandelt. Ansonsten gleicht das Verfahren dem Schwimmerprinzip.

Beim Tropfenzähler wird das aufgefangene Niederschlagswasser durch eine kleine Öffnung geleitet, aus der Tropfen annähernd konstanter Größe austreten. Jeder Tropfendurchgang löst durch eine Lichtschranke einen elektronischen Zählimpuls aus. Bei einer Fläche von 200 cm^2 beträgt die minimale registrierbare

Niederschlagsmenge 0,005 mm und die maximale Intensität 2 mm/min. Der Tropfenzähler eignet sich besonders, um kleine Niederschlagsmengen zu registrieren. Sein Hauptproblem sind aber hohe Intensitäten, bei denen der Auffangtrichter als Reservoir wirkt und infolge des sich aufbauenden Drucks nicht mehr Tropfen, sondern ein kontinuierlicher Durchfluß den Tropfengeber passiert. Um einen größeren Meßbereich abdecken zu können, wird häufig ein Tropfenzähler (für schwache Intensitäten) mit einer Wippe kombiniert.

Die Niederschlagswippe ist eine kleine, flache, auf dem Kopf stehende, wippenartig gelagerte Pyramide ('Kippwaage'), in die das aufgefangene Niederschlagswasser über einen Tropfengeber geleitet wird. Sobald eine Hälfte der Kippwaage gefüllt ist, dreht sie sich mit einer Wippenbewegung um ca. 30 Grad, wobei sich das gesammelte Wasser entleert, ein Kontakt ausgelöst wird, und sich die andere Hälfte zu füllen beginnt. Die Niederschlagswippe erzeugt, wie auch der Tropfenzähler, diskontinuierliche Meßdaten. Bei einer Trichterfläche von 200 cm² beträgt die minimale registrierbare Niederschlagsmenge 0,1 mm und die maximale Intensität 10 mm/min. Aus dem Zeitpunkt der Wippenbewegung läßt sich auf die mittlere Intensität im vorangegangenen Zeitintervall seit dem letzten Wippenumschlag schließen. Die Größe der Auffangwippe bestimmt somit den Meßbereich und die Meßwertauflösung.

2.2.2 Systemspezifische Fehler

Ein speziell zu erwähnender Fehler bei Wippen-Geräten besteht in der Trägheit der Wippe. Systembedingt füllt sich die Wippe bei hoher Niederschlagsintensität stärker als bei niedriger Intensität, da noch während des Kippvorgangs zusätzlich Wasser aus dem Auffangtrichter in die Wippe fließt. Bis zu einer Intensität von 1 mm/min (60 mm/h) verlaufen die Geräte-Hersteller Eichkurven deckungsgleich mit der theoretischen Füllung.

Bei Minuten Intensitäten über 60 mm/h wird für die Auswertung eine Funktion zur Systemkorrektur empfohlen.

Das Windfeld wird durch einen freistehenden Regenschreiber gestört. Die Strömungslinien über der Auffangöffnung des Gerätes werden gebogen, woraus sich ein teilweiser Abdrift der Regentropfen ergibt. Damit entsteht ein Verlust an aufgefangener Niederschlagsmenge, der von der Windgeschwindigkeit und der Tropfengröße abhängt. Windexponierte Regenschreiber fangen somit weniger Niederschlag auf, als die windgeschützten. Zahlreiche Vergleiche bodenebener (und damit windunabhängiger) und in Standardhöhe gemessener Niederschlagssummen ergaben einen mittleren Fehler von etwa 6.5 % (Sevruk, 1981; 1983)

Die Verdunstung von aufgefangenem Regenwassers ist besonders in zwei Bereichen wirksam :

- * Verdunstung der nach einem Ereignis im Auffangtrichter durch Adhäsion gebundenen Niederschlagsmenge (Haftwasser)
- * Verdunstung des Wassers im Gerätebereich, der noch nicht zu einer Messung geführt hat (z.B. Wippe)

Der Haftwasserverlust hängt einerseits vom Gerät selbst, als auch von der Witterung ab. Sein Anteil bleibt über das ganze Jahr relativ ausgeglichen mit etwa 4 - 8 % (Sevruk, 1983). Es finden sich aber auch Angaben über beträchtlich höhere Fehler (16.6 %), die u.a. dem Einfluß künstlicher Beheizung der Geräte zugeschrieben werden (Kreuels, 1988).

Während eines Niederschlages können Regentropfen zum einen aus dem Auffangtrichter zurück auf die Umfassung der Eintrittsöffnung prallen, zum anderen können auch Tropfen vom Rand in die Auffangfläche spritzen. Nach Sevruk (1981) wird die gemessene Regensumme im Mittel von 1 % solcher Spritzer beeinflusst. Eine große Tiefe und eine steil abfallende Innenwand des Auffangtrichters verhindert das Zurückspritzen von Tropfen, so daß es nur zu einer Erhöhung der Regensumme durch Hereinspritzende

Tropfen kommen kann. Der hierdurch entstehende Fehler ist vernachlässigbar, da sein Beitrag im Windfehler verrechnet werden kann.

Der Gesamtfehler der Niederschlagsmessung mit Regenschreibern kann für ein Jahr mit 15 - 20 % angegeben werden, wobei die Wintermonate Januar/Februar die größten Werte mit 20 - 40 % und die Sommermonate Juni - August mit 5 - 10 % die geringsten liefern (Sevruk, 1983). Diese Fehlermarge ist eine Folge des Schneeanteils im Winter und der Gewitterniederschläge im Sommer. Eine Untersuchung von Kreuels (1988), die auf eine vergleichende Regenmessung mittels Wippen-Regenschreiber und Tropfenspektrographen während 9 hydrologischer Jahre beruht, kommt zu etwas günstigeren Fehlergrößen :

	Winter	Sommer	Jahr
Nichtmessen kleiner Menge	1,7 %	1,7 %	1,7 %
Verdunstung			
- Haftwasserverlust	4,4 %	3,1 %	3,6 %
- Verdunstung aus der Wippe	0,5 %	0,3 %	0,4 %
Windfehler	2,9 %	6,2 %	5,0 %
<u>Gesamtfehler</u>	9,5 %	11,3 %	10,7 %

2.3 Der Tropfenspektograph

2.3.1 Das Meßgerät

Es besteht ein direkter Zusammenhang zwischen der Masse von Regentropfen und deren Endfallgeschwindigkeit, wenn die Fallstrecke lang genug ist (Gunn u. Kinzer; 1948). Das Meßprinzip eines elektrodynamischen Tropfenspektrographen (Joss u. Waldvogel, 1969) besteht in der Umwandlung dieser vertikalen Impulskomponente eines auftreffenden Regentropfens in ein definiertes elektrisches Signal. Die spezielle Konstruktion des Gerätes ermöglicht es, je nach Art des Tropfenspektrums, 10.000 bis 50.000 Impulse pro Minute unabhängig voneinander zu regis-

trieren. Anhand des Tropfendurchmessers werden die Tropfen einer von 20 Größenklassen zugeordnet, wobei Tropfen mit einem Durchmesser kleiner 0.3 mm vernachlässigt werden, da sie nicht mehr frei fallen und somit für die abgeleiteten Größen nicht von Bedeutung sind. Die Tropfengrößenverteilung eines Regens ist in erster Näherung exponentiell, mit sehr vielen kleinen und wenigen großen Tropfen. Dementsprechend sind die 20 Klasseneinteilungen so gewählt, daß sie eine große Auflösung im Bereich der kleinen Tropfen und eine zunehmende Klassenbreite zu den größeren Tropfen hin aufweisen. Die obere Grenze für Tropfen liegt bei 5 - 6 mm Durchmesser, so daß die sehr seltenen Tropfen ab 5 mm Durchmesser in der 20. Klasse gesammelt werden.

Ein besonderer Vorteil dieses Meßsystems, welches nur Vertikal-komponenten fallender Tropfen auswertet und eine geeignete Aufstellung vorausgesetzt (Breuer; 1976), liegt in der völligen Unabhängigkeit gegenüber horizontalen Windscherungen und Spritzwasser (dieses besitzt keinen meßwirksamen Vertikalimpuls). Es sind weder Zeit- noch Temperatur- oder Verdunstungskorrekturen erforderlich.

Außerdem lassen sich aus den registrierten Datenspektren sowohl die Regenintensität und -menge als auch der Rückstreuquerschnitt und die Radarreflektivität bestimmen (vgl. Abschnitt 2.5.2).

2.3.2 Tropfenspektren

Tropfenspektren sind von einer Vielzahl physikalischer Parameter und meteorologischen Gegebenheiten abhängig, die aber bis heute nur unvollständig bekannt sind. Eine naheliegende Abhängigkeit besteht zur Regenintensität R , da im Normalfall eine hohe Niederschlagsintensität aus größeren Tropfen gebildet wird. Dies resultiert aus wolkenphysikalischen Gegebenheiten, auf die hier nicht weiter eingegangen werden soll.

Abbildung 13 soll aber verdeutlichen, wie sehr sich Tropfenspektren gleicher Intensität voneinander unterscheiden können

(Kreuels, 1988). Für eine Regenintensität von $R = 1 \text{ mm/h}$ (Abb. 13a) bzw. $R = 10 \text{ mm/h}$ (Abb. 13b) sind jeweils 3 gemessene Spektren dargestellt. Die sich ergebenden Radar-Reflektivitätswerte Z sind ebenfalls angegeben. Es ist erkennbar, daß ein 10 mm/h Spektrum durch Tropfen mit geringeren Durchmessern gebildet werden kann, als eine Tropfenverteilung entsprechend einer 1 mm/h Regenintensität.

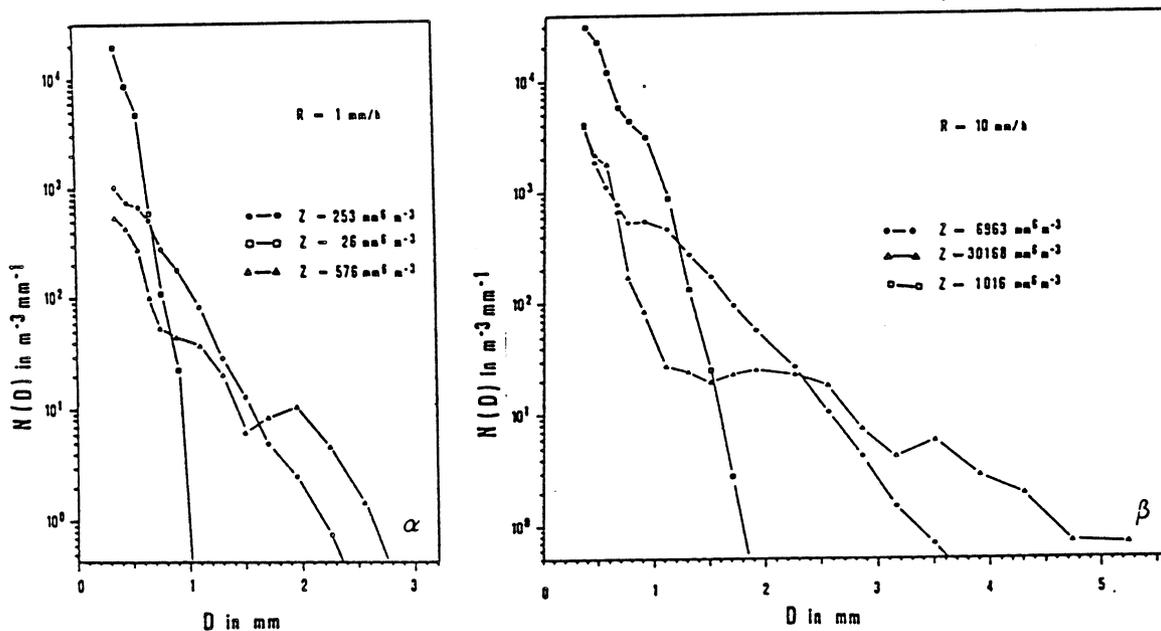


Abb. 13: Beispiel der Tropfengrößenverteilung für $R=1 \text{ mm/h}$ (a) und $R=10 \text{ mm/h}$ (b)

(Das mittlere Spektrum ist jeweils das Mittel über alle von Kreuels/Breuer gemessenen Spektren dieser Regenintensität (Kreuels, 1988))

2.3.3 Systemspezifische Fehler (Kreuels, 1988)

Da der Tropfenspektrograph einem sehr stark gegengekoppelten Spezialmikrophon ähnelt, kann starker akustischer Lärm zu Fehl-impulsen führen, die aber nur Auswirkungen auf die drei untersten Klassen bis ca. $0,6 \text{ mm}$ Tropfengröße haben. Diese können erkannt und somit ausgeblendet werden. Im Hinblick auf die für

Regen- und Radarmessung abgeleiteten Größen (Rückstreuquerschnitt * ist eine Funktion von D^2 , Regenintensität R von D^3 und Radarreflektivität Z von D^6) sind sie ebenfalls unerheblich, sobald die Minutenintensität höher als 0,1 mm/h liegt. Eine möglichst lärmgeschützte Aufstellung des Gerätes wird empfohlen.

Die Geräte-Totzeit (d.h. die Zeit, die vergeht, bis ein Tropfen verarbeitet ist und das System wieder seinen Ausgangszustand erreicht) kann die Registrierung nachfolgender Tropfen verhindern, wenn diese nicht die noch vorhandene Resthöhe des Sperrpegels übersteigen. Für nachfolgende kleinere Tropfen wird diese Zeit je nach Größe zwischen 1 Micro- und 1 Millisekunde angegeben. Für sehr große Tropfen ist diese größenabhängige Totzeit entsprechend länger, jedoch statistisch und meßtechnisch wegen der großen Reserven im System tolerabel. Kreuels (1977) wendet deshalb grundsätzlich auf alle Tropfenspektren während der Auswertung eine Systemkorrektur an.

Vom Prinzip des Tropfenspektrographen her ist es nicht möglich, Schnee zu messen. Schneeflocken haben, gleich welcher Größe, alle etwa die gleiche Fallgeschwindigkeit, so daß aus dem erzeugten Geräte-Impuls nicht auf ihre Größe und ihren Wassergehalt geschlossen werden kann.

Graupel und Hagel werden wegen ihrer meist geringeren Dichte als es ihrem Wassergehalt entspricht vom Tropfenspektrographen schwächer registriert und daher unterschätzt. Somit ist für die Dauer von Hagel innerhalb eines Ereignisses die Messung ungenau und sollte besonders gekennzeichnet werden.

Windfehler treten bei ebenerdiger Installation des Tropfenspektrographen nicht auf, da Tropfen über dem Gerät auf jeden Fall ihre Endfallgeschwindigkeit erreichen und somit eine genaue Bestimmung der Tropfenmasse ermöglichen (Kreuels, 1988).

Ein Verdunstungsfehler kann beim Tropfenspektrographen nicht auftreten, da jeder registrierte Tropfen sofort analysiert wird und sein Beitrag zur Gesamtregenmenge feststeht.

Das Problem des Spritzwassers ist ebenfalls bei der Messung mit einem Tropfenspektrographen nicht relevant, da zerplatzende Tropfen auf der 50 cm² Auffangfläche wegspritzen und ein etwaiges erneutes Auftreffen nicht ausreicht eine meßwirksame Vertikalkomponente zu erlangen.

Aufgrund seiner Konstruktion ist der Tropfenspektrograph in der Lage, auch solche Niederschlagsereignisse zu messen, die bei einem Regenschreiber (bedingt durch Nicht-Überschreitung der Meßschwelle) gar nicht in Erscheinung treten. Die Frage der Nichterfassung kleiner Mengen stellt sich somit erst gar nicht für einen Tropfenspektrographen.

2.4 Ermittlung des Gebietsniederschlages aus Punktmessungen

2.4.1 Definition und Verfahren

Als Gebietsniederschlag wird der Niederschlag definiert, der auf ein bestimmtes Gebiet niedergegangen ist (DIN 4049, Teil 1). Örtliche Unterschiede innerhalb des Gebietes werden vernachlässigt zugunsten einer mittleren Aussage. Für die Bestimmung des Gebietsniederschlages stehen meist nur Messungen an einem bzw. mehreren Punkten innerhalb oder nahe des betrachteten Gebietes zur Verfügung (Punktniederschläge).

Für die Ermittlung des Gebietsniederschlages nach der Summe oder dem zeitlichen Verlauf kommen verschiedene Verfahren zur Anwendung. Ihnen ist gemein, daß sich mit ihnen der Gebietsniederschlag als gewichtetes Mittel von Punktniederschlägen berechnen läßt. Unabhängig von der Wahl des Verfahrens setzt die statistische Untersuchung von Gebietsniederschlägen voraus, daß die Gebietsniederschläge zeitgleich für das jeweils betrachtete

Gebiet ermittelt werden. Das bedeutet, daß die Niederschlagsreihen der Einzelstationen in kleinen Zeitintervallen mit der zugehörigen tatsächlichen Uhrzeit vorliegen müssen. Das Verfahren zur Gebietsniederschlagsberechnung muß dann für jedes dieser Zeitintervalle angewandt werden. Für ein Zeitintervall gehen also nur die Punktniederschläge des gleichen Zeitintervalls, versehen mit ihren Wichtungsfaktoren, ein.

Die Bestimmung der einzubeziehenden Punkt-Meßstationen und ihrer Wichtungsfaktoren ist bei den einzelnen Verfahren sehr unterschiedlich. Sie lassen sich grob in zwei Kategorien unterteilen, den subjektiven und objektiven Verfahren.

Bei den subjektiven Methoden lassen sich Meßstations-Informationen (z.B. Höhenlage, Geländeform) berücksichtigen. Die Ergebnisse hängen aber im großen Maße von der Erfahrung des Bearbeiters ab, so daß die Ermittlung des Gebietsniederschlags für ein und dasselbe Gebiet unterschiedliche Werte bei unterschiedlichen Bearbeitern haben kann. Zu den subjektiven Methoden gehören z.B. das Isohyeten-, das Rasterpunktverfahren und das Verfahren der direkten Gewichtung.

Demgegenüber wird bei den objektiven Methoden die Wichtung durch einen stets nachvollziehbaren, rein formalen Algorithmus durchgeführt. Sie sind von der Erfahrung des Bearbeiters unabhängig, erfassen aber keine topografischen oder sonstige Einflüsse und sind für die Programmierung bzw. den Einsatz auf EDV-Anlagen geeignet. Zu ihnen zählen u.a.

- Verfahren der arithmetischen Mittelung
- Dreiecksverfahren nach Akin
- Zwei-Achsen-Methode
- Extremalprinzip

und

- Thiessen-Verfahren

Auf eine detaillierte Beschreibung der einzelnen Verfahren und ihrer Anwendung soll hier nicht eingegangen werden. Siehe dazu u.a. Treiber (1983), Mendel (1977, 1979), Grottker u. Schilling (1989), Verworn (1990). Abbildung 14 gibt aber einen anschaulichen Überblick über einige oben aufgeführte Methoden (aus Treiber, 1983).

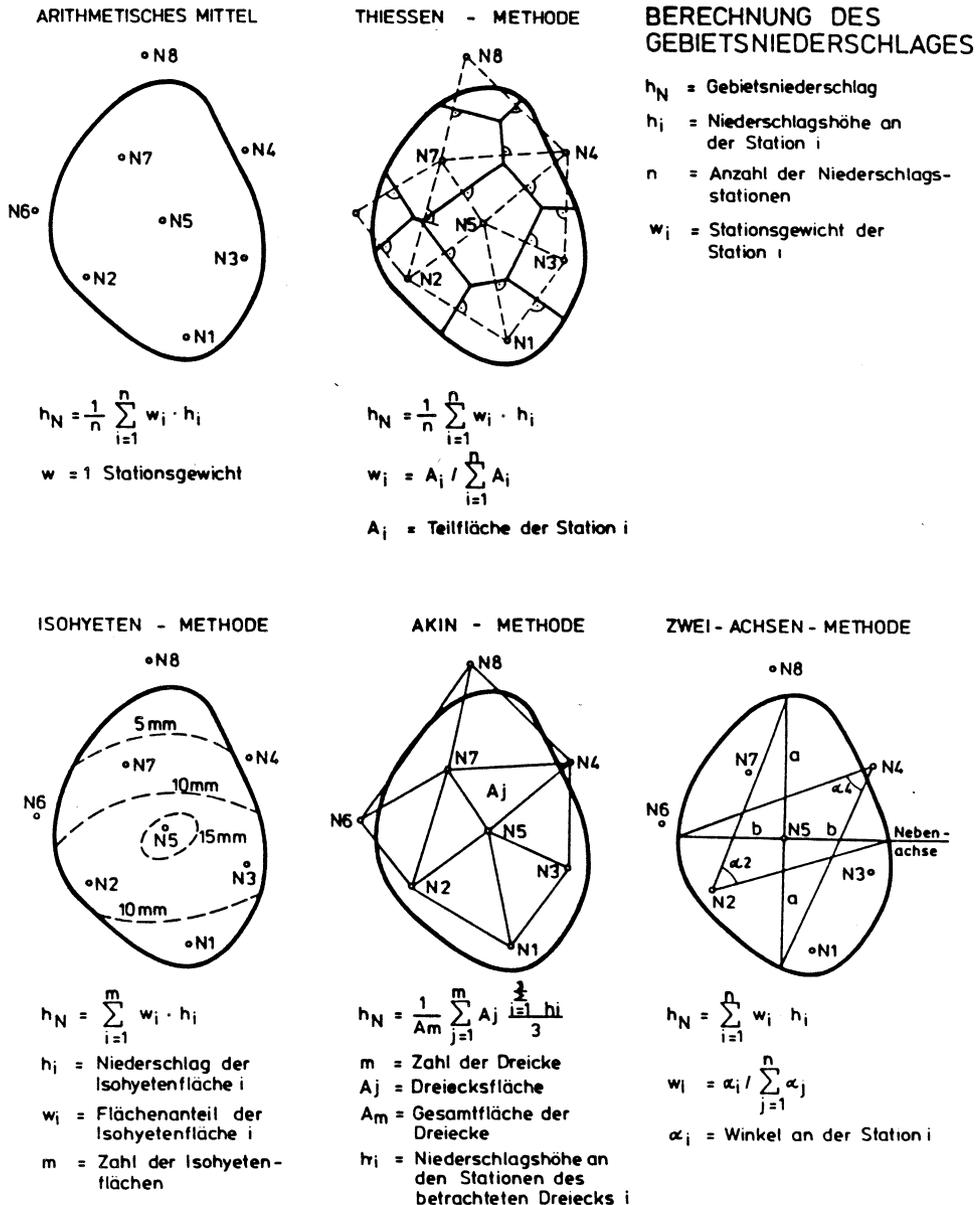


Abb. 14: Verfahren zur Berechnung des Gebietsniederschlages

Zum Vergleich aller Verfahren kann gesagt werden, daß das Thiessen-Verfahren als das Beste gelten kann. Zwar werden bei zyklonalen Niederschlägen ähnliche Genauigkeiten wie bei anderen Methoden erzielt, doch weist das Thiessen-Verfahren bei konvektiven Niederschlägen die geringsten Streuungen im Gebietsniederschlag auf. Gerade für die räumlich sehr variablen Ereignisse ist eine exakte Ermittlung des Gebietsniederschlages sehr wichtig. Der Grundgedanke des Thiessen-Verfahrens, daß ein Punkt-Meßwert nur für ein, die Meßstation umgebendes Teilgebiet repräsentativ ist, und Nachbarstationen in diesem Gebiet keinen Einfluß haben, erscheint bei der starken räumlichen Variabilität der Niederschläge besonders gut geeignet zur Ermittlung des Gebietsmittelwertes.

2.4.2 Flächenbezug von Gebietsniederschlägen

Die ermittelten Gebietsniederschläge gelten jeweils nur für die zugrunde gelegte Fläche. Diese Fläche kann entweder auf das Zentrum des betrachteten Ereignisses oder auf ein Gebiet mit festen topographischen Grenzen (z.B. Einzugsgebiet eines Flusses) bezogen sein. In beiden Fällen ist für den ermittelten Gebietsniederschlag auch die entsprechende Ereignisdauer anzugeben bzw. das Zeitintervall, auf den sich die Aussagen beziehen. Es stellt sich aber immer wieder die Frage der Übertragbarkeit der Punktmessungen auf andere Flächen, als die, für die sie erfaßt wurden. In Abschnitt 1.4 wurde bereits gezeigt, daß die räumliche Variabilität eines Niederschlagsereignisses sehr groß sein kann. Außerdem haben langjährige Aufzeichnungen von Regenschreibernetzen gezeigt, daß der Flächenniederschlag bezogen auf ein Punkt-Meßgerät im statistischen Mittel immer kleiner als der Punktniederschlag ist. Die Größe der sogenannten Flächenabminderung ist von drei Größen abhängig:

* Größe des Einzugsgebietes

Je größer das Einzugsgebiet ist, desto größer ist auch die Abminderung. Bei großen Einzugsgebieten ist die Wahrscheinlich-

keit größer, daß die Niederschlagsfront das Einzugsgebiet nicht mit gleicher Intensität und Dauer überstreicht.

* Dauer des Niederschlages

Je kürzer die Regendauer, desto stärker die Abminderung. Kurze Regenereignisse, vor allem konvektive Niederschläge, sind bezogen auf urbane Einzugsgebiete in der Regel räumlich begrenzt. Dadurch können erhebliche Unterschiede zwischen dem Punkt- und Flächenniederschlag auftreten.

* Wiederkehrzeit des Regens

Je größer die Wiederkehrzeit, d.h. je seltener das Ereignis, desto größer ist die Abminderung. Viele der Starkregenereignisse sind konvektiven Typs, die sich durch große räumliche Variabilität auszeichnen.

Neben diesen drei wesentlichen Einflüssen sind vor allem auch die topographischen und meteorologischen Verhältnisse im Einzugsgebiet maßgebend für eine Verminderung. Untersuchungen bzgl. Übertragungsfunktionen zwischen Punkt- und Gebietsniederschlägen in Abhängigkeit von der Gebietsgröße und der Niederschlagsdauer siehe u.a. Abraham et al. (1976), Verworn u. Flender (1986).

2.5 Das Radar

Das Radar (**R**adio **D**etection **A**nd **R**anging) ist kein Meßinstrument, das direkt die Regenintensität R in mm/h angeben kann. Vielmehr 'sieht' das Radar den Reflektivitätsfaktor Z aller im Pulsvolumen enthaltenen Ziele, bzw. Regentropfen (wenn es speziell für die Messung von Niederschlägen konzipiert ist). Die Anpassung an die Meßaufgabe ist kompliziert, selbst dann wenn sich darauf beschränkt werden soll, fallenden Regen quantitativ zu messen. Hier kommt es nämlich entscheidend darauf an, in welcher Entfernung, mit welcher Auflösung und über welchen Bodenstrukturen registriert werden soll. Eine maßgebliche Größe ist die grundsätzliche Festlegung der Wellenlänge eines Radarsystems. Für Niederschlagsmessungen sind im internationalen Wellenplan drei Abschnitte festgelegt, die Bänder X, C und S, mit ca. 3, 5 und 10 cm Wellenlänge. Um gleiche Meßleistungen hinsichtlich Pulsvolumen und Zielerfassungsstärke zu erhalten, wächst das technische und finanzielle Volumen, beginnend bei X-, von Band zu Band um mehr als das Dreifache.

Wetterradar-Systeme, die überwiegend von den nationalen Wetterdiensten im C-Band betrieben werden, stellen neben anderen meteorologischen Aufgaben, i.a. stündliche Niederschläge in einer Auflösung von 2×2 km bis 5×5 km Größe zur Verfügung. Diese zeitliche und örtliche Auflösung ist eher für größere Einzugsgebiete geeignet. Newsome und Collier (1989) geben einen Überblick über die Ziele und den Stand des europäischen Radar-Verbundnetzes. Die für die städtische Entwässerung erforderliche Nahbereichsmessung mit hoher Auflösung auf der Basis eines X-Band Radars wird seit 1985 in einem vom Bundesministerium für Forschung und Technologie geförderten Forschungsprojekt an der Universität Hannover in Zusammenarbeit mit dem Meteorologischen Institut der Universität Bonn entwickelt und getestet (Kammer, 1989).

2.5.1 Prinzip der Radarmessung

Das Radargerät besteht aus einem Sender und einem Empfänger für elektromagnetische Strahlung sowie weiterer zusätzlicher elektronischer Auswerteeinheiten. Über eine Antenne wird gepulste Hochfrequenzenergie abgestrahlt, die von getroffenen Objekten sowohl absorbiert als auch gestreut wird. Die zurückgestreute bzw. reflektierte Energie kann vom Empfänger nachgewiesen werden. Aus der Zeitverzögerung des Empfangs gegenüber der Sendung wird auf die Entfernung des Ziels, aus der Empfangsleistung auf den Rückstreuquerschnitt und damit auf die Größe des Ziels geschlossen (Kammer, 1982).

Die hier interessierende Meßgröße des Radars ist der Niederschlag, so daß die Regentropfen die Objekte sind, an denen sich die ausgestrahlte Energie bricht. Der Unterschied zu Punktzielen besteht hierbei, daß sich in einem ausgeleuchteten Volumen sehr viele Tropfen verschiedener Durchmesser befinden. Die in den Empfänger rückgestrahlte Leistung ist außer von geräteabhängigen Daten, von der Entfernung und von niederschlagsspezifischen Größen bestimmt (Breuer, 1983; 1988).

Grundlage der quantitativen Niederschlagsmessung mit Radar ist die Radargleichung. Sie beschreibt die rückgestreute Energie P_r als Produkt aus ausgesandter Energie P_t , Kenngrößen des Radargerätes, sowie Größen, die das rückstreuende Volumen beschreiben (Breuer, 1988) :

$$(Gl. 6) \quad P_r = \frac{\pi^3}{1024 \cdot \ln 2} \cdot P_t \cdot \frac{\tau \cdot G^2 \cdot \theta^2}{x^2} \cdot \frac{/K/2 \cdot \sum D_i^6}{r^2}$$

mit

- P_r : empfangene Leistung
 P_t : ausgestrahlte Leistung
 x : Wellenlänge
 τ : Pulslänge
 G : Antennengewinn
 θ : Halbwertsbreite
 r : Zielentfernung
 $/K/2$: Refraktionsindex, z.B. Wasser = 0.93, Eis = 0.176
 $\sum D_i$: Summe der rückstreuenden (Partikel -) Regentropfen

Die Größe $\sum D_i^6$ wird als Radarreflektivität Z bezeichnet :

$$(Gl. 7) \quad \sum D_i^6 = Z = \int N(D) \cdot D^6 dD$$

wobei

- \sum : die Summation über dem Einheitsvolumen ist
 $N(D)$: Tropfengrößenverteilung
 dD : Durchmesser der Regentropfen

Aus dem Tropfenspektrum läßt sich also direkt die Radarreflektivität eines Volumens bestimmen. Sie ist abhängig von der 6. Potenz der Tropfendurchmesser (D_i^6) und wird somit besonders von großen Tropfen bestimmt.

2.5.2 Beziehung zwischen Radarreflektivität und Regenintensität

Die Niederschlagsmenge Q (mm), die pro Zeiteinheit (h) fällt, wird als Regenintensität Z (mm/h) bezeichnet. Q entsteht durch das Auftreffen von Tropfen unterschiedlicher Größe D und damit unterschiedlicher Fallgeschwindigkeiten $v(D)$ auf eine definierte Fläche, ist also die Integration über das Tropfenspektrum $N(D)$:

$$(Gl. 8) \quad R = \text{const} \int N(D) \cdot D^3 \cdot v(D) dD$$

Im Gegensatz zur Radarreflektivität Z ist R von der 3. Potenz des Tropfendurchmessers D abhängig und wird maßgeblich von Tropfen mittlerer Größe bestimmt. Wegen der unterschiedlichen Abhängigkeiten der Größen Z und R vom Tropfendurchmesser D ist eine einfache lineare Beziehung nicht möglich. Zur Charakterisierung ihres Verhältnisses für ein Niederschlagsereignis wird z.B. durch alle Minutenwerte R_i, Z_i eine Regressionsgerade gelegt. Üblicherweise werden Z und R dann durch die Beziehung

$$(Gl. 9) \quad Z = a \cdot R^b$$

verknüpft. Für erste Näherungen wird die Formel von MARSHALL-PALMER (1948)

$$(Gl. 9a) \quad Z \text{ (mm}^6/\text{m}^3) = 200 \cdot R \text{ (mm/h)}^{1.6}$$

angewendet, wenn eine genauere Bestimmung (noch) nicht möglich ist.

Die Beiwerte a und b werden entweder mit Hilfe gleichzeitig gemessener Regenhöhen (volumenorientiert - Collier, 1986; Jacquet, 1987) oder Tropfenspektren (Kreuels, 1988) bestimmt. Da R als unabhängige Variable betrachtet wird (Untersuchungen ergaben auch bei sehr langen Ereignissen Korrelationskoeffizienten meist > 0.9), wird bei der Benutzung der Beziehung in der Radargleichung die Relation umgekehrt ($R = a \cdot Z^b$). Untersuchungen von Kreuels (BMFT-Zwischenbericht, 1988) ergaben, daß diese einfache Umrechnung zu gravierenden Fehlern bei ca. 50 % der R -Werte führen,

die nur unter Verwendung von gemessenen Tropfenspektren eines Tropfenspektrographen und durch Ermittlung über Regressionsgeraden erstellten R/Z-Beziehungen erheblich reduziert werden können.

Nachdem auf die Ermittlung der Niederschlagsintensität eingegangen worden ist, soll noch kurz die räumliche Zuordnung beschrieben werden.

Die Antenne eines Radargerätes strahlt z.B. in horizontalen Schritten von 0,7 Grad mit einem Öffnungswinkel von 1,2 Grad über das Meßgebiet hinweg. Bei jedem Antennenschritt werden 16 Impulse ausgesandt und das hieraus empfangene Videosignal wird mit einer radialen Auflösung von 300 m digitalisiert. Für jeden der 300 m Abschnitte wird der Mittelwert aus den 16 Einzelmessungen gebildet und als Meßwert in Polarkoordinaten abgespeichert. Abbildung 15 zeigt als Prinzip-Skizze die Gewinnung der Meßwerte für Flächenelemente von 0,7 Grad Horizontalwinkel mal 300 m radial, wobei anhand der Überlappungsbereiche zu sehen ist, daß der Reflektivitäts-Meßwert in der Mitte eines Flächenelementes nicht grenzscharf bestimmt wird.

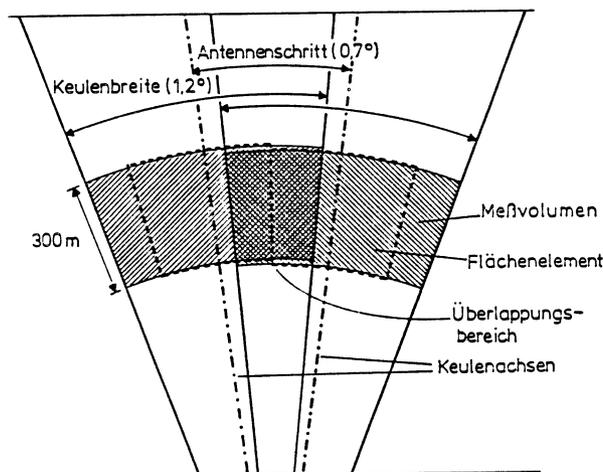


Abb. 15: Prinzip-Skizze zur Radar-Meßwertgewinnung für ein Flächenelement

Allgemein sollten beim Einsatz eines Radarsystems für Stadt-hydrologische Zwecke (Quantitative Messung des Niederschlags) folgende Punkte beachtet werden :

* Der Radarstrahl (die Hauptkeule) muß so scharf gebündelt sein, daß das gesamte Radarvolumen (der Raum, aus dem das Echo zurückkommt) mit Niederschlag gefüllt ist.

* Der Niederschlag soll möglichst knapp über der Erdoberfläche erfaßt werden, damit der gemessene Niederschlag mit dem übereinstimmt, der unter dem Meßbereich den Boden erreicht. Wegen der notwendigen Elevation (Höhenwinkel der Antenne) und der Erdkrümmung nimmt die Meßhöhe aber mit der Entfernung zu.

* Die Übergangszone zwischen Wassertropfen und Eisteilchen (Bereich der Atmosphäre oberhalb der 0^o-Grenze) soll nicht erfaßt werden, da die Reflektivität von Wasser und Eis sehr unterschiedlich ist.

* Das Radarecho darf nicht durch sogenannte Festziele (Berge, Hochhäuser, Schornsteine u.ä.) abgeschattet werden.

Aus diesen aufgeführten Randbedingungen ergibt sich eine entfernungsmäßige Begrenzung der quantitativen Niederschlagsmessung auf ca. 40 km, unabhängig von der verwendeten Wellenlänge des Radars. Echos werden natürlich auch über diesen Bereich hinaus empfangen. Nur ist dann die Unsicherheit bzgl. der ermittelten Regenwerte so groß, daß besser von einer qualitativen Messung gesprochen werden sollte.

Zu weiteren Fragen der Niederschlagsmessung mit Radar soll auf Riedl (1986), Breuer (1988) und die BMFT-Forschungszwischenberichte (1985-1991) verwiesen werden.

2.5.3 Aufbereitung der Radar-Niederschlagsdaten für Simulationszwecke

Messungsbedingt liegen die ermittelten Niederschlagsintensitäten eines Radargerätes zunächst in Polarkoordinaten vor und werden zur besseren Handhabung bzw. Zuordnung eines Einzugsgebietes in quadratische Flächenelemente des kartesischen Koordinatensystem umgewandelt. Alle 'Polar'-Regenwerte für ein 'kartesisches' Quadrat werden aufsummiert und durch die entsprechende Anzahl dividiert. Hierbei können festzielgestörte Daten entweder ignoriert oder durch geeignete Methoden (z.B. Mittelwert der umliegenden Meßwerte) korrigiert werden. Es muß gewährleistet sein, daß selbst das entfernteste 'kartesische' Quadrat durch mindestens zwei 'Polar'-Meßwerte bestimmt wird. Für die direkt an der Antenne gelegenen Quadrate wird dagegen sein Wert, wegen der Dichte der ausgesendeten Strahlen bzw. empfangenen Echos aus bedeutend mehr 'Polar'-Daten zusammengesetzt. Die Standardabweichung der Messung wird damit abhängig von der Entfernung, da mit zunehmender Entfernung ein 'kartesischer' Meßwert aus immer weniger 'polaren' Daten gebildet wird. Abbildung 16 zeigt grob die Zusammenhänge zwischen den 'polaren' und den 'kartesischen' Elementen. Die Radarmessung bezieht sich hierbei auf einen 90° Sektor, der durch 129 horizontale Winkelschritte abgetastet wird. Die radiale Meßdaten-Auflösung beträgt 300 m und entspricht 128 Werten pro Winkelschritt, so daß sich insgesamt 16.512 Meßdaten in Polarkoordinaten ergeben. Das überlagerte kartesische Flächenraster entspricht 2290 Quadraten der Größe 600 x 600 m. 'Polar'-Meßdaten, die außerhalb des 'kartesischen' Gitters ermittelt werden, gehen selbstverständlich nicht in die Zuordnung mit ein.

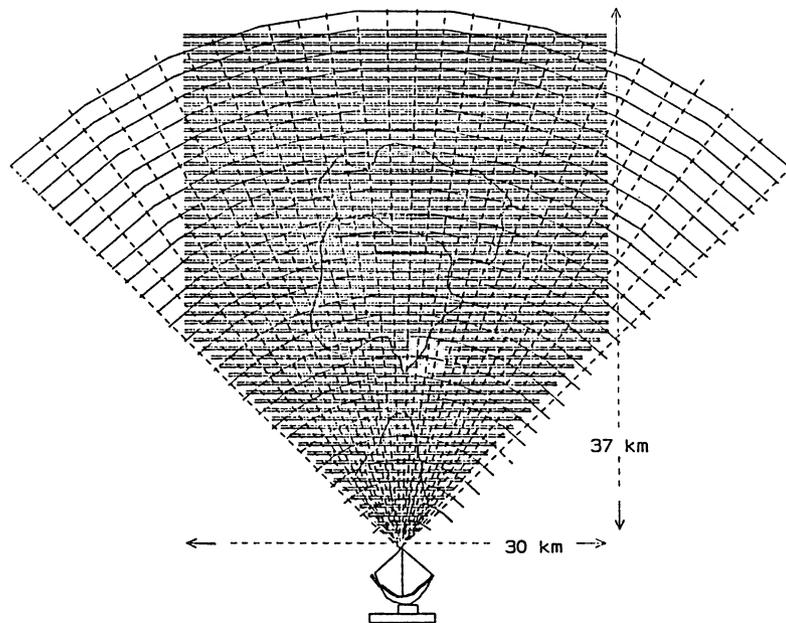
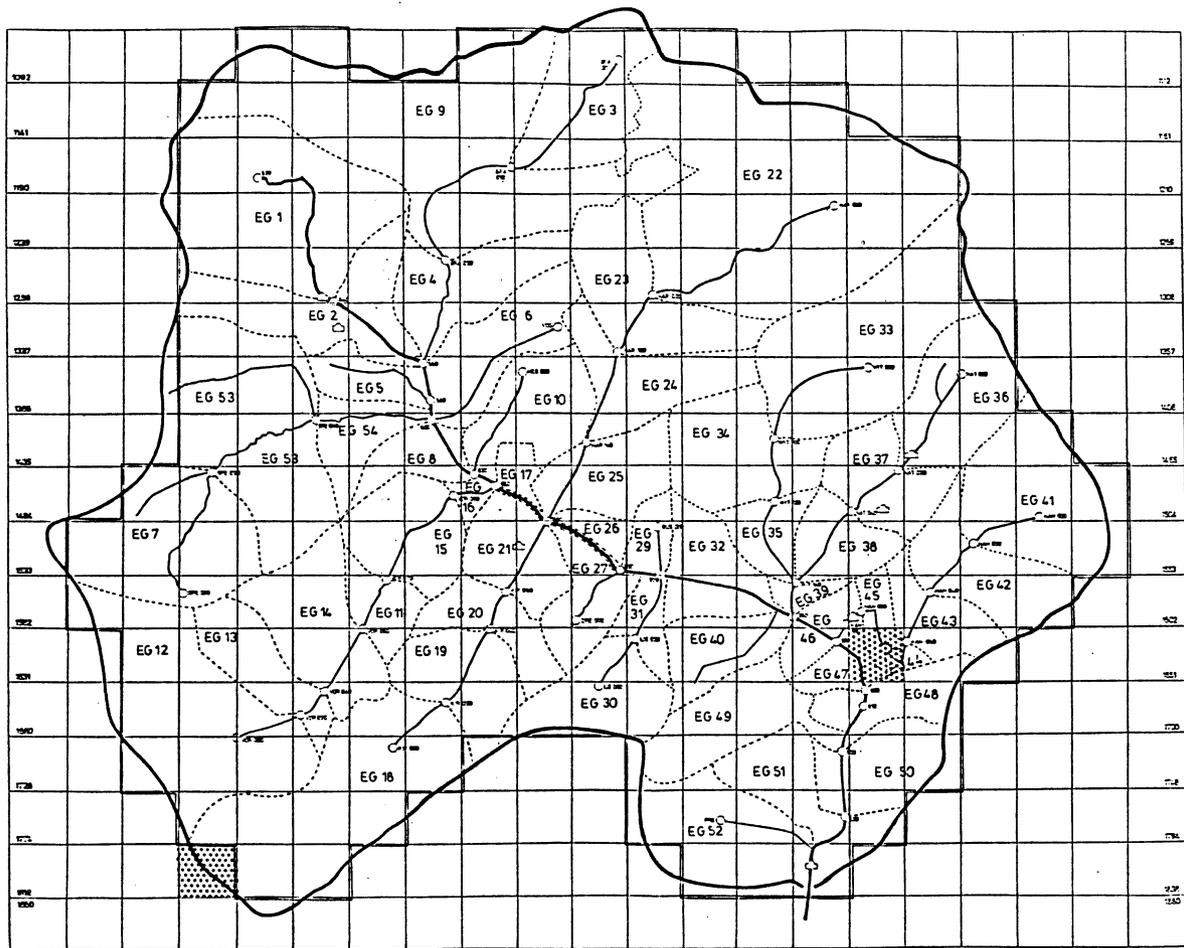


Abb. 16: Zuordnung von Polar- zu kartesischen Koordinaten eines Radar-Meßsektors

Die notwendigen weiteren Aufbereitungen der Niederschlags-Intensitäts-Daten zur Weiterverarbeitung in Oberflächenabfluß-Modellen sollen anhand des im Rahmen des BMFT-Forschungsprojektes (1986-1991) bearbeiteten Einzugsgebietes der Boye erläutert werden (Abbildung 17).

Das gesamte Einzugsgebiet der Boye umfaßt ca. 75 km^2 und ist für Simulationszwecke in 58 Abschnitte (Haltungen) unterteilt. Zu 54 dieser Abschnitte gehören Teileinzugsgebiete (EG) der Größenordnung zwischen 13 und 564 ha (Abb. 17, gestrichelte Linien). Ein Rechteck aus 18×20 Niederschlags-Daten-Elementen ($600 \times 600 \text{ m}$) des kartesischen Radar-Meßnetzes überspannt das gesamte Einzugsgebiet. 215 dieser Elemente (Abb. 17, Doppelstrich Linienzug) werden für die Zuordnung zu 54 sogenannter Regengebiete (RG) herangezogen. Jedes Regengebiet überlagert somit eines der 54 Teileinzugsgebiete. Da natürlich die Teileinzugsgebietsform bzw. -größe nicht mit einem überlagerten, starren Radarmeßnetz-Element von 36 ha übereinstimmt, werden zwischen 1 (Abb. 17 - RG 8) und max. 23 (RG 22) dieser Elemente zu einem Regengebiet zusammengefaßt. Anhand der Oberflächencharakteristik (insbesondere der

Versiegelungsgrad) wird entschieden, ob ein Radarraster-Element, das ein Teileinzugsgebiet nur teilweise überlagert, dem Regengebiet zugeordnet wird oder nicht (Abb. 17, z.B. Element 1821 nicht in RG 18). Außerdem kann ein Radarraster-Element mehrere Regengebiete beeinflussen, da seine 'Grenzen' mehrere Teileinzugsgebiete signifikant beeinflussen (Abb. 17, Element 1646 für RG 44, RG 45 u. RG 47). Umgekehrt kann das Regengebiet eines kleinen Einzugsgebietes (z.B. EG 44 mit 13 ha) durch mehrere Raster-Elemente (Abb. 17, Element 1646 u. 1647) festgelegt sein, zumal wenn das Einzugsgebiet nicht eindeutig einem Element zuzuordnen ist und einen relativ hohen Versiegelungsgrad aufweist (EG 44 - 65 %). Die Zuordnung zu nur einem Quadrat käme einer gedachten Verschiebung des Teileinzugsgebietes gleich. Die ermittelten Regenintensitäten für ein Regengebiet werden aufsummiert und durch ihre Anzahl dividiert. Die auf diesem Weg ermittelten 54 Niederschlagswerte entsprechen dem jeweiligen 'Punkt'-Niederschlag der 54 Teileinzugsgebieten. Über die jeweilige Oberfläche eines Teilgebietes wird diese Intensität als gleichverteilt angenommen und kann somit Eingang in ein Oberflächenabfluß-Modell finden.



Loge des Einzugsgebietes Bottrop-Boye im Radarmaßsektor

Abb. 17: Zuordnung von Radar-Niederschlags-Daten zu Einzugs-
gebiets-Niederschlags-Daten

**TEIL III:
THEORETISCHE/NUMERISCHE GRUNDLAGEN DER MODELLIERUNGEN**

1. Abflußbildung

1.1 Differenzierung der Verlustarte

Unter Abflußbildung versteht man die Ermittlung des abflußwirksamen Niederschlags, d.h. der Niederschlag wird um die auftretenden 'Verluste' auf seinen dem Kanalnetz zufließenden Anteil reduziert (ATV-Arbeitsgruppe 1.2.6).

Dieser Teil der Modellierung spielt bei einer Kalibrierung an gemessenen Daten eine entscheidende Rolle, da das Zuflußvolumen hierdurch festgelegt wird. Eine Verzerrung der Welle (sei es bei der Konzentration an der Oberfläche oder während des Transports im Kanal) aufgrund unzulänglicher Modellierung der Bewegungsvorgänge ist in vielen Fällen (insbesondere wenn nur einige Charakteristiken der Ganglinie der beobachteten Größe von Interesse sind, wie z.B. Spitzenwert, Schwerpunktlaufzeit,...) zulässig, eine falsche Ermittlung der Zuflußvolumina bedeutet dagegen eine Verletzung der Kontinuitätsgleichung - Wasser geht verloren oder wird aus dem Nichts erzeugt! - .

Die Modellansätze unterscheiden sich in folgenden Punkten:

1. Differenzierung der Verlustarten (ob eine getrennte Berechnung für unterschiedliche Verlustarten erfolgt).
2. Anzahl der Bodenarten, die bei einer Simulation gleichzeitig berücksichtigt werden können.
3. Angenommener Verlauf der berücksichtigten Verluste.

Die Verluste, die in den einzelnen Teilflächen auftreten, werden unterteilt in Oberflächen- und Bodenverluste.

Oberflächenverluste bestehen aus den Benetzungs- (B_V), Mulden- (M_V) und Verdunstungsverlusten (h_V), wobei sich die Bodenverluste aus den Versickerungsverlusten (V_S) zusammensetzen.

Die Größenordnung der Verluste hängt von der Beschaffenheit des Bodens sowie von der Vorgeschichte des Ereignisses ab.

Nach ATV-A 119 sollen, soweit keine anderen Werte nachgewiesen werden, die Parameter je Verlustart innerhalb der folgenden Grenzen liegen:

- Benetzungsverluste:

befestigte Flächen	0,2-0,5	mm
unbefestigte Flächen	0,2-1,00	mm

- Muldenverluste:

glatte Dachflächen	0,2-1,0	mm
befestigte Straßen-/Hof-Flächen	0,4-2,0	mm
unbefestigte Fläche	0,8-5,0	mm

- Verdunstungsverluste:

Die Verdunstungsverluste können in unseren Breiten vernachlässigt werden. Wenn sie bei längeren Ereignissen eingesetzt werden, sollten sie zwischen 0,003 und 0,009 mm/min gewählt werden.

- Versickerungsverluste:

Sie sind von der Bodenbeschaffenheit abhängig. Die Versickerungsraten nehmen mit der Dauer des Regens ab. Je nach Beschaffenheit und Vorbefeuchtung gilt;

Anfangsversickerungsverluste	0,30-1,8 mm/min
Endversickerungsverluste	0,03-0,3 mm/min

In den meisten Abflußbildungsansätzen wird daher zwischen zwei Klassen von Böden unterschieden, den undurchlässigen (bzw. befestigten) und den durchlässigen (bzw. unbefestigten) Flächen. Dies ist insofern notwendig, da das relative Gewicht der jeweiligen Verlustart anders bestimmt werden muß. Während in den durchlässigen Flächen die Infiltrationsverluste die entscheidende Rolle spielen, sind sie in den undurchlässigen vernachlässigbar.

Innerhalb jeder Klasse (durchlässig/undurchlässig) wird oft keine differenzierte Betrachtung vorgenommen. Die berechneten

Verlusthöhen sind dementsprechend Mittelwerte über das zu simulierende Einzugsgebiet (bzw. Teileinzugsgebiet).

Bei den durchlässigen Flächen sind naturgemäß die gesamten Verluste viel höher als bei den undurchlässigen Flächen. In Europa und Nord-Amerika ist sogar in vielen Ereignissen nur die Betrachtung der befestigten Flächen ausreichend zur Ermittlung des abflußwirksamen Niederschlags. Daher werden in den einfachsten N-A-Modellen (ATV-A118; ATV-A119; Desbordes, 1974) die abflußwirksamen gleich den befestigten Flächen gesetzt.

Bemerkung:

In vielen Ländern der dritten Welt ist jedoch eine solche klare Trennung zwischen undurchlässigen und durchlässigen Flächen nicht zwangsläufig sinnvoll (Bouvier, 1990). Dies ist unter anderem darauf zurückzuführen, daß das städtische Muster (Wege, Bebauung) oft chaotisch aussieht.

In detaillierteren Modellierungen findet innerhalb jeder Klasse (insbesondere bei den undurchlässigen Flächen) eine Differenzierung der Bodenarten nach Teileinzugsgebieten statt. Am häufigsten wird eine getrennte Angabe der Dachflächen gegenüber den restlichen Hof- bzw. Straßenflächen vorgenommen, da sich Verluste sowie Reaktionszeiten deutlich unterscheiden.

1.2 Berechnung der Oberflächenverluste

1.2.1 Mathematische Formulierung (Fuchs, 1990; Paulsen, 1987; Sieker, 1989)

Die meßtechnische Erfassung der Abflußbildungsvorgänge (sei es auf der Oberfläche oder im Boden) ist außerordentlich schwierig. In den meisten Fällen sind die Verluste nur indirekt durch den Vergleich zwischen Brutto- und abflußwirksamem Niederschlag ermittelbar. Damit sind Annahmen über Art und Verlauf der Verluste nicht zu vermeiden.

Nach ATV-A 118 (Zielsetzung: Dimensionierung des Kanals) werden die insgesamt eingetretenen Verluste im Vorfeld abgeschätzt und ihre Verteilung aufgrund von einfachen Annahmen vorgenommen :

1. Schwellwertmethode:

Die Verluste (= Benetzung, Muldenauffüllung) werden am Anfang des Ereignisses vorweg abgezogen. Danach gelten die Bruttoniederschlagshöhen als vollständig abflußwirksam.

2. Die Abflußprozentmethode ohne Anfangsverluste:

Es wird der mittlere Abflußbeiwert ψ_{ges} (= Verhältnis der abflußwirksamen Niederschlagshöhe durch die gesamte Niederschlagshöhe) errechnet und als konstant für jeden Zeitschritt angenommen. Die Verluste (= Dauerverluste) werden entsprechend ermittelt.

3. Die Abflußprozentmethode mit Anfangsverlusten:

Ein Teil der Verluste wird am Anfang des Niederschlags (= Benetzungsverluste ?) vorweg abgezogen, bevor der Niederschlag abflußwirksam wird.

Bei der Grenzwertmethode (Fuchs, Verworn, 1990; Paulsen, 1987) werden im Gegensatz zu den drei ersten Ansätzen die drei Verlustarten (Benetzungv., Muldenv., Dauerv.) explizit berücksichtigt:

- Vorwegabzug der Benetzungsverluste.
- Anschließend wird ein Teil des Niederschlags sofort abflußwirksam. Der Abflußbeiwert (ψ_i zum Zeitpunkt t_i) hängt dabei vom Muldenauffüllungsgrad (ε_i) ab (Formeln 1 und 2).
- Nach Auffüllung der Mulden ($\varepsilon=100\%$) erreicht der Abflußbeiwert einen Grenzwert (ψ_e). Wenn dieser Grenzwert kleiner 1 ist, treten 'Dauerverluste' auf.

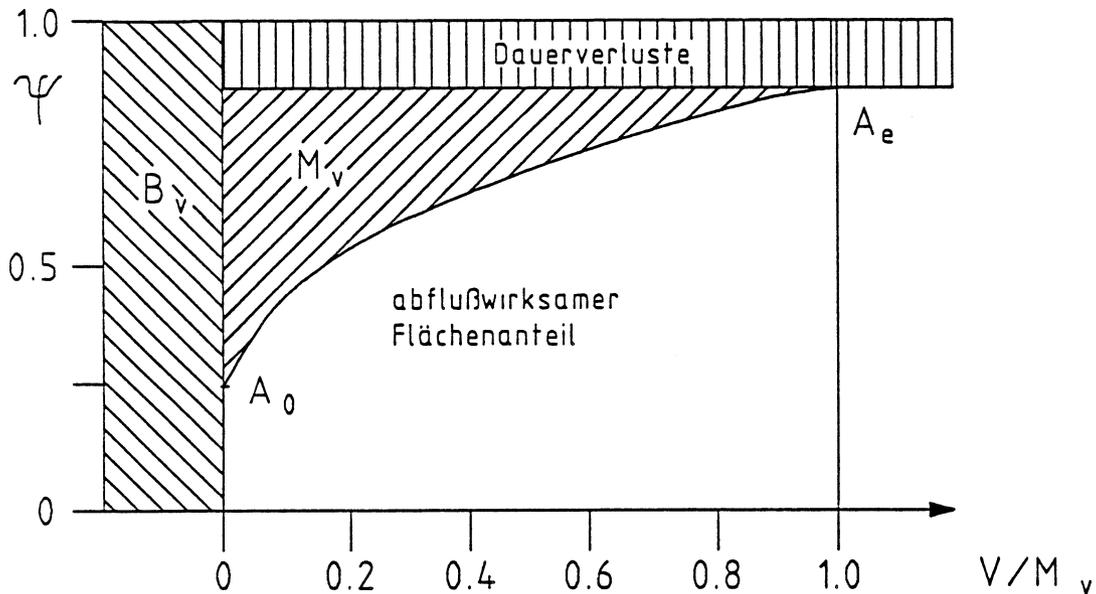


Abb.1: Abhängigkeit zwischen Muldenauffüllungsgrad (ε) und Abflußbeiwert (ψ). - Grenzwertmethode - (Fuchs, 1989).

Die Abhängigkeit $\psi = \psi(\varepsilon)$ des Abflußbeiwertes vom Muldenauffüllungsgrad kann durch unterschiedliche Ansätze ausgedrückt werden:

$$(Gl. 1) \quad \psi_i = \frac{R_i}{N_i} = \psi_0 + (\psi_e - \psi_0) \cdot (1 - e^{-c \cdot \sum N_j})$$

$$(Gl. 2) \quad \psi_i = \frac{R_i}{N_i} = \psi_0 + (\psi_e - \psi_0) \cdot \varepsilon_i \cdot e^{1-\varepsilon_i}$$

mit

- ε_i = Muldenauffüllungsgrad zum Zeitschritt i (-)
- ψ_i = Abflußbeiwert zum Zeitschritt i (-)
- ψ_0 = Abflußbeiwert am Anfang des Ereignisses (-)
- ψ_e = maximaler Abflußbeiwert (-)
- c^1 = Konstant (1/mm)
- M_v = maximaler Muldenverlust (mm)
- R_i^2 = Abflußwirk. Niederschlag zum Zeitschritt i (mm)

¹ Es kann durch eine einfache Berechnung gezeigt werden, daß in Gl.1 die Konstante c folgenden Wert annimmt; $c = \frac{\psi_e - \psi_0}{M_v}$ (Gl.3).

²Vorausgesetzt keine anderen Verluste (Bodenverluste) treten auf. Dies ist bei den undurchlässigen Flächen der Fall. Bei den durchlässigen Flächen sind die Infiltrationsverluste oft viel höher als die

N_i = Niederschlagshöhe zum Zeitschritt i (mm)

Es ist schwierig, einen Bezug zwischen den tatsächlich auftretenden physikalischen Vorgängen und ihrer mathematischen Formulierung aus den oben beschriebenen Ansätzen herzustellen. Aber auch bei der Grenzwertmethode, in der die Verlustarten differenziert aufgeführt werden, bleibt die physikalische Bedeutung der Ansätze Gl. 1 und Gl. 2 (bzw. ihre Unterschiede) unklar. Dies ist darauf zurückzuführen, daß eine klare Trennung zwischen hydrologischer und struktureller Beschreibung nicht gewährleistet wird.

Die Verlustparameter V_m und V_b lassen sich leicht den hydrologischen Parametern zuordnen. Der Parameter ψ wird seinerseits als abflußwirksamer Anteil der Gebietsfläche interpretiert, wobei ψ_0 dem Anteil der Flächen, der sofort nach Abzug der Benetzungsverluste abflußwirksam wird, entspricht. Demzufolge hängt ψ von den Charakteristiken des Einzugsgebiets ab, wobei ψ_0 oft mit dem Dachflächenanteil gleich gesetzt wird. Je länger das Ereignis wird, desto höher wird der Anteil der abflußwirksamen Flächen.

Im Ansatz Gl. 1 ist ψ mit der Niederschlagshöhe verbunden. Diesen Verlauf kann man durch folgende Annahmen über das Einzugsgebiet interpretieren:

- a) die Mulden haben unterschiedliche Tiefen (Muldenklassen)
- b) die Mulden (in jeder Klasse) sind gleichmäßig über das Gebiet verteilt
- c) die Verteilung der Muldentiefenklasse ist exponential

Andere Annahmen über die Struktur des Gebietes wären sicherlich denkbar (und komplizierter!), die aber zur gleichen Formulierung führen würden.

Im Ansatz Gl. 2 ist der Verlauf des Abflußbeiwertes vom Muldenfüllgrad abhängig. Direkte Verbindung mit der Gebietsbeschreibung ist in diesem Fall nicht möglich.

Oberflächenverluste. Deshalb werden letztere sehr grob nachgebildet (z.B. durch einfachen Vorwegabzug).

1.2.2 Numerische Umsetzung

Bei der Schwellwertmethode sowie bei der Abflußprozentmethode bereitet die numerische Umsetzung keine Schwierigkeiten. Bei der Grenzwertmethode kann jedoch eine zusätzliche numerische Unsicherheit auftreten.

Wenn der Ansatz 1 (bzw. 2) entsprechend der Formulierung in Gl. 1 (bzw. Gl. 2) direkt in ein Computerprogramm übertragen wird, besteht eine intervallweise Ermittlung der abflußwirksamen Niederschlagsanteile. Bei der Variation der Berechnungsschrittweite stellt sich heraus, daß sich die Summen der abflußwirksamen Niederschläge ändern. Dieser Effekt liegt darin begründet, daß die Annahme konstanter Abflußbeiwerte innerhalb der Niederschlagsintervalle nicht richtig ist, vielmehr ändert sich der Abflußbeiwert im Laufe eines Intervalls.

Um solche Schwierigkeiten zu vermeiden, ist es notwendig die integrale Form des Abflußbildungsansatzes zu verwenden.

$$(Gl. 4) \quad \Delta R_i = \int_{N=N_{i-1}}^{N=N_i} \psi(N) \cdot dN$$

- Der Ansatz Gl. 1 kann in integrale Form relativ einfach durch Gleichungen 5 und 6 formuliert werden:

$$(Gl. 5) \quad \varepsilon_{m,i} = 1 - (1 - \varepsilon_{m,i-1}) \cdot e^{-c \cdot \Delta N_i}$$

$$(Gl. 6) \quad \Delta R_i = \psi_e \cdot \Delta N_i - V_m \cdot (\varepsilon_{m,i} - \varepsilon_{m,i-1})$$

- Dagegen läßt sich Ansatz Gl. 2 in integrale Form nicht einfach formulieren.

1.3 Berechnung der Bodenverluste

1.3.1 Mathematische Formulierung

Versickerung bezeichnet den Vorgang, bei dem Niederschlagswasser aus der Oberfläche in den Boden eindringt. Physikalisch fundierte Ansätze zur Beschreibung der Bewegung einer

Flüssigkeit im Boden sind äußerst komplex. Viele Faktoren, wie z.B. das Gewächs, die Porosität des Bodens, die hydraulische Konduktivität, die Bodenfeuchtigkeit, haben einen Einfluß. Angesichts der Tatsache, daß in der Stadthydrologie die Infiltrationsvorgänge nur am Rande eine Rolle spielen, stellen die dort verwendeten Ansätze nur eine grobe Vereinfachung der Realität dar. Folgende charakteristische Eigenschaften der Infiltration werden jedoch in den meisten Modellen berücksichtigt:

1. Jede Bodenart hat eine maximale Infiltrationsrate f_0 , die nach einer längeren Trockenperiode jeweils am Beginn eines Niederschlags auftritt und sich dabei additiv aus den Wirkungen der Schwerkraft und der Saugspannung des ungesättigten Bodens ergibt.
2. Bei anhaltendem Niederschlag nimmt die Sättigung des Bodens in vertikaler Richtung zu und damit die Saugspannung an der Bodenoberfläche ab. Dadurch verringert sich die potentielle Infiltrationsrate f_p und strebt gegen einen Grenzwert f_e .
3. Die kumulative Infiltration $F(t)$ (= gesamte Bodenverluste) nach Beginn des Ereignisses zum Zeitpunkt t rechnet sich aus den aktuellen Infiltrationsraten f_a :

$$(Gl. 7) \quad F(t) = \int_0^t f_a(\tau) \cdot d\tau \quad (\text{mm})$$

Am häufigsten werden folgende Ansätze verwendet (Fuchs, Verworn, 1990; Paulsen, 1987; Sieker, 1989; Ven Te Chow et al., 1988):

- | |
|---|
| <ul style="list-style-type: none">- Ansatz von Horton,- Ansatz von Philip,- Ansatz von Neumann,- Ansatz von Green-Ampt |
|---|

1) Ansatz von Horton:

Der Ansatz wurde von Horton (1933,1939) entwickelt und ist heutzutage der verbreiteste in der Stadthydrologie. Die Infiltrationsrate wird hier, wie folgt, berechnet:

$$(Gl. 8) \quad f_p(t) = f_e + (f_0 - f_e) \cdot e^{-kt}$$

mit

$f_p(t)$: potentielle Infiltrationsrate (mm/min)

f_e : minimale Infiltrationsrate zur Zeit $t=\infty$

f_e : Durchlässigkeitsbeiwert k_f des gesättigten Bodens

f_0 : maximale Infiltrationskapazität zur Zeit $t=0$ (mm/min)

k : Rückgangskonstante (1/min)

2) Ansatz von Philip

Philip (1957, 1969) hat die Gleichung von Richard (zur Charakterisierung der Grundwasserbewegung im ungesättigten Boden) unter vereinfachten Bedingungen gelöst. Er zeigte, daß der Verlauf der kumulativen Infiltration folgendermaßen beschrieben werden kann:

$$(Gl. 9) \quad F(t) = S \cdot t^{\frac{1}{2}} + K \cdot t$$

mit

S : die Sorptivität (sorptivity)

K : die hydraulische Konduktivität (conductivity)

Aus der Ableitung von Gl. 9 ergibt sich:

$$(Gl. 10) \quad f_p(t) = \frac{1}{2} \cdot S \cdot t^{-\frac{1}{2}} + K$$

Der erste Term von Gl. 10 entspricht der Wirkung der Saugspannung, der zweite der Wirkung der Schwerkraft. Wenn t gegen unendlich strebt, dann strebt f_p gegen K (es gibt keine Saugspannung mehr).

Die Ansätze 1 und 2 haben folgende Vorteile:

- 1) Sie bilden die wichtigsten Charakteristiken des Versickerungsvorgangs nach.

2) Sie lassen sich sehr einfach formulieren. Die Infiltrationsraten werden einzig als Funktion der Zeit formuliert, ohne daß die Charakteristiken des Regens explizit berücksichtigt werden müssen.

Man darf jedoch nicht vergessen, daß die berechneten Infiltrationsraten, streng genommen, potentielle Infiltrationsraten darstellen.

- Wenn die Niederschlagsintensität über die Dauer des Ereignisses ständig höher als die potentielle Infiltrationsrate des Bodens ist, dann können die Ansätze direkt zur Berechnung der aktuellen Infiltrationsrate verwendet werden.
- Wird während eines Zeitschrittes die Niederschlagsintensität kleiner als die potentielle Infiltrationsrate, dann ist die aktuelle Infiltrationsrate gleich der Niederschlagsintensität und der Rückgang der potentiellen Infiltrationsrate wird verlangsamt.

Mathematisch drückt man dies durch folgende Formeln aus:

Fall 1:

$$(Gl. 11) \left(\frac{\Delta N}{\Delta t}(t) > f_p \right) \Rightarrow f_a(t) = f_p(t)$$

Fall 2:

$$(Gl. 12) \left(\frac{\Delta N}{\Delta t}(t) < f_p \right) \Rightarrow f_a(t) = \frac{\Delta N}{\Delta t}$$

Um die Einschränkung der Methoden zu beheben, schlägt Paulsen (1986) folgende Vorgehensweise vor:

Im Fall 2 wird innerhalb des Zeitschrittes Δt , eine Teilung in zwei Phasen (Δt_1 und Δt_2) vorgenommen. In der ersten Phase (Δt_1) versickert die gesamte Niederschlagshöhe mit Rückgang der potentiellen Infiltration. In der zweiten Phase (Δt_2) findet ein Wiederanstieg der potentiellen Infiltration statt (Abb.2).

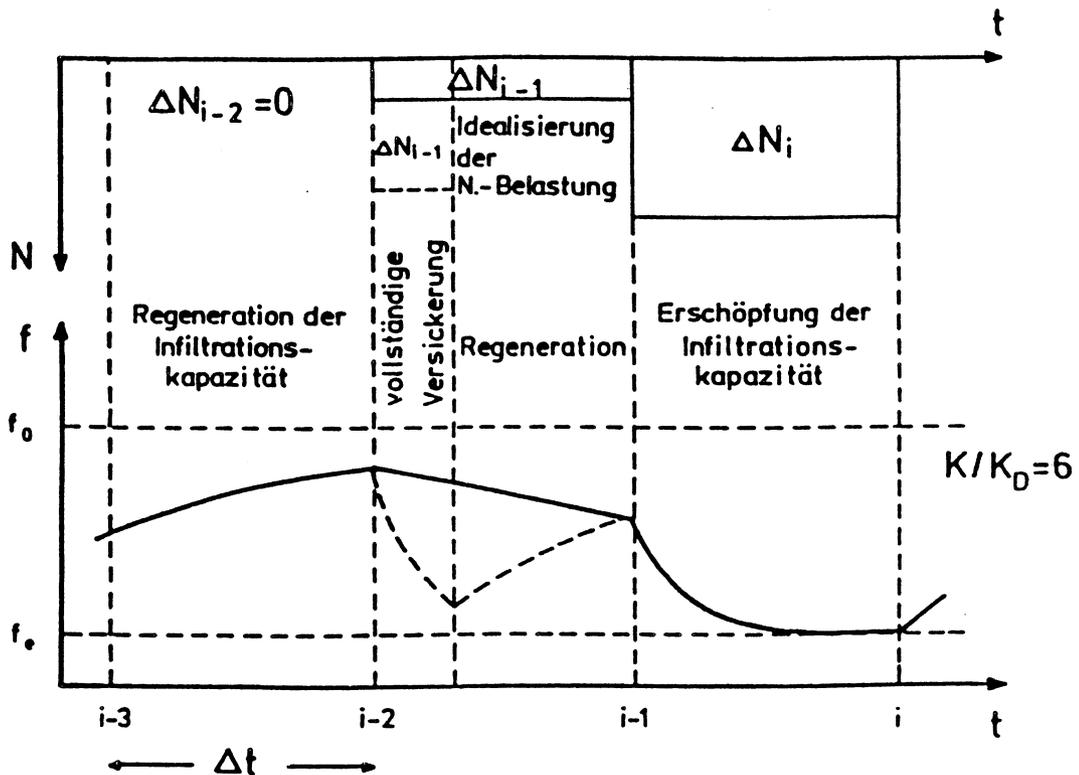


Abb.2: Prinzip des Ansatzes zur Infiltrationsberechnung nach Paulsen.

In Gegensatz zu den Ansätzen von Horton und Philip erfolgt in denen von Neumann und von Green-Ampt die Berechnung der aktuellen Infiltrationsraten $f_a(t)$ in ausdrücklicher Abhängigkeit vom Wassergehalt des Bodens.

Bemerkung: Hier wird nur der Ansatz von Neumann geschildert. Zur Beschreibung der (komplexeren) Green-Ampt Methode sei auf die Literatur verwiesen (Green,Ampt,1911; Ven Te Chow, 1988).

3) Ansatz von Neumann (Neumann, 1976)

Die Infiltrationsrate wird durch Gl. 13 formuliert:

<p>(Gl. 13) $f_p = p + b \cdot (W_s - W)$ (mm/min)</p>

mit

$p = (c \cdot W)$: Term für die Entleerung des betrachteten Bodenkörpers durch Versickerung bzw. Evaporation

W = momentaner Wassergehalt (mm)

W_s = maximaler versickerungswirksamer Wassergehalt (mm)

c = Proportionalitätsfaktor der wassergehaltsabhängigen Entleerung (1/min)

b = Proportionalitätsfaktor der vom Sättigungsdefizit ($W_s - W$) abhängigen Infiltration von der Oberfläche (1/min)

Die Veränderung des Wassergehaltes der betrachteten Bodenzone ist gleich der Differenz aus Infiltration und Entleerung:

$$(Gl. 14) \quad \frac{dW}{dt} = f_a - p = f_a - c \cdot W$$

Wie schon bei den (erweiterten) Ansätzen von Horton und Philip werden 2 Fällen unterschieden:

Fall 1: Die Niederschlagsintensität ist größer als die potentielle Infiltrationsrate.

$$(Gl. 15) \quad f_a = f_p$$

$$(Gl. 16) \quad \frac{dW}{dt} = b \cdot (W_s - W)$$

Fall 2: Die Niederschlagsintensität ist kleiner als die potentielle Infiltrationsrate.

$$(Gl. 17) \quad f_a = \frac{\Delta N}{\Delta t} ,$$

$$(Gl. 18) \quad \frac{dW}{dt} = \frac{\Delta N}{\Delta t} - c \cdot W$$

1.3.2 Vergleich der Ansätze unter theoretischen Gesichtspunkten

Die (eindimensionale = senkrechte) Dynamik des Grundwassers im ungesättigten Boden, wird physikalisch durch die Gleichung von Richards (Richards, 1931; Van te Chow, 1988;

Dyck/Peschke, 1989) beschrieben. Zu ihrer Ableitung wurden folgende Annahmen getroffen:

- das Gesetz von Darcy gilt Gl. 19
- die Saugspannung und die Schwerkraft sind die einzig maßgebenden Kräfte Gl. 20

$$(Gl. 19) \quad q = -K \cdot \frac{\partial h}{\partial z} \quad (\text{Darcy Gesetz})$$

$$(Gl. 20) \quad h = \psi(\theta) + z$$

mit

- h = Wasserpotential (m) in der ungesättigten Bodenzone
- K = Durchlässigkeitsbeiwert (m/s)
- q = Durchfluß pro m² Boden (m³/s) in senkrechter Richtung
- z = geodätische Höhe (m)
- θ = Bodenfeuchte = Wasservolumen pro Volumeinheit des Bodens (-)
- ψ = das feuchteabhängige Potential (m)

Ersetzt man h in Gl. 19, ergibt sich:

$$(Gl. 21) \quad q = -(D(\theta) \cdot \frac{\partial q}{\partial z} + K)$$

$$(Gl. 22) \quad D(\theta) = K(\theta) \cdot \frac{d\psi}{d\theta}$$

D wird Diffusivität des Bodens genannt.

Gl. 21 stellt die dynamische Grundgleichung dar. Durch Berücksichtigung der Kontinuitätsgleichung (Gl. 23), ist es möglich, den Verlauf der Bodenfeuchte während des Ereignisses zu verfolgen (Gl. 24: Gleichung von Richards).

$$(Gl. 23) \quad \frac{\partial \theta}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial z} = 0 \quad (\text{Kontinuitätsgleichung})$$

Ersetzt man in Gleichung 23 q durch seinen Wert aus (Gl. 21), erhält man:

$$(Gl. 24) \quad \frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \cdot (D(\theta) \cdot \frac{\partial q}{\partial z} + K) \quad (\text{Gl. von Richards})$$

Es ist theoretisch möglich zu zeigen, daß sowohl die Gleichung von Horton als auch die von Philip aus der Gleichung von Richards durch Vereinfachungen abgeleitet werden können:

- Der Ansatz von Horton (Gl. 9) läßt sich aus der Gleichung von Richards ableiten, wenn die Parameter K und D als unabhängig von der Bodenfeuchte betrachtet werden ($K(\theta)=K$ und $D(\theta)=D$) (Raudkivi, 1979).
- Philip hat die Gleichung von Richards unter weniger restriktiven Bedingungen gelöst - D und K sind abhängig von der Bodenfeuchtigkeit -. Die numerische Lösung (Werte der kumulativen Infiltration F) ist durch Gl. 9 approximiert.

Man kann zudem zeigen, daß der Ansatz von Neumann mit dem von Horton formal übereinstimmt, wenn die Infiltrationskapazität des Bodens ständig ausgeschöpft wird. In diesem Fall kann man aus Gleichung 13 bis 16 folgendes entnehmen:

$$(Gl. 25) \quad f(t) = c \cdot W_S + ((c-b) \cdot W_O + b \cdot W_S - c \cdot W_S) \cdot e^{-bt}$$

W_O : Wassergehalt des Bodens am Anfang des Ereignisses (mm)

Durch formalen Vergleich mit Gl. 8 ergibt sich folgende Korrespondenz zwischen den Parametern:

$f_e = c \cdot W_S$
$f_O = (c-b) \cdot W_O + b \cdot W_S$
$k = b$

Der Vorteil des Ansatzes von Neumann gegenüber dem klassischen Ansatz von Horton (bzw. Philip) liegt darin, daß die eventuelle Nicht-Ausschöpfung der Infiltrationskapazität während eines Zeitschrittes von vorn herein vorgesehen ist. Durch die Korrektur von Paulsen wird es sogar möglich, einen solchen Fall mit Hilfe des Ansatzes von Horton zu berücksichtigen. Dementsprechend kann man daraus schließen,

daß vom theoretischen Gesichtspunkt alle vorgestellten Ansätze äquivalent sind, d.h sie beruhen auf den gleichen Annahmen und unterliegen den gleichen Einschränkungen.

1.3.3. Bestimmung der Parameterwerte

Eine Simulation mit den oben vorgestellten Ansätzen setzt die Kenntnis der entsprechenden (hydrologischen) Parameter voraus.

Ansatz nach Horton ³	f_o, f_e, k, k^D
Ansatz nach Philip	S, K.
Ansatz nach Neumann	$W_s, b, c.$

Tab.1 : Parameterübersicht.

Für die Ansätze von Horton und Neumann werden folgende Werte vorgeschlagen:

Bodenart	f_o mm/min	f_e mm/min	W_s mm	b(bzw.k) 1/min	c 1/min
Ton, lehm. Ton	1	0,03	16	0,0625	0,0019
Lehm, Löss	1	0,08	23	0,0435	0,0035
sand. Lehm, lehm. Sand	1	0,10	18	0,0555	0,0056
Sand	1	0,16	12	0,0833	0,0133

Tab.2: empfohlene Parameterwerte.

1.3.4 Numerische Umsetzung

Wie bei der Berechnung der Oberflächenverluste besteht die Gefahr einer zusätzlichen numerischen Unsicherheit, falls die oben aufgeführten Gleichungen nicht in ihrer integralen Form programmiert werden. Dies setzt voraus, daß zu jedem Berechnungszeitschritt $i \cdot \Delta t$ der kumulative Infiltrati-

³ In der erweiterten Version des Ansatzes (nach Paulsen) gibt es einen zusätzlichen Parameter k^D , der den Wiederanstieg der potentiellen Infiltrationskapazität (falls $f_a < f_p$) charakterisiert. Paulsen schlägt folgende Gleichung vor:

$$(Gl.26) \quad k^D = \frac{k}{6}$$

onsverlust ΔF_i nach Gl. 27 berechnet wird.

$$(Gl. 27) \quad \Delta F_i = \int_{t_{i-1}}^{t_i} f(t) \cdot dt$$

1.3.4.1 Integrale Form des Ansatzes von Horton:

$$(Gl. 28) \quad \Delta F_{pi} = f_e \cdot \Delta t + (f_{pi-1} - f_e) \cdot \frac{(1 - e^{-k \cdot \Delta t})}{k}$$

f_{pi-1} : potentielle Infiltrationsrate am Anfang des Zeitschrittes i

Die Berechnung von ΔF_{pi} erlaubt zusätzlich die Kontrolle, ob die Voraussetzung für die Anwendbarkeit des Modells gegeben ist.

- Sie ist erfüllt (Fall 1), wenn die Infiltrationskapazität ständig ausgeschöpft ist (vgl. Gl. 11)

$$(Gl. 29) \quad \Delta N_i > \Delta F_{pi} \Rightarrow \Delta A_i = \Delta N_i - \Delta F_i$$

- Im Fall 2 ist die Infiltrationskapazität nicht ausgeschöpft (vgl. Gl. 12)

$$(Gl. 30) \quad \Delta N_i < \Delta F_{pi} \Rightarrow \Delta A_i = 0$$

ΔA_i : Niederschlagshöhe nach Abzug der Infiltrationsverluste (mm). Zur Berechnung der abflußwirksamen Höhe müssen noch eventuelle Oberflächenverluste berücksichtigt werden.

Paulsen (Abb. 2) berechnet eine Regeneration der Infiltrationskapazität, indem der Zeitschritt $i \cdot \Delta t$ in zwei Phasen unterteilt wird:

- Phase Δt_1 , während der die gesamte Niederschlagshöhe ΔN_i infiltriert wird
- Phase Δt_2 , während der die Regeneration nach folgender Gleichung stattfindet

$$(Gl. 31) \quad f_i = f_0 - (f_0 - f_{j1}) \cdot e^{-k^D \cdot \Delta t}$$

mit

f_i : potentielle Infiltrationskapazität am Anfang des Zeitschrittes $(i+1)\Delta t$

f_{j1} : potentielle Infiltration zur Zeit $(i-1)\Delta t + \Delta t_1$

Δt : Berechnungszeitschritt ($\Delta t = \Delta t_1 + \Delta t_2$)

Δt_1 : Infiltrationsphase ($f_a = f_p$)

Δt_2 : Phase 'Regeneration der potentiellen Infiltration'

1.3.4.2. Integrale Form des Ansatzes von Neumann

Es werden ebenfalls 2 Fälle unterschieden:

·1 durch Integration der Gleichung 16 gilt:

$$(Gl. 32) \quad W_i = W_{i-1} \cdot e^{-b \cdot \Delta t} + W_s \cdot (1 - e^{-b \cdot \Delta t})$$

·2 durch Integration der Gleichung 18 gilt:

$$(Gl. 33) \quad W_i = W_{i-1} \cdot e^{-c \cdot \Delta t} + \frac{\Delta N}{\Delta t \cdot c} \cdot (1 - e^{-c \cdot \Delta t})$$

W_i : Wassergehalt des Bodens zur Zeit $i \cdot \Delta t$ (mm)

Die kumulative Infiltration zum Zeitschritt i (ΔF_i) wird durch Bilanzierung der Volumina hergeleitet.

2. Wellenbewegung: Klassifizierung der Ansätze

2.1 Die Unterscheidung von Abflußkonzentration und Abflußtransport

Eine Möglichkeit der Unterteilung besteht in der Unterscheidung zwischen Modellen zur numerischen Simulation der Abflußkonzentration und Modellen zur Simulation des Abflußtransports.

- Abflußkonzentration bezeichnet die Wellenbewegung an der Gebietsoberfläche bis zum Kanal. Programmtechnisch rechnen die entsprechenden Bausteine die Zuflußwellen (m^3/s) für jeden Schacht des Kanals.
- Abflußtransport bezeichnet die Wellenbewegung innerhalb des Kanals. Programmtechnisch ermitteln die entsprechenden Bausteine den Durchfluß (m^3/s) in jeder Haltung während der Simulationsperiode. Geschwindigkeiten (m/s) und Wasserstände (m) können auch berechnet werden, wenn das Transportmodell gewisse Voraussetzungen (siehe Abschnitt III.2.2) erfüllt.

Die entsprechenden Modellbausteine werden in vielen Programmpaketen - z.B. **SWMM** (EPA; 1971), **MOUSE** (DHI; 1989), **HYSYSTEM-EXTRAN** (Fuchs, Verworn; 1989) - voneinander getrennt bearbeitet. In Abb.3 werden beispielhaft die Verknüpfungen der Modellbausteine am Modell **SWMM** dargestellt.

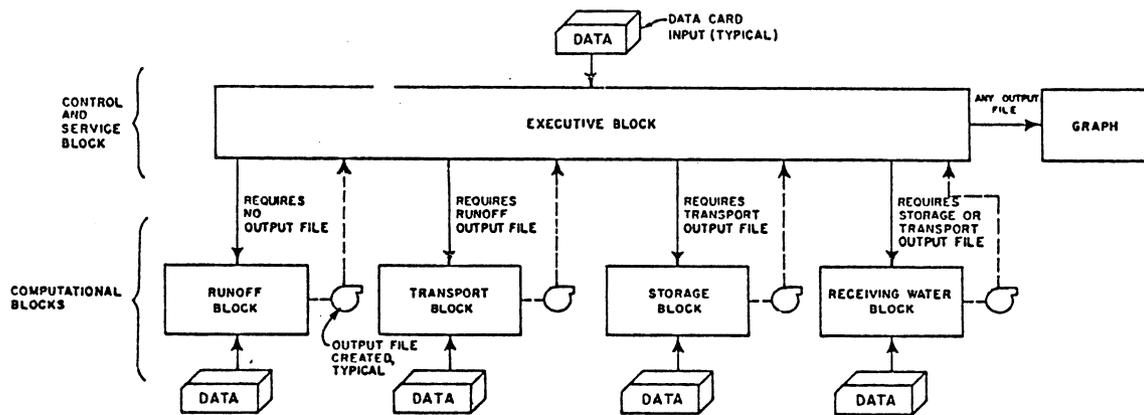


Abb.3 : Verknüpfung der Modellbausteine in SWMM (EPA;1971).

Die Zuflußwellen an jedem Schacht während des gesamten Ereignisses werden im Abflußkonzentration-Baustein gerechnet und in eine Ausgabedatei (z.B. "Wellen.dat") abgespeichert. Letztere Datei dient wiederum im folgenden Transportbaustein als Eingabedatei.

Aus hydrologischer Sicht ist eine solche Teilung der Modelle deshalb sinnvoll, weil die Charakteristiken der Teilsysteme (bzw. Vorgänge) sich sehr voneinander unterscheiden (siehe Tab.3).

- Zur Simulation der Abflußkonzentration gelten folgende Randbedingungen:

1) Strukturelle Komplexität.

Diese drückt sich durch die Tatsache aus, daß die Fließwege der einzelnen Teilströme überhaupt nicht nachvollziehbar sind.

2) Relative Einfachheit der sich abspielenden Vorgänge.

Dies ist durch folgende Charakteristiken der Fließbewegung bedingt:

- a) Gegenüber der Schwerkraft und den Reibungsverlusten sind die restlichen Kräfte vernachlässigbar.
- b) Die Wasserstände über Sohlhöhe bleiben im Zentimeterbereich.

- Bei Simulation des Abflußtransports treten gegensätzliche Randbedingungen auf.

1) Strukturelle Einfachheit.

Die Fließwege sind durch die einzelnen Haltungen (Rohre) des Kanals genau bestimmt. Durch Angabe der Haltungsdaten (Sohlhöhe, Sprünge, Gefälle, Verknüpfungen, Profilcharakteristiken) ist das Kanalnetz vollständig beschrieben.

2) Komplexität der Vorgänge.

In vielen Fällen erfordert die Ermittlung der Wellenbewegung in den Rohren eine mathematische Formulierung, die außer der Schwerkraft und dem Reibungsverlust, die Druckkräfte sowie die Trägheit miteinbezieht. Dies ist insbesondere notwendig, wenn Rückstau, Einstau und Überstau aufgrund des geringen Gefälles sowie der großen Wasserzufuhr zu befürchten sind.

	Abflußkonzentration	Abflußtransport
Teilsysteme	Einzugsgebiet	Kanäle
Struktur	komplex	einfach
Vorgänge	einfach	komplex

Tab.3: Gegenüberstellung der Schwerpunkte bei der Modellierung der Abflußkonzentration und des Abflußtransports.

2.2 Unterscheidung hydrologisch / hydrodynamisch

Die mathematische Formulierung stellt zur Modellklassifizierung einen zweiten Gesichtspunkt dar. Bei allen Modellen wird grundsätzlich die Kontinuitätsbedingung erfüllt (= Jenes Volumen, das hineingeflossen ist, gleicht demjenigen, das herausgeflossen ist, plus demjenigen, das im System gespeichert

worden ist). Der Unterschied liegt in der Vorgehensweise zur Ermittlung der Wellenbewegung; man unterscheidet zwischen "physikalisch-hydrodynamischen" Modellen und "hydrologischen" Modellen (Black-box-Modellen oder Konzept-Modellen).

- In den physikalischen Modellen setzt sich die Bewegungsgleichung aus der Energieerhaltung in mehr oder weniger vereinfachter Form (siehe III.3) zusammen. Deswegen werden sie als "hydrodynamisch" bezeichnet.
- In den hydrologischen Modellen (siehe Becker, 1969; Ertel, 1969; Schilling, 1987; Thibault, 1981) liegt der Ermittlung der Wellenbewegung eine Vorgehensweise zugrunde, die sich nicht unmittelbar aus einer physikalischen Betrachtung der tatsächlichen Vorgänge ableiten läßt, sondern der Systemanalyse ("System Analysis") entstammt. Nach ihrer Lehre wird das zu simulierende Objekt (bzw. System) als Transformator verstanden, das auf äußere Größen reagiert und eine entsprechende "Antwort" liefert (siehe Abb. 4).

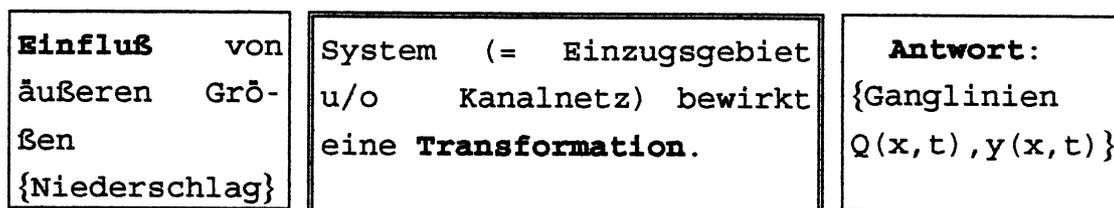


Abb.4: Skizze eines hydrologischen Modells in der Stadthydrologie

Das Verhalten (bzw. die Reaktion) des Systems wird durch einen Operator $\Phi[]$ charakterisiert und läßt sich durch Gleichung 34 formulieren.

$$(Gl. 34) \quad \mathbf{Z}(t) = \Phi[\mathbf{U}(t)]$$

$\mathbf{U}(t)$ ⁴ : Eingabevariable
 $\mathbf{Z}(t)$: Ausgabevariable

Der Zusammenhang zwischen $\mathbf{U}(t)$ und $\mathbf{Z}(t)$ kann unterschiedlich formuliert werden. In den allermeisten Fällen erfüllt der Operator $\Phi[\]$ die Bedingungen der Linearität⁵ und der Zeitinvarianz. - Im Folgenden werden unter hydrologischen Modellen nur diejenigen verstanden, deren mathematische Formulierung beide Eigenschaften voraussetzt. -

Als einfachste Art einen solchen Zusammenhang zwischen den Ein- und Ausgabevariablen auszudrücken, kommen folgende Ansätze in Frage;

- 1) Φ stellt eine zeitliche Translation dar. In diesem Fall ist Φ durch die Translationszeit (T_t) bestimmt.

$$(Gl. 35) \quad \mathbf{Z}(t) = \mathbf{U}(t - T_t)$$

- 2) Φ stellt eine proportionale Beziehung dar. In diesem Fall ist F durch einen (Abfluß-)Beiwert bestimmt.

$$(Gl. 36) \quad \mathbf{Z}(t) = \psi \cdot \mathbf{U}(t)$$

Eine Kombination der beiden Ansätze ist auch möglich.

$$(Gl. 37) \quad \mathbf{Z}(t) = \psi \cdot \mathbf{U}(t - T_t)$$

⁴ \mathbf{U} und \mathbf{Z} sind unter Umständen mehrdimensionale Felder

⁵ Bei nicht-linearen hydrologischen Modellen hängt das Systemverhalten von der Größe der Zugänge, von ihrer zeitlichen Folge u.a. ab. Sie sind viel schwieriger zu handhaben, insbesondere was die Bestimmung der entsprechenden Modellparameter betrifft. Dementsprechend sind sie kaum verbreitet. Zur weiteren Information sei auf (Becker, 1969), (Ertel, 1969), (Thibault, 1981) verwiesen.

Trotz ihrer Schlichtheit werden diese Ansätze in bestimmten Anwendungsfällen eingesetzt. Dies ist z.B. der Fall bei der Beschreibung der Transportvorgänge

zur Dimensionierung der Rohre (Zeitbeiwertverfahren, Summenlinienverfahren; siehe ATV. A118)

zur Entwicklung von Steuerungsstrategien bzw. Simulationbaustein in einer linearen Optimierung (siehe Schilling, 1986)

In diesen Fällen läßt sich der Transformationsprozeß in jeder einzelnen Haltung i des Netzes durch Gl. 35 beschreiben, mit $U_i(t) = \sum Q_{ein,i}(t)$ und $Z_i(t) = Q_{ab,i}(t)$.

Die Translationszeit T_{ti} ist die Dauer, die eine Welle braucht, um die Haltung i zu durchlaufen. Sie wird oft aufgrund der Wellengeschwindigkeit bei Vollfüllung des entsprechenden Rohres und bei Normalabfluß berechnet (vgl. III.3).

In der Regel wird jedoch das lineare und zeitinvariante Verhalten eines hydrologischen Systems als Faltungsoperation formuliert (Gl. 38a).

$$(Gl. 38a) \quad Z(t) = \int_{-\infty}^t h(\tau) \cdot U(t-\tau) \cdot d\tau$$

$h(t)$ heißt Impulsantwort-Funktion (siehe Shermann, Nash), Kern-Funktion (siehe Kalinin-Miljukov) oder System-Funktion.

Die Faltungsoperation wurde von Mathematikern untersucht und ihre wichtigsten Eigenschaften (Eindeutigkeit, kontinuierlicher Verlauf, Linearität, nicht-veraltendes Verhalten) erkannt (siehe Giré, 1987; Schwarz, 1966; Zemanian, 1965) Der Operator wird in der entsprechenden Literatur mit $*$ bezeichnet, sodaß Gl. 38a folgendermaßen umgeschrieben wird.

$$(Gl. 38b) \quad Z(t) = h(t) * U(t)$$

Bei den Modellen zur Simulation der Abflußkonzentration bezeichnet $U(t)$ die abflußwirksame Niederschlagshöhe und $Z(t)$ den Abfluß aus dem Gebiet.

Bei den Modellen zur Simulation des Transports (innerhalb einer Haltung) bezeichnet $U(t)$ die Summe der Zuflußwellen zum Schacht oben und $Z(t)$ die Abflußwelle aus dem Schacht unten.

Nach der Art, wie die charakteristische Funktion ($h(t)$) bestimmt wird, unterscheidet man oft zwischen zwei Kategorien von hydrologischen Modellen:

- den Ein-/Ausgang-Modellen (z.B. "Black-Box"-Modellen)
- den Konzept-Modellen

Bei den Black-Box-Modellen (siehe III.4.1) wird versucht, die Transformation (bzw. die Funktion $h(t)$ und/oder ihre Parameter) unmittelbar durch Verarbeitung von Meßdaten zu ermitteln. Dazu werden Approximationsmethoden oder statistische Analysen herangezogen. Als Beispiel sei die "Einheitsganglinie" genannt.

Bei den Konzept-Modellen liegt (bzw. liegen) eine (bzw. zwei) Differentialgleichung(en) zugrunde. Das Kontinuitätsprinzip stellt dabei eine allgemeingültige Voraussetzung dar. Zusätzlich spiegelt jeder Ansatz eine gewisse Vorstellung über den Zusammenhang der Vorgänge wieder. Hier sei als Beispiel "der lineare Speicher" (siehe III.4.2) genannt.

Bemerkung:

Andere Klassifizierungen der hydrologischen Modelle wurden vorgeschlagen (siehe Thibault, 1981). Wichtiger Punkt ist dabei, ob das Modell nur der Vorhersage dienen kann, oder ob es zum Entwurf- oder Sanierungs-Zwecke verwendet werden kann.

Der Anwendungsbereich (bzw. die Einschränkungen, denen ein bestimmtes Modell unterliegt) ergibt sich aus der Analyse der bei der Formulierung des Ansatzes getroffenen Vereinfachungen (bzw. Annahmen).

Entscheidender Vorteil der hydrodynamischen Modelle ist ihr klarer Bezug auf die Physik. Jede getroffene Vereinfachung der Grundgleichungen läßt sich sofort interpretieren. Eine erhebliche Schwierigkeit bei solchen Modellen liegt jedoch darin, daß eine genaue Beschreibung der Prozeßdynamik in den meisten Fällen eine genauso gute Kenntnis der Struktur des Teilsystems voraussetzt. Dies aber - insbesondere bei der Ermittlung der Abflußkonzentration - ist nicht der Fall.

Hydrologische Modelle unterliegen theoretisch - durch die Annahmen der Linearität und Zeitinvarianz - starken Einschränkungen. Zudem ist eine physikalische Interpretation (der Annahmen bzw. der Modellparameter) erschwert, so daß der Gültigkeitsbereich des Modells oft nicht klar festgelegt werden kann. Trotzdem hat sich diese Modellklasse in vielen Bereichen der Hydrologie als zuverlässig erwiesen. Entscheidender Vorteil gegenüber detaillierten hydrodynamischen Modellen ist jedoch, daß die notwendige Rechenzeit (bzw. der Speicherplatzbedarf) um ein vielfaches (in der Regel 60 Mal bis 100 Mal) gekürzt wird.

3. Die hydrodynamischen Ansätze

3.1 Das grundlegende Gleichungssystem von Saint-Venant

In den folgenden Kapiteln werden die hydrodynamischen Ansätze dargestellt und ihre grundlegenden Annahmen (bzw. Einschränkungen) erläutert. Auf eine ausführliche Herleitung wird jedoch verzichtet und stattdessen auf einschlägige Literatur- siehe (Verworn W.; 1980), (Yevjevich, Barnes; 1970), (Zielke et al; 1984, 1988, 1990) - verwiesen.

a) Die Bewegungsgleichung

Die Hydrodynamik erforscht Gleichungen zur Beschreibung der Flüssigkeitsbewegung. Das betrachtete "Element" ist eine Menge von Molekülen (infinitesimaler Abschnitt), die gegenüber den in Betracht gezogenen Größen (Geschwindigkeit, Beschleunigung, Dichte,...) als *homogen* angenommen werden können. Die Laufbahn der Moleküle wird durch das Gleichgewicht der Kräfte bestimmt.

Wenn die Flüssigkeit *unkompressibel* ist, wird das Gleichgewicht des infinitesimalen Abschnitts durch die **Navier-Stockes Gleichung** (formuliert mit den Euler Variablen) beschrieben (siehe Abb. 5):

$$(Gl.39) \quad \gamma = \frac{-1}{\rho} \cdot \text{grad } P + \mathbf{f}$$

mit

\mathbf{x}	: räumliche Koordinate
t	: zeitliche Koordinate
$\mathbf{f}(\mathbf{x}, t)$: Vektor der Reibungskräfte (N)
$P(\mathbf{x}, t)$: Druckkraft (N/m ²)
$\gamma(\mathbf{x}, t)$: Beschleunigungsvektor (m/s ²)
ρ	: Flüssigkeitsdichte (kg/m ³)

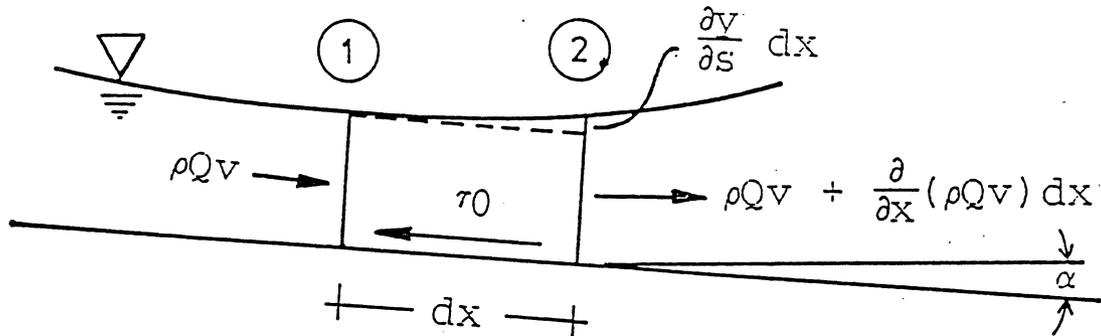


Abb. 5: Gleichgewicht der Kräfte in einem infinitesimalen Abschnitt (Grotehusmann, 1990).

Im allgemeinen sind die Vektoren dreidimensional. Die entsprechende Laufbahn der "Molekülmenge" wird durch die Vektoren \mathbf{s} und \mathbf{n} zur Zeit t charakterisiert; \mathbf{s} : tangential zur Laufbahn, \mathbf{n} : senkrecht zur Laufbahn.

Beim Projektieren von Gl.39 auf die Achsen (\mathbf{s}, \mathbf{n}) , erhält man:

$$(Gl.40) \quad \left(\frac{\partial v_s}{\partial t} + v_s \cdot \frac{\partial v_s}{\partial s} \right) = \frac{-1}{\rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial s} - f_s$$

$$(Gl.41) \quad \left(\frac{\partial v_n}{\partial t} + \frac{v_s^2}{R_k} \right) = \frac{-1}{\rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial n} - f_n$$

mit

v_s : tangentielle Geschwindigkeit (entlang der Achse \mathbf{s})
 v_n : normale Geschwindigkeit (entlang der Achse \mathbf{n})
 R_k : Kurvenradius der Laufbahn
 \mathbf{f} : $\begin{pmatrix} f_s \\ f_n \end{pmatrix}$ Reibungskraft

Folgende Annahmen werden zusätzlich getroffen:

- Das Sohlgefälle (des Bodens oder des Rohres) ist niedrig,
- Die Laufbahn des Abschnittes ist parallel zur Sohle.

In diesem Fall kann das Gleichungssystem vereinfacht werden :

$$\left. \begin{array}{l} R_k \text{ wird unendlich} \\ f_n = 0 \quad \frac{\partial v_n}{\partial t} = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{(Gl.42)} \quad \frac{\partial P}{\partial n} = 0$$

Die Druckverteilung im betrachteten Milieu ist *hydrostatisch*.

Durch Identifikation von *s* mit *x* (geradlinige Laufbahn) und Anwendung der Gleichungen Gl.40 und Gl.41 erhält man:

$$\text{(Gl.43a)} \quad \frac{\partial v}{\partial t} + v \cdot \frac{\partial v}{\partial x} + = g \cdot \frac{-\partial(z+y)}{\partial x} - f$$

mit

$v(x,t)$: Geschwindigkeit (eindimensional) (m/s)

$y(x,t)$ ⁶ : Wassertiefe (m)

$z(x,t)$: geodätische Höhe der Sohle (mNN)

$\frac{-\partial z}{\partial x}$ wird I_s (Sohlgefälle) bezeichnet

$\frac{f}{g}$ wird I_r (Reibungsgefälle) bezeichnet

Dementsprechend wird Gl.43a in Gl.43b umgeschrieben;

$$\text{(Gl.43b)} \quad \frac{1}{g} \cdot \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{v}{g} \cdot \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial y}{\partial x} = I_s - I_r$$

Statt eines infinitesimalen Abschnitts sei ein infinitesimaler Querschnitt eines offenen Gerinnes (der Länge Δx) betrachtet.

Unter den zusätzlichen Annahmen, daß *eine mittlere Geschwindigkeit* (V_m) *über diesen Querschnitt definierbar* ist und desweiteren $V_m = \alpha \cdot v$ beschrieben wird, läßt sich die Bewegungsgleichung wie folgt, umschreiben:

⁶ Es wird angenommen, daß der Abschnitt sich auf der Sohle befindet

$$(Gl.43c) \quad \frac{\alpha}{g} \cdot \frac{\partial v_m}{\partial t} + \alpha^2 \cdot \frac{v_m}{g} \cdot \frac{\partial v_m}{\partial x} + \frac{\partial y}{\partial x} = I_s - I_r$$

Die beiden ersten Terme von Gl.43c $\left[\frac{\alpha}{g} \cdot \frac{\partial v_m}{\partial t} + \alpha^2 \cdot \frac{v_m}{g} \cdot \frac{\partial v_m}{\partial x} \right]$ beinhalten den Einfluß der Trägheit, der dritte Term $\left[\frac{\partial y}{\partial x} \right]$ den Einfluß der Druckkraft, der vierte Term den Einfluß der Schwerkraft $[I_s]$ und der fünfte Term den Einfluß der Reibungskräfte $[I_r]$.

Trotz der eingetretenen Vereinfachungen (in kursiver Schriftart im Text) gilt Gl.43c in der Stadthydrologie als die genaueste Beschreibung der (eindimensionalen und instationären) Flüssigkeitsbewegung in offenen Gerinnen und wurde erst 1871 in äquivalenter Form von Barre de Saint-Venant vorgeschlagen. Meistens wird α gleich 1 genommen. Dies ist gerechtfertigt, solange die *Geschwindigkeitsverteilung annähernd konstant über den Querschnitt* (turbulente Strömungen - siehe (Zielke, 1984) -) bleibt.

Mit der geodätischen Wasserstandshöhe $h = y + z$ erhält man

$$(Gl.43d) \quad \frac{1}{g} \cdot \frac{\partial v_m}{\partial t} + \frac{v_m}{g} \cdot \frac{\partial v_m}{\partial x} + \frac{\partial h}{\partial x} + I_r = 0$$

Die einzelnen Terme der Bewegungsgleichung werden dabei folgendermaßen bezeichnet:

$$\frac{1}{g} \frac{\partial v_m}{\partial x} : \text{lokale Beschleunigung (local acceleration)}$$

$$\frac{v}{g} \frac{\partial v_m}{\partial x} : \text{konvektive Beschleunigung (convective acceleration)}$$

$$\frac{\partial h}{\partial x} : \text{Wasserspiegelgefälle (water surface slope)}$$

Die Ermittlung des Reibungsgefälles (I_R) erfolgt in der Regel *durch eine globale Funktion* unter der Annahme, daß die Reibungsverluste bei *instationärer und stationärer Strömung gleich sind*.

Im letzteren Fall wurden in der Literatur verschiedene Ansätze vorgeschlagen. Zu den verbreitetsten zählen der Ansatz von **Gaukler Manning-Strickler** (Gl.44) und der Ansatz von **Darcy Weisbach** (Gl.45) in Verbindung mit dem Reibungsgesetz von **Prandtl Colebrook** (Gl.46) *im turbulenten Fall*.

(Gl.44) $V_m = k_{st} r_{hy}^{\frac{2}{3}} \cdot I_R^{\frac{1}{2}}$ (Manning-Strickler)

mit

A : durchströmte Fläche (m²)

I_R : Reibungsgefälle (-)

k_{st} : Reibungsbeiwert (m^{1/3}/s)

r_{hy} : hydraulischer Radius (m), $r_{hy} = \frac{A}{U}$

U : benetzter Umfang (m)

Der Wert des Reibungsbeiwerts (k_{st}) ist abhängig von der Beschaffenheit der Wand des Rohres (bzw. des Bodens), mit der das Fluid in Kontakt ist. Er ist aus Tabellen zu entnehmen - siehe (Zielke, 1984) -.

$$(Gl. 45) \quad I_R = \lambda \cdot \frac{1}{d_{hy}} \cdot \frac{V_m^2}{2g} \quad (\text{Darcy-Weisbach})$$

$$(Gl. 46) \quad \lambda \frac{-1}{2} = -2 \cdot \log \left(\frac{2,52}{Re \cdot \lambda_2} + \frac{k}{3,71 \cdot d_{hy}} \right) \quad (\text{Colebrook-White})$$

mit

A : durchströmter Querschnitt (m²)

d_{hy} : hydraulischer Radius (m) [d_{hy} = $\frac{4 \cdot A}{U}$]

k : äquivalente Rauigkeit (m)

Re : Reynoldszahl (-) [Re = $\frac{V_m \cdot d_{hy}}{\nu}$]

U : benetzter Umfang (m)

λ : Reibungsbeiwert (-)

ν : kinematische Zähigkeit des Fluids (m²/s)

Der Wert der äquivalenten Rauigkeit (k) hängt von der Beschaffenheit der Wand ab, mit der das Fluid in Kontakt ist. Er ist aus Tabellen entnehmbar - siehe (Zielke, 1984) -.

b) Kontinuitätsgleichung

Wie bei der Formulierung der Bewegungsgleichung (und unter den gleichen Annahmen) betrachten wir einen infinitesimalen Abschnitt der Länge Δx (siehe Abb. 6). Die Kontinuitätsgleichung drückt die Massenerhaltung für das Fluidvolumen aus, und lautet:

$$(Gl. 47) \quad \frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial A}{\partial t} - q = 0$$

mit

Q : Durchfluß im Element (m³/s)

A : durchströmte Fläche (m²)

q : seitliche Zuflüsse (m³/s)

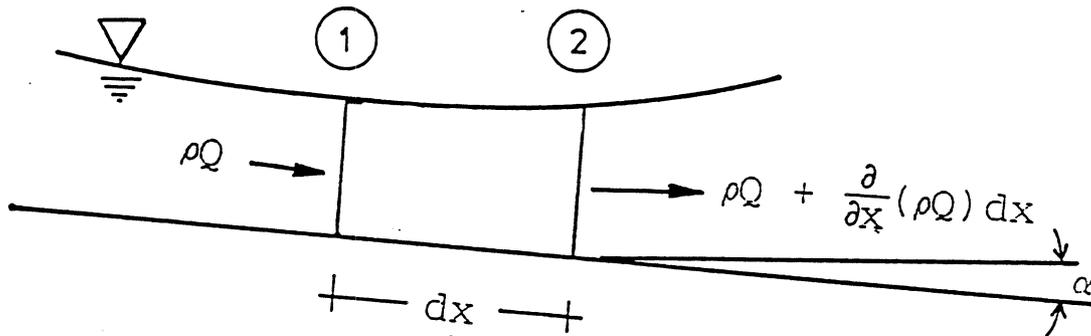


Abb. 6: Abschnitt zur Herleitung der Kontinuitätsgleichung.

3.2 Klassifizierung der numerischen Lösungsverfahren

Das Saint Venant'sche nichtlineare, hyperbolische Differentialgleichungssystem (Bewegungs- + Kontinuitäts-Gleichung) ist nicht oder nur in Sonderfällen in geschlossener Form lösbar.

Daher werden zur Lösung Näherungsmethoden eingesetzt. Bei den numerischen Näherungsmethoden werden die partiellen Differentialgleichungen durch Diskretisierung in Orts- und Zeitrichtung (Δt , Δx) in algebraische Gleichungen überführt und die Differentiale durch endliche Differenzen approximiert.

Zur Lösung des Gleichungssystems sind zudem noch Anfangs- und Randbedingungen erforderlich.

Lösungsverfahren unterteilen sich grundsätzlich in Differenzenverfahren und Charakteristiken-Verfahren.

- Die Differenzenverfahren verwenden ein festes Rechteckgitter (siehe Abb. 7) und die Differenzenquotienten werden direkt auf die Ausgangsgleichungen angewandt.

- Bei Charakteristikenverfahren wird die Bewegungsgleichung zunächst in gewöhnliche Differentialgleichungen überführt, bevor die Differentialquotienten durch Differenzenquotienten ersetzt werden. Charakteristikenverfahren erzeugen dabei ihr eigenes, veränderliches Netz.

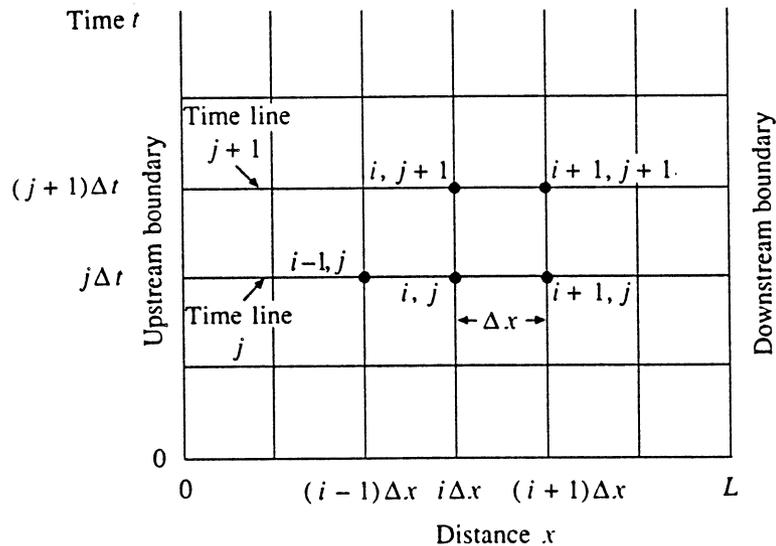


Abb. 7: Festes Zeit-Raum-Gitter zur Lösung des Gleichungssystems von Saint Venant mit Differenzenverfahren (aus Ven te Chow, 1988).

Des weiteren wird zwischen expliziten und impliziten Lösungsverfahren unterschieden.

- Die expliziten Lösungsverfahren verwenden zur Berechnung eines Punktes der neuen Zeitebene nur bekannte Werte aus schon bekannten Zeitebenen.

- In impliziten Lösungsverfahren werden Informationen sowohl aus der bekannten, als auch aus der noch unbekanntem Zeitebene benötigt. Daraus ergeben sich Abhängigkeiten der Unbekannten der neuen Zeitebene untereinander, so daß die Berechnung dieser Punkte nur simultan erfolgen kann.

3.3 Berechnungsschemata in Differenzenverfahren

In expliziten Differenzenverfahren werden meistens folgende Schemata verwendet: Das Lax-Schema, das Upstream-Verfahren, das Leap-Frog-Schema (bzw. Rombenschema) und das Lax-Wendroff-Schema - für weitere Information siehe (Fuchs;1990), (Preismann;1974), (Yevyevitsch, Barnes;1970), (Zielke;1990) -. Als Beispiel zeigen wir das Schema von Lax-Wendroff, das im Transportmodell EXTRAN-IWH (Fuchs, Verworn; 1990) und (Scheffer C., 1986) implementiert ist.

Bemerkung:

In den Gleichungen steht Z jeweils stellvertretend für eine der unabhängigen Variablen.

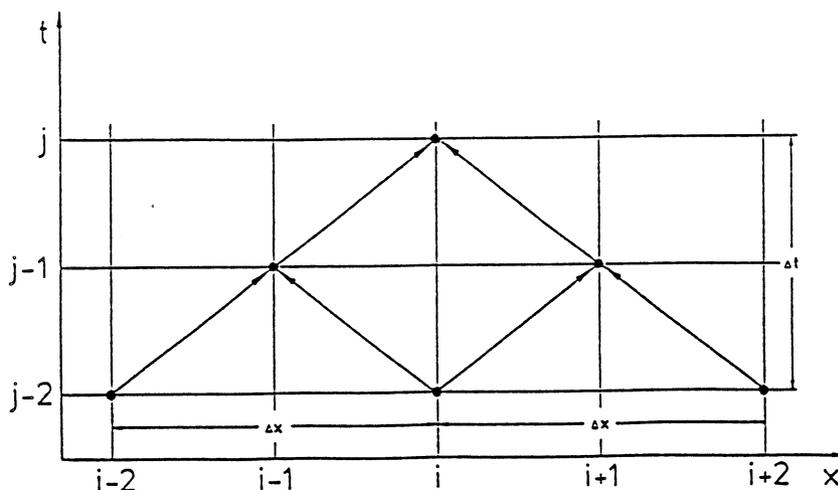


Abb. 8: Das Schema von Lax-Wendroff

Beim Schema von Lax-Wendroff erstreckt sich ein Zeitschritt über zwei Ebenen. Zur Berechnung eines Punktes des nächsten Zeitschrittes werden zunächst Punkte auf der Ebene des halben Zeitschrittes nach dem Schema von Lax berechnet. Diese Punkte liegen versetzt zu den Punkten des ganzen Zeitschrittes. Anschließend werden folgende Differenzen verwendet:

$$(Gl.48) \quad \frac{\partial Z}{\partial t} = \frac{Z_{i,j} - Z_{i,j-2}}{\Delta t}$$

$$(Gl.49) \quad \frac{\partial Z}{\partial x} = \frac{Z_{i+1,j-1} - Z_{i-1,j-1}}{\Delta x}$$

Bei impliziten Differenzenverfahren wird oft das 4-Punkte-Schema nach Preismann verwendet, bei dem eine Wichtung der Zeitebenen durch Einführen des Crank-Nicholson-Faktors (θ) erfolgt.

3.4 Numerische Unsicherheiten bei der Lösung des Gleichungssystems

- Sei $w(x,t)$ die exakte Lösung der Differentialgleichung,
- Sei $w_1(x,t)$ die exakte Lösung der Differenzgleichung,
 $\delta = (w_1 - w)$ ist der Diskretisierungsfehler oder Abbruchfehler und entsteht aus Ersetzen der Differentiale durch Differenzen.

- Sei $w_2(x,t)$ die numerische Lösung der Differenzgleichung. Sie enthält einen zusätzlichen Fehler ($\varepsilon = (w_2 - w_1)$) aus ungenauen Anfangs- und Rand-Bedingungen in der Maschine. ε wird daher als Rundungsfehler bezeichnet.

Die gesamte numerische Unsicherheit (E) setzt sich aus der Summe von ε und δ zusammen ($E = \varepsilon + \delta$). Das Lösungsverfahren ist konvergent, wenn bei Verkleinerung von Δx und Δt auch E kleiner wird. Die Konvergenzbedingung setzt die Konsistenz-Bedingungen (δ strebt gegen 0, wenn Δt und Δx kleiner werden) und die Stabilitäts-Bedingung (ε ist vernachlässigbar) voraus.

Numerische Instabilität der Verfahren:

- Implizite Verfahren sind stabil. Der Zeitschritt darf dennoch nicht übermäßig groß gewählt werden, da es sonst bei der Berechnung zu größeren Ungenauigkeiten kommen kann, da die Abfluß- bzw. Wasserstandsganglinien dann

nicht genügend genau nachgebildet werden - siehe (Verworn W.;1980), (Preissmann; 1974) - .

- Explizite Verfahren müssen die Courant-Bedingung erfüllen, um stabil zu sein. Diese Bedingung besagt, daß sich die zu berechnenden neuen Werte innerhalb des Bestimmtheitsbereiches befinden sollen. Bestimmtheitsbereich und Einflußbereich lassen sich mit Hilfe der Charakteristiken anschaulich darstellen .

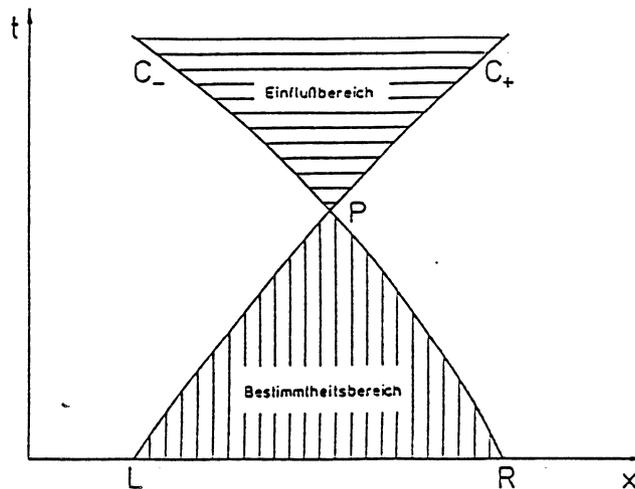


Abb. 9: Bestimmtheitsbereich und Einflußbereich in expliziten Differenzenverfahren.

Lösungen für den Punkt P sowie alle anderen Punkte im Bestimmtheitsbereich werden nur von Punkten zwischen L und R, dem Abhängigkeitsbereich, festgelegt. Die Lösung des Punktes P beeinflusst nur die Lösungen der Punkte im Einflußbereich.

Die Gleichung für die Steigung der Charakteristiken lautet:

$$(Gl.50) \quad \frac{dt}{dx} = \frac{1}{v \pm \sqrt{\frac{gA}{B}}}$$

mit:

$\sqrt{\frac{gA}{B}}$: Geschwindigkeit, mit der sich kleine Störungen auf der Oberfläche ausbreiten (m/s)
 A = durchströmte Querschnittsfläche (m²)
 B = Wasserspiegelbreite (m)
 g = Erdbeschleunigung (m/s²)
 v = v(x,t) Fließgeschwindigkeit

Für den Zeitschritt Δt ergibt sich damit die folgende Courant-Bedingung:

$$(Gl.51) \quad \Delta t \leq \frac{\Delta x}{|v| + \sqrt{\frac{gA}{B}}}$$

Dieser Courant-Bedingung müssen alle expliziten Verfahren genügen. Bei Kanalhaltungen mit verhältnismäßig großem Durchmesser, steilem Gefälle und kleiner Länge sind demzufolge im Vergleich zu einem impliziten Verfahren sehr kleine Berechnungszeitschritte erforderlich. Der Rechenaufwand zur Lösung des Gleichungssystems ist aber bei impliziten Differenzenverfahren wesentlich grösser.

Die numerische Dämpfung:

Man kann theoretisch zeigen - siehe (Zielke, 1990) -, daß zu jedem Berechnungspunkt (x,t) das optimale Verhältnis $\frac{\Delta t}{\Delta x}$ durch Gl.50 gegeben wird. Wenn aber dieses Verhältnis sehr klein wird, geschieht die numerische Dämpfung; Wasserstands- sowie Geschwindigkeitsänderungen werden gegenüber

der exakten Lösung der Differentialgleichung gedämpft. Ganglinienschwankungen werden dementsprechend künstlich geglättet. Letztere Gefahr ist besonders groß bei expliziten Verfahren, wenn man bei Verkleinerung des Berechnungsschrittes Instabilitäten zu beseitigen versucht. (Δx bleibt in der Regel konstant, da es eng mit der Netzgeometrie verbunden ist).

3.5 Vereinfachungen des vollständigen Gleichungssystems

Bei der Bewertung der beiden Fließbewegungsgleichungen kommt der Kontinuitätsgleichung die größere Bedeutung zu, da bei deren Nichterfüllung die Massenbilanz verletzt wird. Vereinfachungen der Differentialgleichungen werden daher immer nur auf die Bewegungsgleichung bezogen. Vereinfachte hydrodynamische Ansätze verzichten somit auf einzelne Terme der Bewegungsgleichung. Der Vorteil dabei liegt in der leichteren numerischen Handhabung, der Nachteil in der möglichen Erhöhung der Ergebnisunsicherheit. Folgende Vereinfachungen werden vorgeschlagen:

instationär ungleichförmig $\frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{v}{g} \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial y}{\partial x} + I_R - I_S = 0$

instationär gleichförmig $\frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial y}{\partial x} + I_R - I_S = 0$

vereinfacht instationär ungleichförmig (Diffusionsanalogie) $\frac{\partial y}{\partial x} + I_R - I_S = 0$

kinematische Welle $I_R - I_S = 0$ $v = f(y)$

reine Translation $I_R - I_S = 0$ $v = \text{const.}$

Bemerkung: Um die Schriftweise zu vereinfachen, wurde die mittlere Geschwindigkeit im betrachteten Abschnitt (v) statt (V_m) bezeichnet.

Instationär ist eine Bewegung, wenn sich die Geschwindigkeit in einzelnen Punkten im System über die Zeit ändert. Werden die zeitabhängigen Glieder in der Bewegungsgleichung ($\partial v/\partial t$) und in der Kontinuitätsgleichung ($\partial A/\partial t$) berücksichtigt, so ist die Berechnung voll instationär. Wird das Glied in der Bewegungsgleichung vernachlässigt, so ist die Bewegung vereinfacht instationär, da die zeitliche Abhängigkeit durch das Glied in der Kontinuitätsgleichung erhalten bleibt.

Ungleichförmig ist die Bewegung, wenn die Geschwindigkeit vom Ort abhängig ist. Für $\partial v/\partial x = 0$ ist der Fließvorgang gleichförmig.

Aus der Betrachtung der fünf Gleichungen wird sofort folgendes ersichtlich: in den drei instationären Ansätzen ist eine Berücksichtigung des Rückstaueffekts möglich. In den zwei letzten Ansätzen (der kinematischen Welle, der reinen Translation) ist dagegen eine Fließrichtung von vorn herein festgelegt, so daß Rückstaus unsimulierbar werden.

Verworn W. (1980) untersuchte zudem den Einfluß der einzelnen Glieder der Bewegungsgleichung auf das Ergebnis der Abflußberechnung. Er betrachtete eine Kanalstrecke ohne Seitenzuflüsse (Länge = 1000 m, Kreisprofil DN 1000, Sohlgefälle = 0,001, Rauigkeit $k=1,5$ mm, Basisabfluß 75 l/s). Zwei unterschiedliche Wellen mit gleichem Scheitelabfluß aber unterschiedlicher Anstiegszeit bis zum Maximalwert bildeten den Zufluß.

In Abb. 10 ist der Verlauf der einzelnen Termfunktionen der Bewegungsgleichung für die unterschiedlichen Zulaufwellen dargestellt. Das Differentialgleichungssystem wurde mit einem impliziten Differenzenverfahren gelöst. Unter stationären Fließverhältnissen (Basisabfluß vor Durchlaufen der Welle) sind Reibungsgefälle und Sohlgefälle betragsmäßig gleich groß, alle anderen Terme sind dann Null.

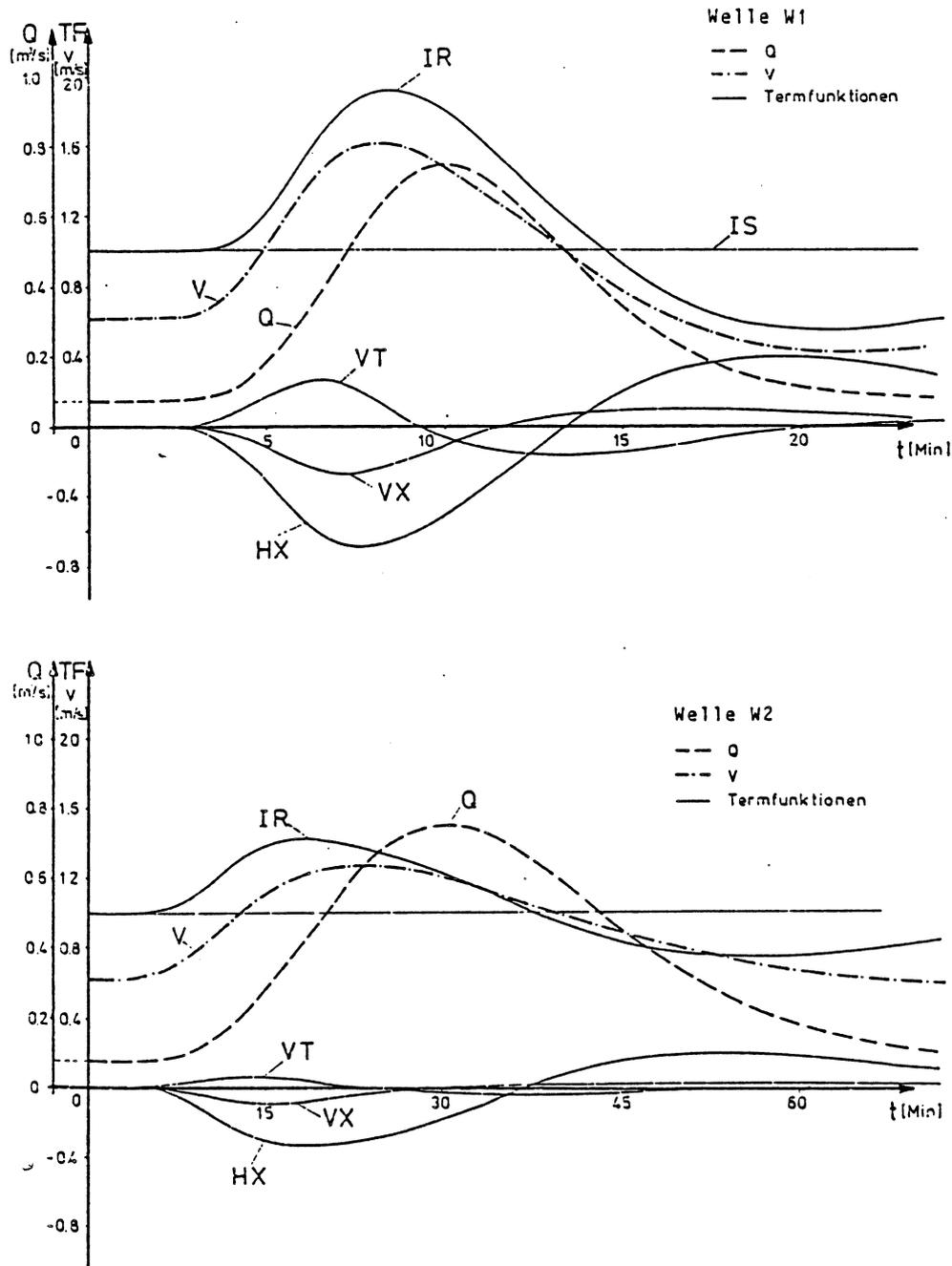


Abb. 10: Termfunktionen der Bewegungsgleichung am Anfang der Berechnungsstrecke (Verworn W., 1980), VT = lokale Beschleunigung, VX = konvektive Beschleunigung, HX = Wasserspiegelgefälle, IR = Reibungsgefälle, IS = Sohlgefälle

Ersichtlich ist, daß das Reibungsgefälle I_R die größten Abweichungen vom stationären Anfangszustand aufweist. Das

Wasserspiegelgefälle (HX-Term) folgt an zweiter Stelle. Die VX- und VT-Terme sind betragsmäßig gleich groß, haben aber fast während der gesamten Abflußdauer entgegengesetzte Vorzeichen, so daß sie sich weitgehend aufheben.

Bei der steilen Zulaufwelle (W1) sind die Änderungen aller Termfunktionen wesentlich ausgeprägter als bei der flachen Welle (W2). Je steiler die Zulaufwelle ist, desto stärker wird sie beim Durchfließen einer Gerinnestrecke verformt. Dementsprechend sind die einzelnen Termfunktionen größer.

Auf die zu erwartende Ergebnisgenauigkeit bei Vereinfachung der Bewegungsgleichung kann daher gefolgert werden - siehe (DHI, 1989), (EPA, 1970), (Verworn W., 1980) -:

- Die Vernachlässigung von nur einem V-Term müßte schlechtere Ergebnisse ergeben, als die Streichung beider Terme.
- Die Vernachlässigung beider V-Terme (vereinfachte instationäre Berechnungsweise) dürfte keinen erheblichen Einfluß auf das Berechnungsergebnis ausüben.
- Bei Vernachlässigung des Wasserspiegelgefälles und der beiden V-Terme (Kinematische Welle) sind erhebliche Abweichungen gegenüber den Berechnungen mit der vollständigen Bewegungsgleichung zu erwarten.

Diese Annahmen wurden durch den Vergleich der Berechnungsergebnisse für unterschiedliche Grade der Vereinfachung untermauert. Der Einfluß der Streichung der V-Terme ist gering, während die zusätzliche Streichung des HX-Terms große Auswirkungen hat. Wie groß die Beeinflussung durch den HX-Term ist, hängt zudem stark vom Sohlgefälle ab.

3.6 Hydrodynamische Ansätze zur Ermittlung der Abflußkonzentration

Zur numerischen Simulation der Abflußkonzentration an der Oberfläche (surface runoff) mit hydrodynamischen Modellen wird ausschließlich der vereinfachte Ansatz *nach der kinematischen Welle* verwendet - siehe z.B. (ATV A110; 1988), die Dokumentation zum Modell "MOUSE" (DHI; 1989), die Dokumentation zum Modell "SWMM" (EPA, 1970).

Diese Vereinfachung beruht auf der Annahme, daß alle Terme der Saint-Venant'schen Bewegungsgleichung gegenüber denen von Reibung und Schwerkraft vernachlässigbar sind. Zudem wird meist zur Charakterisierung des Reibungsgefälles die Formel von Manning-Strickler (ATV-A110, MOUSE, SWMM) herangezogen;

$$(Gl.52) \quad Q(x,t) = K_{st} \cdot B \cdot y_3^{\frac{5}{3}} \cdot I_s^{\frac{1}{2}}$$

mit

$Q(x,t)$ = Abfluß an der Stelle x zur Zeit t (m^3/s)

B = "idealisierte" Breite des Einzugsgebietes (m)

K_{st} = "mittlere" Rauigkeit nach Manning-Strickler ($\frac{1}{m^{3/2}}$)

$y(x,t)$ = Wassertiefe (m)

I_s = "mittleres" Sohlgefälle des betrachteten Teileinzugsgebietes (-)

$Q(x,t)$ und $y(x,t)$ sind zwei Unbekannte. Daher wird als zweite Gleichung die Kontinuitätsgleichung eingesetzt.

Bei solchen Verfahren wird das Teileinzugsgebiet anhand von nur wenigen Parametern charakterisiert, deren Werte repräsentativ bzw. mittlerer sein sollten.

- Zu den strukturellen Parametern zählt man das mittlere Gefälle (I_s), die idealisierte Breite des Gebiets (B) und die entsprechende idealisierte Länge des Gebiets (L). Die Breite des Gebiets (B) ist oft gleich der Länge der Ka-

nalhaltung, der das Niederschlagswasser zufließt - siehe Abb.11 - .

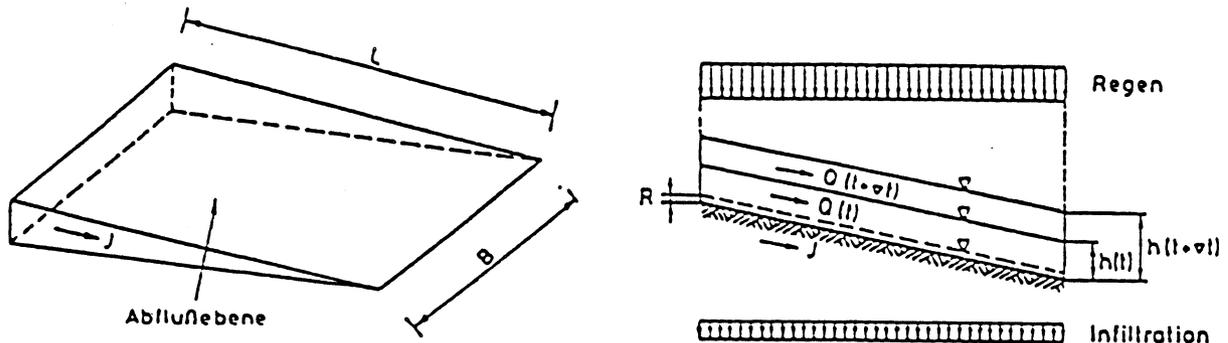


Abb.11: Charakterisierung des Teileinzugsgebiets zur hydrodynamischen Simulation der Abflußkonzentration (Fuchs, 1990).

Die Länge (L) wird dementsprechend durch Gl.53 berechnet ;

$$(Gl.53) \quad L = \frac{A}{B}$$

A : entsprechende Fläche des Einzugsgebiets⁷ in m².

Zu den modellspezifischen Parameter zählt man allein den Rauigkeitsbeiwert (K_{st}).

Entlang der Fließstrecke (L) können mehrere Berechnungspunkte gesetzt werden. In den meisten Fällen aber wird nur ein Berechnungspunkt am "Teilgebietsauslaß" gewählt - siehe ATV, MOUSE, SWMM - . Es wird dabei oft angenommen, daß die Zustandsvariablen Q und y über das betrachtete Teilgebiet (zu einem gegebenen Zeitpunkt) konstant sind (ie $Q(x,t) = Q(t)$; $h(x,t) = h(t)$) [Annahme 1]. Die ATV A110 sieht dagegen einen linearen Anstieg des Abflusses entlang der Fließstrecke vor [Annahme 2].

⁷ In vielen Modellen wird die gesamte Abflußwelle aus einem Teilgebiet als Zusammensetzung von Teilwellen aus den verschiedenen Bodenklassen (vgl. Modellierung der Abflußbildung) betrachtet.

$$(Gl.54) \quad Q(x,t) = \frac{x}{L} \cdot Q_{ab}(t) \quad [\text{Annahme 2}]$$

mit

$Q_{ab}(t)$: Abfluß aus dem Gebiet zur Zeit t
 L : Länge der Fließstrecke im Gebiet
 x : räumliche Koordinate entlang der Fließstrecke
 ($x=0$ oberhalb des Gebiets, $x=L$ am Gebietsauslaß)

Daraus ergibt sich

$$(Gl.55) \quad Q_{ab}(t) = K_{st} \cdot B \cdot \left[\frac{8}{5} \cdot y_m(t) \right] \frac{5}{3} \cdot I_{s2} \frac{1}{2}$$

y_m : mittlere Wassertiefe auf dem Teilgebiet (m).

Aus dem Vergleich zwischen Gl.52 und Gl.55 kann man entnehmen, daß es in Wirklichkeit keinen qualitativen Unterschied zwischen beiden Annahmen ([1] und [2]) gibt. Gl.52 und Gl.55 besagen sogar das Gleiche, wenn angenommen wird, daß zwischen dem Wert $y(t)$ [Annahme 1] und dem Wert $y_m(t)$ [Annahme 2] ein Verhältnisfaktor von $\left(\frac{8}{5}\right) \frac{5}{3} = 2,19$ besteht.

In Anbetracht der Unsicherheit, mit der die Werte der Parameter K_{st} und B verhaftet sind, ist es demzufolge gerechtfertigt den einfacheren Ansatz [1] zu wählen.

3.7 Hydrodynamische Ansätze zur Ermittlung des Transports im Kanal

In den meisten Simulationsprogrammen, die heutzutage zur Verfügung stehen, wird das vollständige Saint-Venant'sche Gleichungssystem implementiert. In früheren Versionen, als die Rechenkapazität größeren Einschränkungen unterworfen war, wurde der vereinfacht instationäre ungleichförmige Ansatz - siehe SWMM (EPA, 1970) - implementiert. Letzterer vereinfachter Ansatz ist dem vollständigen (siehe Abschnitt 3.2.2) fast gleichwertig. In neueren Programmen (z.B. MOUSE) kann sogar der Anwender selbst entscheiden, ob das vollständige Saint-Venant-System gelöst werden soll oder

nur dessen Vereinfachungen. Zur Wahl stehen der vereinfachte instationäre ungleichförmige Ansatz (diffusive wave) oder die kinematische Welle (cinematic wave).

Die wesentlichen Modellunsicherheiten entstehen jedoch dadurch, daß der vollständige hydrodynamische Ansatz trotz seiner Komplexität auf sehr restriktiven Annahmen beruht, die oft nur eingeschränkt gelten. Dies ist insbesondere der Fall:

- 1) wenn strukturelle Diskontinuitäten (Mündung Haltung-Schacht; Querschnittsänderung; Richtungsänderung; Sohl-sprünge; ...) vorhanden sind,
- 2) wenn Einstaus in geschlossenen Rohren eintreten,
- 3) bei Sonderbauwerken (z.B. Wehr, Schütz, Schieber).

Bei strukturellen Diskontinuitäten treten zusätzliche Verluste ein, die nicht explizit durch die Formeln von Manning-Strickler (Gl.44) oder Darcy-Weisbach (Gl.45) ermittelt werden können. Man weiß relativ wenig über diese Verluste und ihre Werte. In vielen Fällen wird pauschal die äquivalente Rauigkeit - K_{St} nach Manning-Strickler oder k nach Prandl-Colebrook - erhöht. In den wenigsten Fällen wird versucht in expliziter Weise diese Verluste zu berücksichtigen.

Tritt Druckabfluß ein, dann ist die Saint-Venant'sche Bewegungsgleichung theoretisch nicht mehr gültig. Um die Schwierigkeit zu beheben, entwickelte Preissmann die Vorstellung des sogenannten "Preissmann slot". Nach dieser Vorstellung wird jeder wirklich geschlossene Querschnitt mit einem engen Schlitz auf dem Scheitel versehen und somit als idealer offener Querschnitt betrachtet (Abb.12).

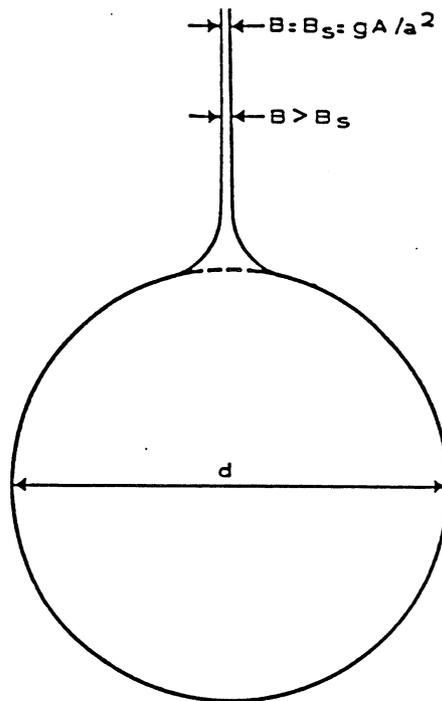


Abb.12: Darstellung des "Preissmann slot" (DHI)

Durch diesen Trick wird die Saint-Venant'sche Bewegungsgleichung immer einsetzbar. Der Schlitz muß übrigens sehr eng genommen werden, damit einerseits der Volumenfehler klein bleibt und andererseits die Verbreitungsgeschwindigkeit von kleineren Störungen - siehe Gl.50 - an der Oberfläche während Druckabflusses realistisch bleibt.

- Im Simulationsprogramm CAREDAS - siehe (Cunge, Mazaudou; 1984) - wird eine Breite von 5mm angenommen. Im Übergangsbereich zwischen Freispiegelabfluß und Druckabfluß müssen darüber hinaus zusätzliche Iterationen durchgeführt werden, damit numerisch bedingte Schwankungen (rasche Änderung der Wasserspiegelbreite) gedämpft werden.

- Im Simulationsprogramm MOUSE - siehe (DHI; 1989) - wird ein sanfter Übergangsbereich der Wasserspiegelbreite geschaffen. Die endgültige Breite des Schlitzes (bei einer Wassertiefe y gleich $1,5 \cdot$ Rohrhöhe) beträgt ein Hundertstel ($1/100$) der maximalen Rohrbreite.

- In anderen Programmen - siehe SWMM-Transportbaustein und EXTRAN-SWMM (EPA; 1970) und siehe EXTRAN-IWH (Fuchs, Ver-

worn; 1990) - wird das Problem dadurch umgegangen, daß Bewegungsgleichung und Kontinuitätsgleichung nicht an der gleichen Stelle gelöst werden :

- Die Bewegungsgleichungen werden in den Haltungen gelöst. Jede Haltung wird als infinitesimaler Kanalabschnitt betrachtet.
- Die Kontinuitätsgleichungen werden in den Schächten gelöst. Die Wasserstandshöhen (h) in mNN an der Mündung Schacht-Rohr werden als gleich angesehen (keine explizite Berücksichtigung der Schacht-Verluste).

Bei der Simulation von Sonderbauwerken wird die Saint.Venant'sche Bewegungsgleichung durch andere Gleichungen, die den speziellen Fließbedingungen Rechnung tragen, ersetzt. Die meisten Formeln können theoretisch aus der Bernouilli-Energie-Gleichung abgeleitet werden. Zudem werden sie zusätzlich mit Koeffizienten versehen, die für die Anpassung der berechneten Werte mit tatsächlich gemessenen Werten sorgen. Die entsprechenden Berechnungen sind mit besonders großer Unsicherheit verhaftet, da einerseits die (vereinfachten) Gleichungen möglicherweise außerhalb ihres Anwendungsbereiches verwendet werden oder andererseits die Berechnungskoeffizienten nicht genau geschätzt werden können (aus der Literatur entnommene Werte).

4. Die hydrologischen Modelle (Sieker, SUG Lehrbuchteil);
(Becker, Glos ; 1969)

4.1 Grundlagen der Black-Box-Modelle

In Abschnitt 2.2 wurde die allgemeingültige mathematische Formulierung der "hydrologischen" Modelle (siehe Gl. 38) abgeleitet. Unterschiede zwischen den einzelnen Verfahren liegen sowohl in der Vorgehensweise zur Ermittlung der Systemfunktion $h(t)$ (Systemidentifikation) als auch in der Berechnung der Ausgangsdaten.

4.1.1 Berechnung der Abflußganglinie $Z(t)$

Nach der Distributionstheorie (Theorie der Faltungsoperation) stellt die Systemfunktion $h(t)$ des zu betrachtenden hydrologischen Systems genau die Systemantwort dar, wenn der Eingang eine Dirac-Deltafunktion $\delta(t)$ ⁸ ist.

$$(Gl. 56) [U(t) = \delta(t)] \Rightarrow [Z(t) = h(t)]$$

Sherman (1932) leitet aus dieser Eigenschaft eine Vorgehensweise zur Simulation der Abflußkonzentration von ländlichen Einzugsgebieten (bzw. des Abflußtransports in Flußsystemen) ab, nach welcher die Zuflußganglinie in das betrachtete System als zeitliche Abfolge von Momentanimpulsen ($MI_j = \alpha_j \cdot \delta$; $\alpha_j \in \mathbb{R}$) aufgefaßt und die Abflußganglinie durch Faltungsoperation (Superposition und zeitliche Invarianz) errechnet wird.

⁸ Trotz ihres Namens ist die Dirac-Funktion keine Funktion im mathematischen Sinne. Sie erfüllt die 3 folgenden Bedingungen:

- (1) $d(t)=0$ für $t \neq 0$
- (2) $d(t)$ ist unendlich für $t = 0$
- (3) $\int_{-\infty}^{+\infty} d(t) dt = 1$

Die verwendete Transformationsfunktion wird Einheitsganglinie EGL (im Englischen: Unit-Hydrograph UH) genannt. Da der Berechnungszeitschritt Δt nicht infinitesimal klein ist, stellt die EGL nur eine Approximation der theoretischen Systemfunktion $h(t)$ dar. Sie wird daher mit $h(t, \Delta t)$ bezeichnet (siehe Abb. 13).

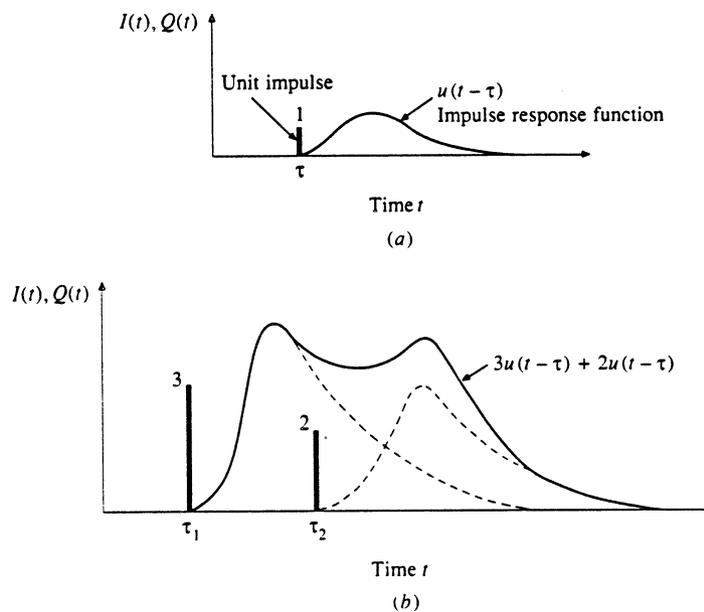


Abb. 13: Systemantwort auf die Momentan-Einheitganglinie (Ven Te Chow; 1988)

Shermann hat, bedingt durch die lange Reaktionszeit der von ihm untersuchten, hauptsächlich ländlichen Einzugsgebiete, Berechnungsintervalle Δt von einer Stunde (und mehr) gewählt. In der Stadthydrologie reagieren die Entwässerungssysteme wesentlich schneller, so daß Intervalle von fünf oder sogar einer Minute erforderlich sind.

4.1.2 Bestimmung der EGL

Die EGL wird für jeden Zeitschritt $i \cdot \Delta t$, $i=1, n$ durch eine Folge von Koeffizienten h_j charakterisiert. Zur Bestimmung dieser Koeffizienten werden Ereignisse herangezogen, für die Eingangs- und Ausgangsmeßdaten vorliegen ($U_{mes}(t)$ und $Z_{mes}(t)$). Durch Anwendung der Faltungsoperation im diskreten Bereich erhält man ein überbestimmtes lineares Gleichungssystem.

$$(Gl. 57) \quad Z_{ber}(i) = Z_{mes}(i) \text{ für } i=1, m$$

$$(Gl. 58) \quad Z_{ber}(i) = [\sum h_j \cdot U_{mes}(i-j)] \text{ für } j=1, \min(n, i)$$

mit

m = Anzahl der Meßintervalle

$Z_{ber}(i)$ = berechneter Wert der Ausgangsvar. im Intervall i

$Z_{mes}(i)$ = gemessener Wert der Ausgangsvar. im Intervall i

Dieses Gleichungssystem kann durch Optimierung gelöst werden. Die Summe der quadrierten Abweichungen zwischen berechneten und gemessenen Werten wird dabei minimiert.

Diese Vorgehensweise ist jedoch anfällig bezüglich numerischer Instabilitäten; die Genauigkeit der Computerberechnung, die erwählte Optimierungsmethode sowie der Lösungsalgorithmus spielen eine erhebliche Rolle bei der Ermittlung der h_j -Werte.

Daher wird in vielen Fällen ein idealer Verlauf der Einheitsganglinie vorausgesetzt, charakterisiert durch einige wenige Modellparameter. Deren Ermittlung durch Optimierungsalgorithmen ist mit weit weniger Aufwand zu erreichen, zudem ist der Algorithmus stabiler. Ein zusätzlicher Vorteil dieser Vorgehensweise besteht darin, Regressionsformeln zur Bestimmung der Modellparameter aus Gebietskenndaten erstellen zu können, was für die praktische Modellanwendung von großer Bedeutung ist.

4.2 Grundlagen der Konzept-Modelle

4.2.1 Der lineare Einzelspeicher

Der bekannteste Ansatz ist der lineare Speicher (siehe Abb. 14). In den meisten Lehrbüchern wird das Modell als "Zustandsmodell" bezeichnet. Die Zustandsvariable ist der momentane Speicherinhalt (gekennzeichnet mit S). Die grundlegenden Gleichungen lauten:

$$(Gl. 59) \quad U(t) = Z(t) + \frac{\partial S}{\partial t}$$

$$(Gl. 60) \quad S(t) = k \cdot Z(t)$$

k : Speicherkonstante (bzw. Retentionskonstante) (s)

S(t): momentaner Speicherinhalt (m³)

U(t): Eingangsvariable (m³/s), (Zufluß in das System)

Z(t): Ausgangsvariable (m³/s), (Abfluß aus dem System)

- Gl. 59 ist allgemein gültig; sie beinhaltet die Kontinuitätsbedingung.
- Die Gültigkeit von Gl. 60 setzt eine lineare Beziehung zwischen Speicherung und Abfluß voraus ("linearer Speicher"). Die Speicherkonstante k ist damit der einzige Parameter des Modells.

Die analytische Lösung dieses Gleichungssystems lautet:

$$(Gl. 61) \quad Z(t) = Z(t_0) \cdot e^{-\frac{t-t_0}{k}} + \int_{t_0}^t U(\tau) \cdot \frac{1}{k} \cdot e^{-\frac{t-\tau}{k}} d\tau$$

t₀ : Zeitpunkt zu Beginn der Simulation (t > t₀).

Der erste Summand der Gleichung 61 beschreibt den Ablauf Z(t) aus dem Speicher, wenn U(t) = 0, $\forall t$; t > t₀.

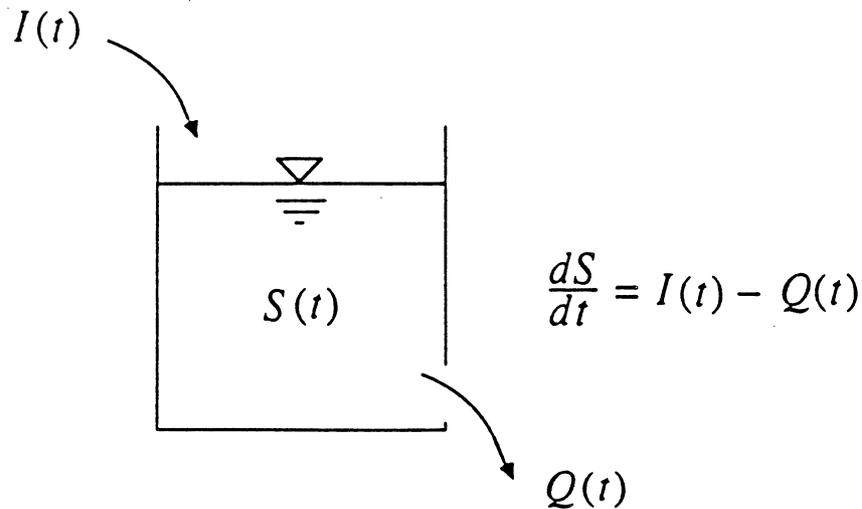


Abb. 14: Hydraulisches Analogon des Einzellinearspeichers.

Für $t_0 \rightarrow -\infty$ erhält man Gl. 62.

$$(Gl. 62) \quad Z(t) = \int_{-\infty}^t U(\tau) \cdot \frac{1}{k} \cdot e^{-\frac{t-\tau}{k}} d\tau$$

Aus dem Vergleich mit Gl. 38.a kann man entnehmen, daß der lineare Speicher ein lineares, zeitinvariantes Modell ist, bei dem die Systemfunktion $h_1(t)$ sich wie folgt ausdrücken läßt:

$$(Gl. 63) \quad h_1(t) = \frac{1}{k} \cdot e^{-\frac{t}{k}}$$

4.2.1 Die lineare Speicherkaskade

Verschiedene Autoren (u.a. Diskin, Nash, Sato-Mittawa) haben Anfang der sechziger Jahre Konzept-Modelle entwickelt, in denen der Transformator als Anzahl von

parallelen Speicherketten mathematisch beschrieben wird (siehe Abb. 15).

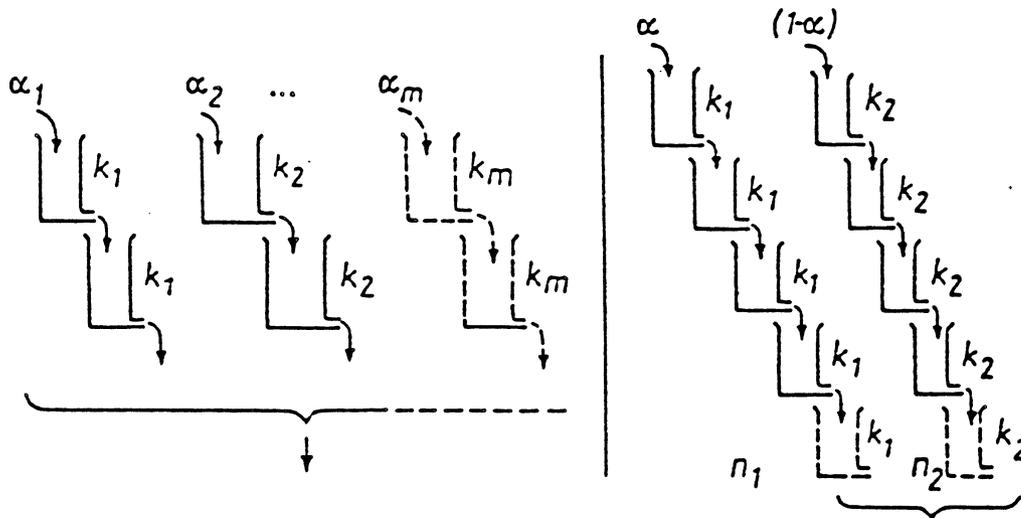


Abb. 15: Beispiele für Speicherkaskaden (Becker, Glos)

Im allgemeinen wird der Speicher j der Kette i durch die Speicherkonstante $k_{i,j}$ charakterisiert. Analytische Lösungen der entsprechenden Gleichungen werden in der Literatur vorgestellt (Becker, Glos).

Diskin, Nash, Sato-Mittawa und andere haben gezeigt, daß ihre Modelle in den von ihnen untersuchten Fällen gute Ergebnisse geliefert haben. Die größere Anzahl der Modellparameter erlaubt im Einzelfall eine bessere Anpassung an die vorhandenen Gebietsdaten. Gleichzeitig steigt jedoch der Aufwand zur Ermittlung (bzw. Kalibrierung) der Modellparameter $k_{i,j}$ erheblich. Abgesehen von den zusätzlichen numerischen Schwierigkeiten gehen Lesbarkeit und Übertragbarkeit des Modells verloren (siehe I.4).

Aus diesen Gründen hat lediglich das Modell von Nash in der Hydrologie breite Anwendung gefunden. Das zu untersuchende System wird als eine Kaskade von linearen Speichern be-

trachtet, deren Speicherkonstanten identisch sind ($k_i=k$).

Die entsprechende System-Funktion $h_n(t)$ wird nach Gleichung 64 formuliert;

$$(Gl. 64) \quad h_n(t) = \frac{1}{k \cdot \Gamma(n)} \cdot \frac{t^{n-1}}{k^{n-1}} \cdot e^{-\frac{t}{k}}$$

mit

k : Speicherkonstante der einzelnen Speicher (s)

n : Anzahl der Einzelspeicher (-)

$\Gamma(n)$: Gamma-Funktion; $\Gamma(n) = (n-1)!$, wenn $n \in \mathbb{N}$

Dieses Modell besitzt die beiden Parameter n und k . Damit ist es gegenüber dem Prinzip des Einzellinearspeichers flexibler, ohne dadurch wesentlich unübersichtlicher zu werden.

4.2.3 Entwicklung von nichtlinearen Modellen

Die oben beschriebene Speicheranalogie wird zudem genutzt, um nichtlineare hydrologische Modelle zu entwickeln. Gleichung 60 wird dementsprechend umgeschrieben, daß die Speicherbeziehung nicht linear ist.

Unter anderem werden in der Literatur die folgenden beiden Ansätze vorgeschlagen:

nichtlineares Modell 1 :

$$(Gl. 65) \quad S = k \cdot Z^m \text{ (exponentielle Abhängigkeit)}$$

mit

k : Speicherkonstante (s)

m : konstante (-)

nichtlineares Modell 2:

$$(Gl. 66) \quad S = k(Z) \cdot Z$$

In Gl. 66 besteht eine Abhängigkeit des Speicherfaktors k von Z . In beiden Fällen ist es äußerst schwierig, eine allgemeine analytische Lösung zu formulieren. Zudem sind die Modellparameter nur in Ausnahmefällen (siehe III.4.4) leicht zu ermitteln.

4.3 Anwendung zur Modellierung der Abflußkonzentration

Bemerkung:

Bei der Abflußkonzentration ist $U(t)$ der Zufluß innerhalb des Einzugsgebietes infolge des abflußwirksamen Niederschlags und $Z(t)$ der Abfluß am Gebietsauslaß.

4.3.1 Black-Box Modelle

Verworn und Harms (1980) haben eine idealisierte Einheitsganglinie zur Simulation der Abflußkonzentration berechnet (siehe Abb. 16.).

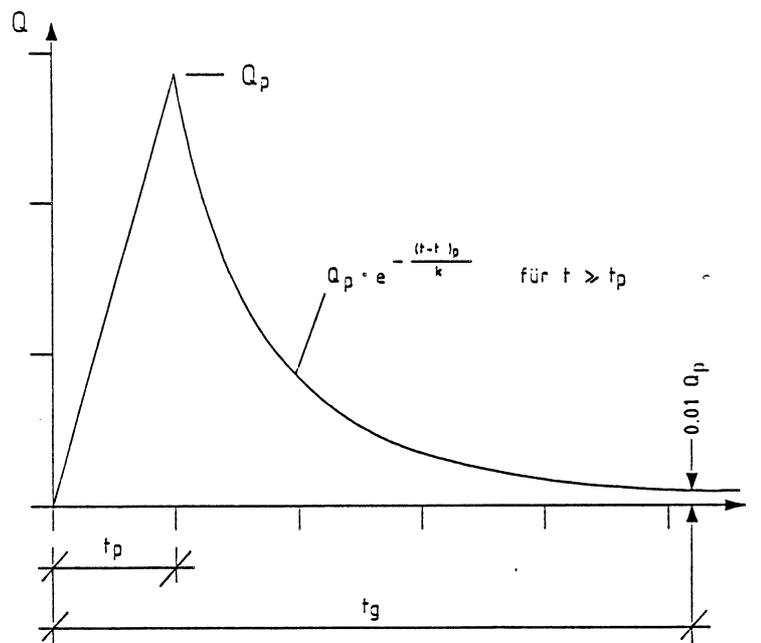


Abb. 16: Idealisierte Einheitsganglinie nach Verworn und Harms (1980).

Die Systemfunktion besteht aus zwei Teilen:

- Einem linear ansteigenden Ast bis zum Spitzenabfluß Q_p (m^3/s) zur Zeit t_p (s).
- Einem e-funktional absteigenden Ast (Gl. 67), der endet, wenn die berechnete Abflußordinate ein Hundertstel der Spitzenabflußordinate (Q_p) unterschreitet.

$$(Gl. 67) \quad Q(t) = Q_p \cdot e^{-\frac{t-t_p}{k}} \quad t > t_p$$

Zur Simulation müssen Q_p , t_p , und k^9 bekannt sein. Verworn und Harms stellen ein Verfahren zur Ableitung dieser Werte aus zwei primären Kenndaten des Systems (A_E und t_L) vor.

Basis für die Ermittlung ist eine dimensionslose Kurve - die Standard-Einheitganglinie - . Diese wird durch die drei dimensionslosen Parameter Q_p' , t_p' und k' beschrieben, deren Werte aus einer statistischen Untersuchung von Einheitganglinien aus 20 ausgewählten Einzugsgebieten resultieren (siehe Abb. 17).

Die Abhängigkeiten zwischen den Parametern der idealisierten Einheitganglinie und denen der Standard-Einheitganglinie werden durch Gl. 68 bis Gl. 70 beschrieben.

$$(Gl. 68) \quad Q_p' = \frac{Q_p \cdot t_L}{10^{-4} \cdot A_E}$$

$$(Gl. 69) \quad t_p' = \frac{t_p}{t_L}$$

$$(Gl. 70) \quad k' = \frac{k}{t_L}$$

mit

t_L : gemessene/geschätzte Schwerpunktlaufzeit des Systems;
Differenz zwischen den zeitlichen Schwerpunkten der Eingangsvariablen $U(t)$ (abflußwirksamer Niederschlag) und der Ausgangsvariablen $Z(t)$ (Abfluß aus dem Gebiet) in Sekunden

A_E : angeschlossene¹⁰ Fläche des Einzugsgebiets in ha (Faktor 10^{-4})

⁹ k hat die Dimension einer Zeit (s bzw. min).

¹⁰ Fläche, deren Abfluß in das Kanalnetz gelangt.

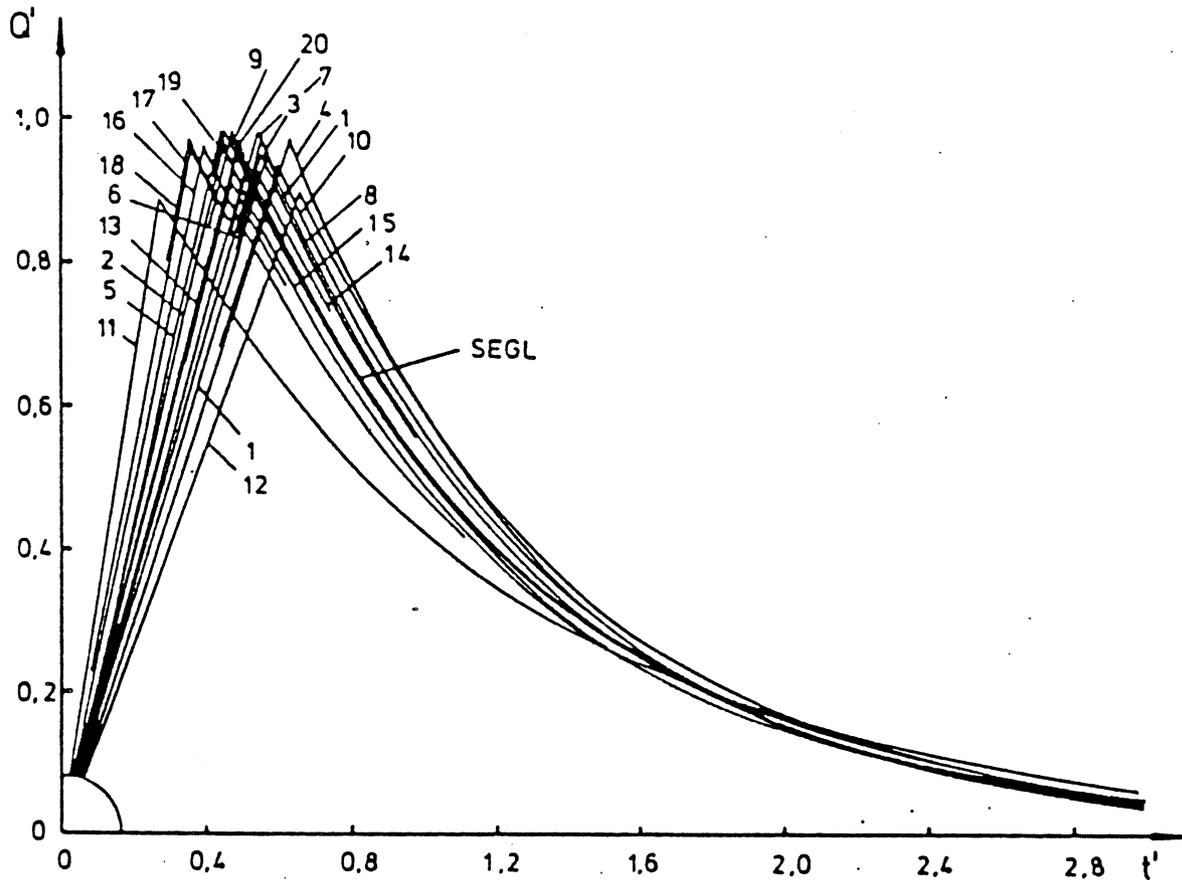


Abb. 17: Standard-Einheitsganglinien nach Verworn und Harms (1980)

Die ermittelten Mittelwerte betragen $Q'_p = 0,96$,
 $t'_p = 0,49$, $k' = 0,82$. Im praktischen Anwendungen werden
 nur Gl. 68 und Gl. 69 herangezogen. Die Bestimmung der
 Speicherkonstanten k erfolgt über die Kontinuitätsgleichung
 (Gl. 71).

$$(Gl. 71) \quad Q_p \left(\frac{t_p}{2} + 0,99k \right) = 10 \cdot A_E$$

Anmerkungen:

- Der Faktor 10 ist ein Dimensionsfaktor, da die Fläche A_E in ha angegeben ist.
- Es wird vorausgesetzt, daß die Einheitganglinie aufgrund eines abflußwirksamen Niederschlags von 1 mm entstanden ist.

Mithilfe der Standard-Einheitganglinie wird die Anzahl der zu bestimmenden Parameter auf zwei (A_E und t_L) reduziert. In den meisten Fällen ist die angeschlossene Fläche A_E (Parameter S) mit ausreichender Genauigkeit bekannt. Durch Vergleich der gesamten Zufluß- und Abflußvolumina innerhalb eines Ereignisses ist eine Korrektur des A_E -Wertes möglich. Der Parameter t_L bestimmt die Wellenbewegung durch das System.

4.3.2 Konzept-Modelle

Sowohl der Einzellinearspeicher - $n=1$ - (Bouvier, Chocat, Debordes, Neumann) als auch die Speicherkaskade - $n>1$ - (Paulsen, Zaiß) werden in der Praxis verwendet. Wie bei den Black-Box-Ansätzen wird auch hier versucht, die eigentlichen Modellparameter n und k mit Gebietscharakteristiken zu verbinden. Mithilfe Gl. 64 kann die theoretische Schwerpunktlaufzeit (Moment erster Ordnung) $M_{1h}(t)$ berechnet werden.

$$(Gl. 72) \quad M_{1h} = n \cdot k$$

Für den Fall des Einzelspeichers erhält man sofort den Wert des einzigen Parameters k :

$$(Gl. 73) \quad k = t_L$$

Im allgemeinen Fall der Speicherkaskade ist eine zusätzliche Gleichung erforderlich, um die Anzahl der Speicher bestimmen zu können. Für den Fall vorhandener Meßdaten wird

in der Literatur oft empfohlen, das Moment zweiter Ordnung M_{2h} zu berechnen. Es hat sich aber herausgestellt (Paulsen), daß eine solche Vorgehensweise anfällig bezüglich numerischer Instabilitäten bzw. ungenau ist.

Paulsen schlägt vor, die Werte der Parameter n und k durch Optimierung (Gradient-Verfahren) zu ermitteln. Dabei werden die Abweichungen zwischen Meßdaten und berechneten Ergebnissen minimiert (gewichtete Mittelung der Fehlerquadrate).

Aus dieser Untersuchung (Einzugsgebiete der Stadt Hildesheim) ist hervorgegangen, daß die beste Anpassung in der Regel für eine Speicheranzahl von $n=2$ und $n=3$ erreicht wird. Das Gleiche wurde von Zaiß und Sieker bestätigt. Dementsprechend wird empfohlen, die Anzahl der Speicher innerhalb der Kaskade mit 3 anzusetzen, sofern keine weiteren Informationen vorliegen. Zur Bestimmung von k wird dann Gl. 72 herangezogen. Gegenüber einem optimierten Wert (durch Anpassung zwischen Meß- und Simulationsdaten) liefert Gl. 72 bereits einen sehr guten Annäherungswert für den Parameter k .

4.3.3 Beziehung zwischen der idealisierten EGL nach Verworn-Harms und der Speicherkaskade :

Das Verhalten der idealisierten Einheitsganglinie nach Verworn-Harms gleicht im absteigenden Ast an den Leerlauf eines Einzelspeichers. Die mathematische Formulierung des Verlaufs ist gleich.

Beim Einzelspeicher gibt es jedoch keinen ansteigenden Ast der Systemfunktion $h_1(t)$. Wird jedoch angenommen, daß die Eingangsgröße keinen Momentan-Impuls bildet, sondern einen konstanten Wert über $\Delta t = t_p$ aufweist, dann verläuft die Ausgangsvariable $h_1(\Delta t, t)$ ähnlich wie bei der idealisierten Standard-Einheitsganglinie. Lediglich der theoretisch exponentielle Verlauf im ansteigenden Ast wird durch eine Gerade approximiert (siehe Abb. 18).

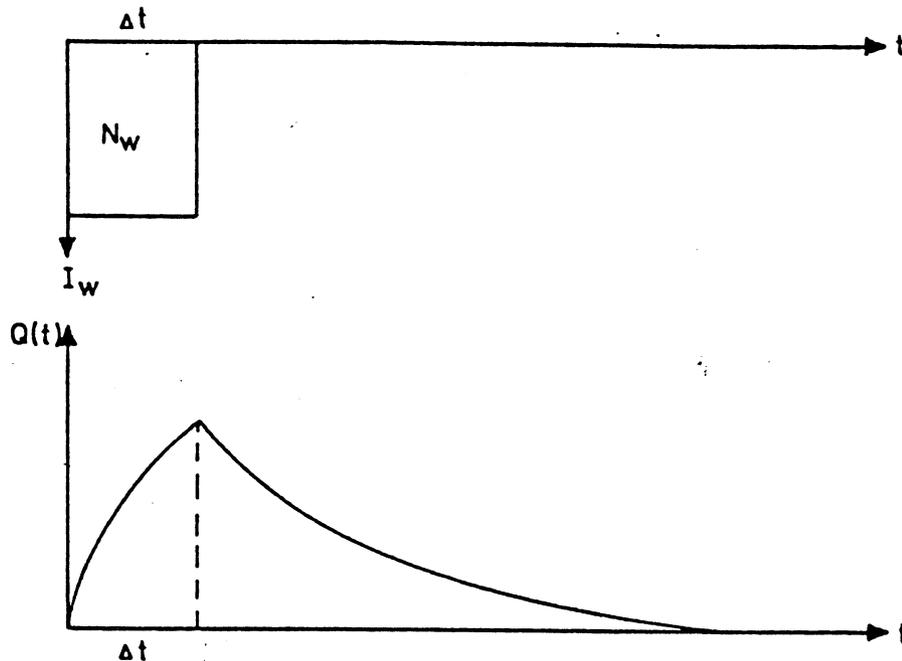


Abb. 18 : Abflußganglinie des linearen Einzelspeichers (nach Sieker)

Andererseits ist ein direkter Vergleich zwischen Charakteristiken der Einheitganglinie und den Parametern der Speicherkaskade (n,k) herstellbar, insbesondere bei Betrachtung der Charakteristiken t_L und t_p (Zeitpunkt des Auftretens der maximalen Ordinate).

Man kann beweisen, daß sich der Zeitpunkt t_p in einer Speicherkaskade nach Gleichung 74 aus n und k errechnet.

$$(Gl. 74) \quad t_p = (n-1) \cdot k$$

- 1) Aus Gleichungen 70, 72 (Vergleich der t_L) folgt, daß sich die Standard-Einheitganglinie hinsichtlich t_L wie eine Speicherkaskade mit $n = 1,96$ verhält.
- 2) Aus Gleichungen 69, 74 (Vergleich der t_p) folgt, daß sich die Standard-Einheitganglinie hinsichtlich t_p wie

eine Speicherkaskade mit $n = 1,21$ verhält.

Aus diesen Erkenntnissen ist zu schließen, daß Einheitsganglinie und Speicherkaskade ähnliche Ergebnisse liefern, sofern die Anzahl der Speicher klein bleibt (Empirische Untersuchung von Paulsen).

4.3.4 Ermittlung der Schwerpunktlaufzeit

Die Schwerpunktlaufzeit t_L ist der entscheidende Modellparameter (Parameter H) der Abflußkonzentration. Falls Meßdaten vorhanden sind, sind Werte für t_L für verschiedene Ereignisse¹¹ direkt berechenbar. In der Regel sind jedoch keine Meßdaten vorhanden, so daß auf statistisch ermittelte Formeln zurückgegriffen werden muß.

Für undurchlässige Flächen wird beispielsweise (Sieker, Fuchs-Verworn) folgende Formel vorgeschlagen:

$$(Gl. 75) \quad t_L = \alpha_U + 0,87 \cdot \ln(A_E) - 3 \cdot \frac{L}{l_f}$$

Für durchlässige Flächen (Sieker, Fuchs-Verworn):

$$(Gl. 76) \quad t_L = \alpha_d + 0,40 \cdot \frac{l_f^{0,593}}{i_{eff}^{0,388} \cdot I_S^{0,38} \cdot k_{st}^{0,605}}$$

mit

α_d und α_U : Konstanten in min

A_E : Fläche in ha

i_{eff} : maximale abflußwirksame Niederschlagsintensität über
10 Minuten innerhalb des Ereignisses (mm/min)

¹¹ streng genommen, hängt der t_L -Wert vom Ereignis ab. Die Konzentrationsvorgänge sind nicht linear.

I_S : durchschnittliches Quersohlgefälle im Einzugsgebiet (-)
 k_{St} : Rauigkeitsbeiwert nach Manning-Strickler ($m^{1/3}/s$)
 L : idealisierte Länge des Einzugsgebiets in m
 l_f : Durchschnittliche Länge des Fließweges auf der Oberfläche (m)
 t_L : Schwerpunktlaufzeit in min

Zur Ermittlung der t_L -Werte mit anderen Formeln sei auf die entsprechende Literatur verwiesen (Desbordes, Neumann).

4.4 Modellierung des Transports

4.4.1 Globale Betrachtung der Abflußkonzentration und des -transportes (lumped model)

Die einfachste Möglichkeit, den Transportprozeß in der Kanalisation hydrologisch zu simulieren, besteht darin, Abflußkonzentration und -transport als einen undifferenzierten Vorgang zu betrachten. In diesem Fall wird auf eine detaillierte Betrachtung der Vorgänge innerhalb der Kanalisation verzichtet. Es wird lediglich eine Abflußganglinie am Gebietsauslaß ermittelt, wobei die Schwerpunktlaufzeit den Einfluß des Transportes auf die Wellenbewegung dementsprechend berücksichtigen muß.

4.4.2 Detaillierte Betrachtung

Bei einer detaillierten Simulation des Kanalverhaltens wird jede Haltung als Teilsystem betrachtet (Parallele zur hydrodynamischen Simulation). Im folgenden werden zwei Ansätze erläutert (das **Kalinin-Miljukov-Verfahren** und das **Muskingum-Verfahren**), die erstmals zur Simulation von Fließgewässern entwickelt wurden. In diesen Ansätzen wird jedes Teilsystem ("Gewässerabschnitt" bzw. "Kanalabschnitt") als Speicher angesehen. Die Unterschiede liegen

lediglich in der Formulierung des Entleerungsgesetzes des Speichers.

4.4.2.1 Das Verfahren von Kalinin-Miljukov

Das Verfahren von Kalinin-Miljukov zur Simulation von Hochwasserwellen in Fließgewässern ist von Rosemann-Vedral ausführlich behandelt worden. Die Übertragung des Verfahrens auf die Simulation der Wellenbewegung in Kanalnetzen geht auf Euler zurück.

Die Wellentransformation in jeder Haltung des Kanalnetzes wird folgenderweise ermittelt:

$$(Gl. 77) \quad dS = k \cdot dQ$$

mit

- k : Retentionsparameter (s)
- Q : Abfluß aus dem System (m³/s)
- S : Systemspeicher (m³)

Entscheidend ist dabei das Verfahren zur Bestimmung der k-Werte. Das von Kalinin-Miljukov entwickelte Verfahren beruht auf der Annahme, daß die in der Regel hydraulisch-instationären Verhältnisse durch stationäre Verhältnisse ersetzt werden können, wenn die Länge des simulierten Rohrabschnitts die "charakteristische Länge" (L) besitzt (siehe Abb. 19).

Man kann beweisen (Rosemann-Vedral), daß diese charakteristische Länge (L) Gleichung 78 erfüllt.

$$(Gl. 78) \quad L = \frac{Q(h)}{I_W} \cdot \frac{dh}{dQ(h)}$$

mit

- h : mittlere stationäre Wassertiefe (mNN)
- I_W : Wasserspiegelgefälle längs L (-)
- L : Länge des Kanalabschnitts (m)
- Q(h): stationäre Abflußkurve des Gerinnes in L (m³/s)

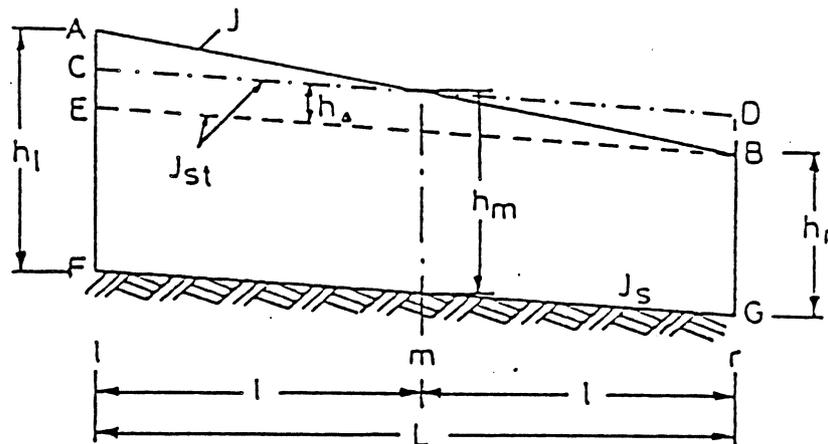


Abb. 19: Charakteristischer Abschnitt der Länge L (nach Rosemann-Vedral)

Die Länge des charakteristischen Abschnitts ist nach Gl. 78 von Q und h abhängig. Rosemann-Vedral sowie Euler schlagen jedoch vor, einen (mittleren) konstanten Wert für L zu bestimmen. Beispielsweise wird für ein Kreisrohr folgende Beziehung vorgeschlagen (Euler, 1983):

$$(Gl. 79) \quad L = 0,4 \cdot \frac{D}{I_S}$$

I_S : Sohlgefälle des Rohres (-)

D : Durchmesser des Rohres (m)

Der Retentionsfaktor des Abschnitts hängt vom Füllgrad des Rohres ab - $k = k(S)$ -. Diese Abhängigkeit wird durch Gleichung 80 beschrieben.

$$(Gl. 80) \quad k(Q_{ab}) = k(Q(h)) = L \cdot B(h) \cdot \frac{dh}{dQ(h)}^{12}$$

mit

B(h) : mittlere Breite des Rohres längs L (m)

Q_{ab} : Abfluß aus dem Abschnitt (m³/s)

Die von h abhängige Größe $\frac{dh}{dQ(h)}$ kann im stationär-hydraulischen Bereich für ein bestimmtes Profil aus entsprechenden (tabellierten) Abflußkurven - Q = Q(y) - entnommen oder mithilfe hydraulischer Formeln (z.B. Manning-Strickler) berechnet werden.

Euler schlägt vor, in diesem Fall auch einen (mittleren) konstanten Wert für k zu bestimmen. Für einen Kreisrohrquerschnitt empfiehlt er folgende Beziehung:

$$(Gl. 81) \quad k = 0,64 \cdot L \cdot \frac{D^2}{Q_v}$$

Q_v : Scheitelvolle Abflußleistung des Rohres (m³/s)

Unter den zwei Annahmen von Euler (L=konst, k=konst) gleicht jedes Teilsystem (Haltung) einem linearen Einzelspeicher, dessen Gleichungssystem und analytische Lösung in III.4.2 erläutert wurde.

Semke und Grotehusmann (Modell KMROUT) schlagen dagegen vor, den Faktor k (wahlweise) als Funktion des Wasserstandes nach Gl. 80 zu betrachten. In diesem Fall aber ist die in III.4.2 vorgestellte Lösung des Gleichungssystems streng genommen nicht mehr gültig (k abhängig von S).

¹² Es wird davon ausgegangen, daß sich die Breite des Wasserspiegels nur langsam mit dem Wasserstand verändert.

4.4.2.2 Das Verfahren von Muskingum

Das Verfahren von Muskingum betrachtet jedes Teilsystem als Einzelspeicher, dessen Speicher $S(t)$ nicht nur vom Abfluß $Q_{ab}(t)$ (vgl. Kalinin-Miljukov) linear abhängig ist, sondern auch vom Zufluß $Q_{ein}(t)$. Mathematisch läßt sich diese "Bewegungsgleichung" wie folgt formulieren¹³:

$$(Gl. 82) \quad S(t) = k (\alpha \cdot Q_{ein}(t) + (1-\alpha) Q_{ab}(t))$$

α : Konstante $\in [0,1]$ (-)
 k : Retentionskonstante (s)

- Der Parameter k wird - wie beim linearen Einzelspeicher - als Schwerpunktzeit zwischen Eingangs- und Ausgangsganglinie gedeutet (Thibault, 1981).

- Der Parameter α bedingt eine Gewichtung des Zu- und Abflusses. Für $\alpha = 0$, entspricht das Muskingum-Verfahren in seiner Formulierung exakt dem linearen Einzelspeicher. Daher kann das Muskingum-Verfahren rein formal als Verallgemeinerung des linearen Einzelspeichers angesehen werden, wobei der Einfluß des Zuflusses zusätzlich berücksichtigt wird (werden kann).

Die praktische Ermittlung des Modellparameters α ist äußerst schwierig. In der Veröffentlichung von Rosemann-Vedral heißt es bezüglich der Bestimmung des Parameters α :

"Der Parameter α bewegt sich in natürlichen Flüssen zwischen 0 und 0,5. Er wird zu Null, wenn die Retention allein vom Abfluß abhängt (Ausfluß aus einem See) und erreicht den Wert 0,5 bei einer gleichförmig fortschreitenden Welle. Für Stauhaltungen mit konstant gehaltenem Stauspiegel läßt sich jedoch der gleiche Parameter im Bereich $0,5 < \alpha < 1,0$ nachweisen."

Aus rein mathematischer Sicht (Thibault, 1981) läßt sich α

¹³ Zur Lösung des entsprechenden linearen Gleichungssystems (Gl. 82 + Gl. 59 = Kontinuitätsgleichung) sei auf die einschlägige Literatur verwiesen (z.B. Thibault, 1979).

wie folgt deuten:

$$(Gl. 83) \quad \alpha = \frac{T_Z - T_S}{T_Z - T_U}$$

mit

S	: Speicher (m ³)
T _S	: zeitlicher Schwerpunkt der Speicherganglinie (s)
T _U	: zeitlicher Schwerpunkt der Zuflußganglinie (s)
T _Z	: zeitlicher Schwerpunkt der Abflußganglinie (s)
U	: EingangsvARIABLE (Zufluß) (m ³ /s)
Z	: AusgangsvARIABLE (Abfluß) (m ³ /s)

Wenn Meßdaten vorhanden sind, sind die Schwerpunkte der drei Kurven U(t), S(t) und Z(t) berechenbar, woraus jeweils ein erster Näherungswert für α und k folgt. Zu exakteren Ergebnissen gelangt man durch Optimierungsmethoden.

Falls Meßdaten fehlen, gibt es im Gegensatz zum Kalinin-Muljukov Verfahren kaum eine Möglichkeit, die Parameter zu bestimmen. Darin liegt offensichtlich ein wesentlicher Grund, weshalb dieses Verfahren in der Stadthydrologie wenig Anwendung gefunden hat, obwohl es sich bei der Simulation von Hochwellenbewegungen im Gewässer bewährt hat.

4.5 Unsicherheit auf modelltechnischer Ebene

4.5.1 Grundlegende Einschränkungen der hydrologischen Ansätze

Alle hydrologischen Modelle beruhen im wesentlichen auf zwei grundsätzlichen Annahmen:

1. Es gibt eine über die ganze Simulationsdauer eindeutig bestimmte Fließrichtung der Welle durch das betrachtete System (Zufluß- und Abflußvariablen sind fixiert).
2. Die Fließraten gelten als einzig zu betrachtende Zustandsvariablen. (Wasserstandvariablen werden eher untergeordnet behandelt).

Aus der ersten Annahme kann man sofort schließen, daß eine Änderung der Fließrichtung (Rückstau) mit einem hydrologischen Modell nicht simulierbar ist (vgl. III.3.5).

Des weiteren werden zwischen Zuflüssen (Q) und Wasserständen (h) vereinfachte funktionale Beziehungen ($Q = Q(h)$) vorausgesetzt, die sich nur bei stationären (bzw. quasi-stationären) Verhältnissen einstellen können. Um präzisere Aussagen über die bei einem bestimmten Ansatz vorausgesetzten Fließverhältnisse treffen zu können, kann man beispielweise das Speicher-Analogon heranziehen. Beim linearen Einzelspeicher wird davon ausgegangen, daß zwischen Abfluß und Wasserstand (bzw. Speichervolumen) eine lineare Beziehung besteht.

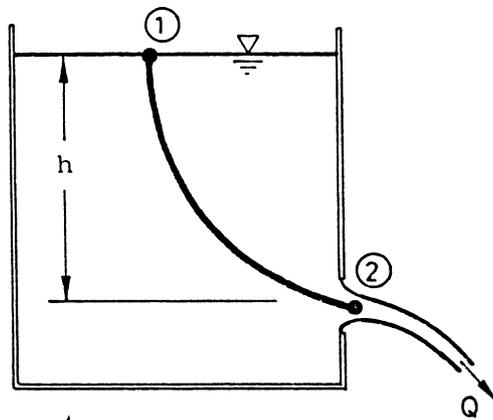
Im Fall des Abflusses aus einem realen Becken (bzw. Staubecken) mit einer kleinen Öffnung (siehe Abb. 20) trifft diese Beziehung nicht zu, sondern die folgende Formel von Toricelli¹⁴.

$$(Gl. 84) \quad Q_{ab} = \mu \cdot A \cdot \sqrt{2gh}$$

mit

- | | |
|---|---|
| μ | : Korrekturparameter (zur Berücksichtigung der Reibungsverluste und der Einschnürung des Strahls) (-) |
| A | : Öffnungsfläche |
| h | : Wasserstand im Becken (viel höher als die Öffnungsebene) |

¹⁴ Gl.84 gilt nur im stationären Fließzustand und kann einfach aus der Bernouilli'schen Energiegleichung abgeleitet werden.



Ausfluß aus einem Gefäß

Es ist

$$z_1 - z_2 = h,$$

$$p_1 = p_2 = 0 \text{ (bzw. atm. Druck)}$$

$$v_1 = \frac{A_2}{A_1} v_2.$$

Mit $v = v_2$

folgt aus der

BERNOULLI-Gleichung

$$h = \frac{v^2}{2g} \left(1 - \frac{A_2^2}{A_1^2} \right).$$

Abb. 20: Ausfluß durch eine kleine Öffnung nach Toricelli (aus Zielke, 1984)

Nach der Formel von Toricelli erhält man also folgende Speicherbeziehung:

$$(Gl. 85) \quad S = k \cdot z^2$$

Lineare Verhältnisse zwischen Druckhöhen und dem Abfluß kommen dagegen in dem Gesetz von Hagen-Poiseuille vor, das eine laminäre Rohrströmung (siehe Abb. 21) beschreibt.

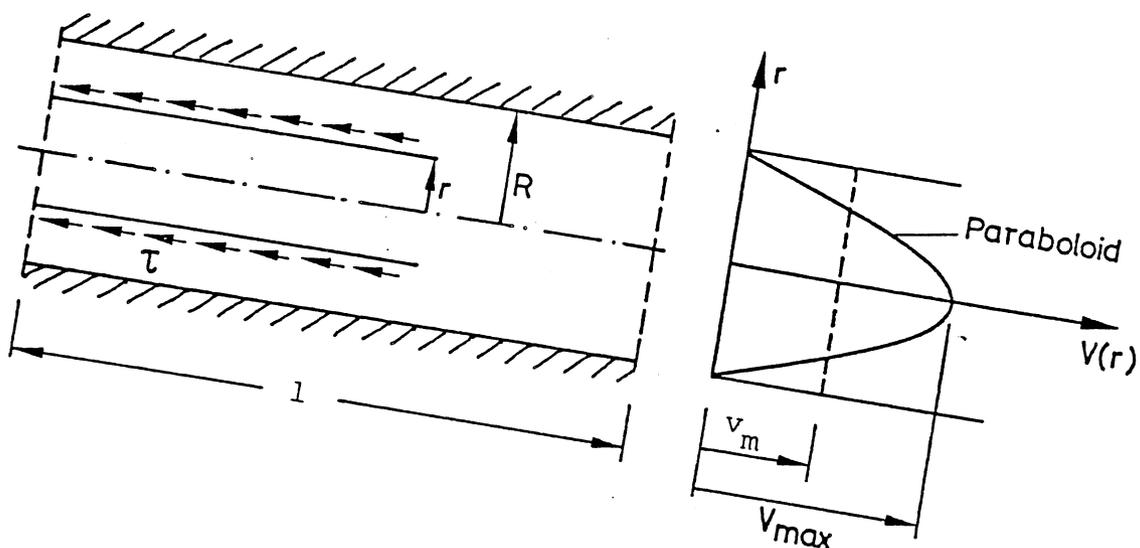


Abb. 21: Laminäre Rohrströmung (aus Zielke, 1984)

Bei der Simulation des Oberflächenabflusses, wo alle Terme der Saint-Venant'schen Bewegungsgleichung gegenüber denen von Reibung und Schwerkraft vernachlässigbar sind, herrschen überwiegend (quasi-)stationäre Verhältnisse. Zudem gibt es beim Oberflächenabfluß während eines Ereignisses kaum Schwankungen der Wasserstandshöhen (bzw. sie bleiben im Millimeter-Bereich).

Wenn man eine rein "prozeßbezogene" Betrachtungsweise vorzieht, kann man mit guter Annäherung eine lineare Beziehung zwischen Wasserstand (bzw. Speichervolumen) und Abfluß voraussetzen (vgl. Gl. 52 in III.3.4). Auf dieser Grundlage beruht der Ansatz des linearen Einzelspeichers. Letzterer Ansatz hat sich jedoch gegenüber der Speicherkaskade als weniger geeignet erwiesen (vgl. III.4.3).

Zur anschaulichen Erklärung dieses Phänomens ist eine "gebietsmorphologische" Betrachtungsweise angebracht (vgl. I.1). Nach dieser wird als erstes die Fließgeschwindigkeit an der Oberfläche als annähernd konstant betrachtet (was wegen der kleinen Schwankungen der Wasserstandshöhen gerechtfertigt ist; vgl. III.3.4). Demzufolge stellt die Systemfunktion $h(t)$ die Flächenverteilung des Einzugsgebiets bezogen auf die Fließzeit bis zum Auslaß dar (vgl. Abflußkonzentrationsmodul im dänischen Programmpaket MOUSE). Mathematisch läßt sich das durch folgende Gleichung ausdrücken:

$$(Gl. 86) \quad dF(t, d\tau) = h(t) \cdot d\tau$$

mit

t	: Fließzeit bis zum Gebietsauslaß (s)
h(t)	: Systemfunktion (bzw. Übertragungsfunktion)
dF(t, d τ)	: Anteil der Gebietsflächen, deren Fließzeit bis zum Auslaß zwischen t und t+d τ liegt

Es existieren Untersuchungen, aus Gebiets- und Netzkenndaten "morphologische" Parameter zu bestimmen, anhand derer die Verteilungsfunktion F (und damit die Kernfunktion h) theoretisch bestimmt wird. Es sei insbesondere auf die

Untersuchungen von Thibault (1989) verwiesen. Eine morphologische Größe zur Beschreibung des Netzes wird definiert, die er (in Anlehnung auf die von Mandelbrot entwickelte Fraktal-Theorie) "fraktale Dimension des Kanalnetzes" nennt¹⁵.

Bei der Simulation der Transportvorgänge in der Kanalisation sind die Beziehungen zwischen Q und h bereits im stationären Bereich nicht linear (vgl. Gl. 44 Formel von Manning-Strickler zur Beschreibung des stationären Fließvorgangs in einem geschlossenen Querschnitt). Teilfüllungskurven sind für alle gängigen Querschnitte tabelliert verfügbar (ATV. A110 oder Lautrich). In Abb. 22 wird als Beispiel eine Kurve für einen Kreisquerschnitt gezeigt.

Bei instationärer Strömung gibt es keine eindeutige Q - h Beziehung. Die Abflußkurve stellt im Laufe des Ereignisses für einen bestimmten Abschnitt eine Schleife dar (siehe Abb. 23)

¹⁵ In solchen Untersuchungen wird in der Regel angenommen, daß die betrachtete Struktur (Netz, Einzugsgebiet) sehr "homogen" ist, d.h die einzelnen Elemente unterscheiden sich kaum in ihren wesentlichen Charakteristiken.

Kreisquerschnitt B: d = 2:2

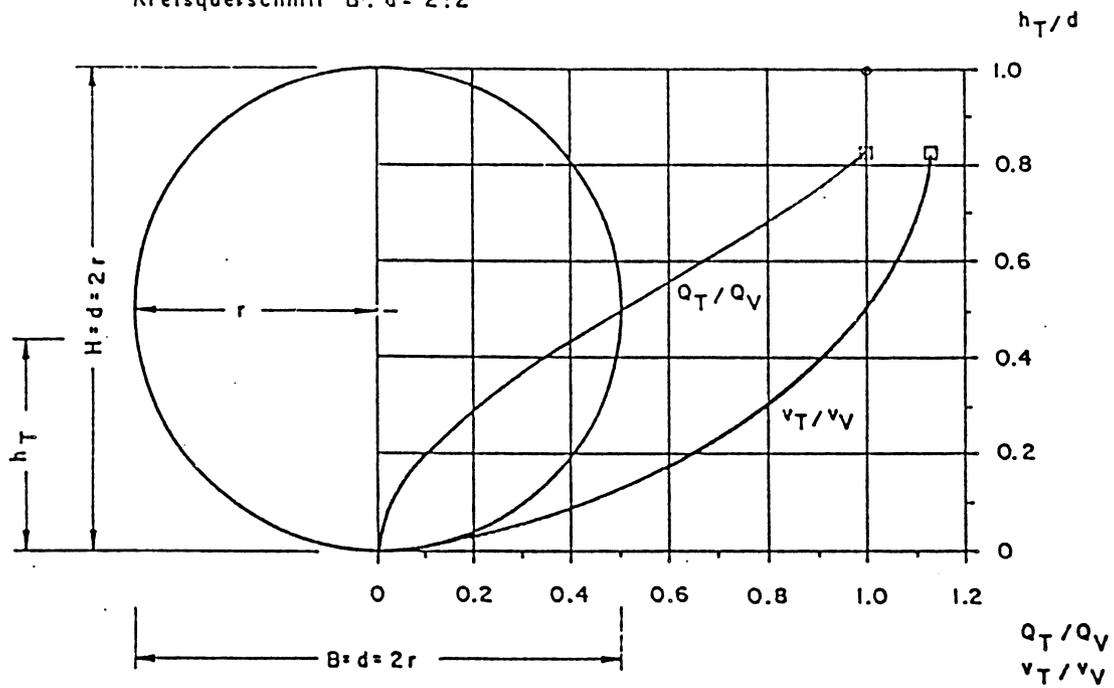


Abb. 22: Teilfüllungskurve für Kreisquerschnitte nach ATV A 110 ; $\left(\frac{Q_T}{Q_V}\right) = f\left(\frac{h_T}{h_V}\right)$ mit T für Teilfüllung und v für Vollfüllung

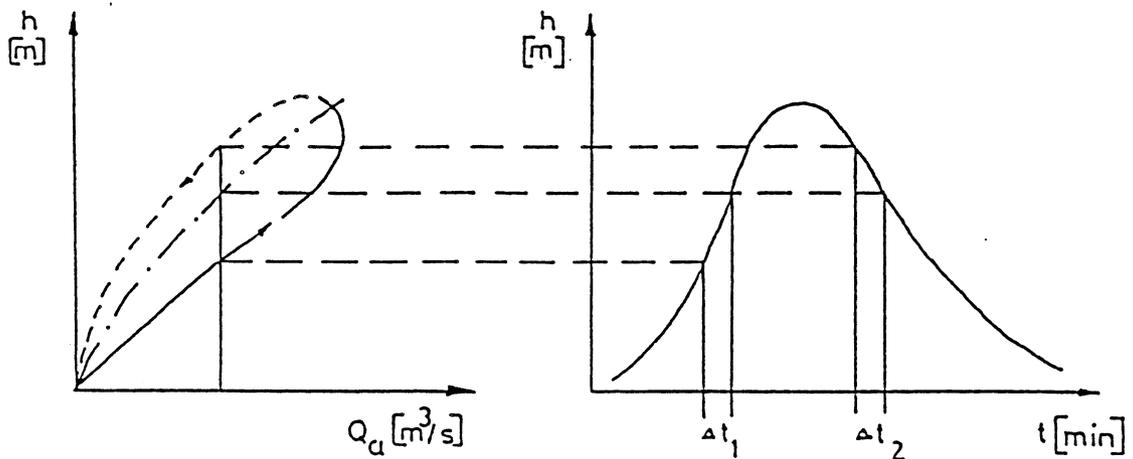


Abb. 23: Abflußschleife und Wasserstandsganglinie eines Hochwasserereignisses (nach Rosemann-Vedral)

Kalinin und Miljukov (vgl. Seus-Rösl, 1974) haben beschrieben, daß die Wasserstände bezogen auf die eindeutige (stationäre) Abflußkurve, sowohl beim Anstieg als auch beim Rückgang des Hochwassers um ein (ungefähr gleich langes) Zeitintervall Δt später an einem Pegel beobachtet werden als diejenigen, die dem instationären Fließvorgang zuzuordnen sind (siehe Abb. 23). Unter der vereinfachten Annahme, daß der zeitlichen Verschiebung zwischen stationärem und instationärem Zustand eine eindeutige räumliche Zuordnung entspricht, ist es möglich, die Abflußschleife zu umgehen. Daher haben Kalinin und Miljukov zu jenem Zweck den Begriff "charakteristischer Abschnitt" geprägt. Zur Berechnung des Abflusses im Abschnitt r wird der Wasserstand im Abschnitt m herangezogen (siehe Abb. 19). Die x -Koordinaten entlang der Fließachse r und m sind durch folgende Gleichung verbunden:

$$(Gl. 87) \quad r - m = \frac{L}{2}$$

mit

- r : x -Koordinate, an der der Abfluß berechnet werden soll (mithilfe der "stationären" Formel) (m)
- m : x -Koordinate, an der der Wasserstand berücksichtigt wird (m)
- L : Länge des charakteristischen Abschnitts (m)

Rosemann-Vedral und Dickmann haben festgestellt, daß die Länge des charakteristischen Abschnitts keinen entscheidenden Einfluß auf die Genauigkeit der Ergebnisse hat. Dieses spricht dafür, daß die in kleinen Abschnitten eines teilgefüllten Rohres (freier Wasserspiegel) ablaufenden Fließvorgänge in guter Näherung durch den linearen Einzelspeicher beschrieben werden.

4.5.2 Numerische Unsicherheiten hydrologischer Modelle

Die allgemeine Formulierung eines hydrologischen Modells (vgl. Gl. 38a, Gl. 38b) setzt, unabhängig davon, wie die Merkmale der Systemfunktion $h(t)$ bestimmt werden, die Berechnung eines Faltungsintegrals voraus (vgl. "Black-Box Modelle" in III.4.1 und "Konzept-Modelle" in III.4.2). Eine rein analytische Lösung ist deswegen ausgeschlossen, da die Eingabevariable U sowie die Systemfunktion h nicht exakt als Zeitfunktion formuliert, sondern jeweils durch eine Treppenfunktion (mit dem Zeitschritt Δt) angenähert sind. In der Literatur werden zwei numerische Lösungsverfahren vorgestellt.

Der erste Lösungsverfahren wird überwiegend in den Modellen zur Ermittlung des Oberflächenabflusses verwendet und beruht auf einer direkten Berechnung des Faltungsintegrals nach Gl. 38a (vgl. III.4.1). Dieses wird in zwei Schritten umformuliert.

- erster Schritt: Gl. 38a \rightarrow Gl. 38c.

$$(Gl. 38a) \quad Z(t) = \int_{-\infty}^t h(\tau) \cdot U(t-\tau) \cdot d\tau$$

$$(Gl. 38c) \quad Z(t) = \int_{t_0}^t h(\tau) \cdot U(t-\tau) \cdot d\tau$$

mit t_0 : Zeitpunkt zu Simulationsbeginn¹⁶.

- zweiter Schritt: Gl. 38c \rightarrow Gl. 88 (vgl. Gl. 58 in III.4.1).

¹⁶ Gleichungen 38a und 38c sind, streng genommen, nur dann äquivalent, wenn $U(t) = 0; \forall t < t_0$. Dies gilt bei der Berechnung des Oberflächenabflusses, wenn t_0 dem Anfangsdatum des Niederschlagsereignisses entspricht. Bei der Berechnung des Transports gilt normalerweise; $U(t) > 0; t < t_0$. Daher ist mit einem zusätzlichen Fehler zu rechnen, der aber nach einigen Berechnungszeitschritten vernachlässigbar wird.

$$(Gl. 88) \quad Z_i = \sum h_j \cdot U_{i-j} \cdot \Delta t \quad ; j = 1, i$$

mit

Z_i : berechneter Abfluß zur Zeit $t = i \cdot \Delta t + t_0$

U_{i-j} : eingegebener Zufluß zur Zeit $t = (i-j) \cdot \Delta t + t_0$

h_j : mittlerer Wert von $h(t)$ über $[(j-1) \cdot \Delta t; j \cdot \Delta t]$

$$h_j = \frac{1}{(j-1) \cdot \Delta t} \int_{(j-1) \cdot \Delta t}^{j \cdot \Delta t} h(\tau) \cdot d\tau = h(t, \Delta t) \quad (\text{vgl. III.4.4.1})$$

Die Treppenfunktionen U_i und h_i stellen offensichtlich nur ein vereinfachtes Bild der Wirklichkeit dar. Die dadurch verursachten Unsicherheiten sind von der Länge des Zeitschritts Δt abhängig. Je kleiner Δt ist, desto genauer ist die Berechnung des Faltungsintegrals. Nach Ansicht der meisten Autoren (vgl. Sieker, Rosemann-Vedral, Becker-Glos) kommt diese numerische Unsicherheit jedoch nur dann zum Tragen, wenn $\Delta t > t_L$ ist (t_L : zeitlicher Schwerpunkt der Systemfunktion des betrachteten Teilsystems).

Die zweite Berechnungsweise ist nur dann möglich, wenn mit dem linearen Speicher (bzw. nach dem Muskingum Verfahren) gerechnet wird. Sie wird hauptsächlich bei der Ermittlung des Abflußtransports eingesetzt. In diesem Fall gilt neben der allgemeingültigen Formulierung nach Gl. 38a eine spezielle Formulierung der Grundgleichung nach Gl. 61¹⁷. Letztere Gleichung wird folgenderweise umformuliert;

¹⁷ Gl.61 (bzw.Gl.89) gilt für den linearen Speicher (bzw. das Kalinin-Miljukov Verfahren). Eine ähnliche Grundgleichung kann für das Muskingum-Verfahren entwickelt werden. Es werden nach dem gleichen Muster, wie im diesem Kapitel für den linearen Speicher erläutert, Arbeitsgleichungen gebildet. Für detaillierte Informationen sei unter anderem auf (Seus-Rösl, 1974) oder auf (Thibault, 1981) verwiesen. Die Schlussfolgerungen bezüglich der unterschiedlichen Berechnungsschemata bleiben jedoch in beiden Fällen gleich.

$$(Gl. 89) \quad Z(t+\Delta t) = Z(t) \cdot e^{-\frac{\Delta t}{k}} + \int_t^{t+\Delta t} U(\tau) \cdot \frac{1}{k} \cdot e^{-\frac{t+\Delta t-\tau}{k}} d\tau$$

Aus dieser Rekursionsformel kann man eine Arbeitsgleichung (Gl. 90a bzw. Gl. 90b) zur diskreten Berechnung der Ganglinie der Ausgangsvariablen $Z(t)$ aus der gegebenen Ganglinie der Eingangsvariablen $U(t)$ ableiten.

$$(Gl. 90a) \quad Z(t+\Delta t) = A \cdot U(t+\Delta t) + B \cdot U(t) + C \cdot Z(t)$$

$$(Gl. 90b) \quad Z_{i+1} = A \cdot U_{i+1} + B \cdot U_i + C \cdot Z_i$$

- $Z(t+\Delta t)$ (bzw. Z_{i+1}) stellt zu jedem Berechnungsschritt die einzige unbekannte Größe dar.
- A, B, C sind Koeffizienten, deren Bestimmung vor der Simulation erfolgt. Die berechneten Werte dieser Koeffizienten sind abhängig von der Integrationsmethode.

Es werden in der Hydrologie hauptsächlich 3 Integrations-schemata verwendet (siehe Rosemann-Vedral; Seus-Rösl; Thibault).

Im ersten Schema wird das Differentialgleichungssystem (Gl. 59 und Gl. 60) direkt diskretisiert. Wenn beispielsweise die Kontinuitätsgleichung (Gl. 59) entsprechend Gl. 91 diskretisiert wird, erhält man die Koeffizientenwerte nach Tab. 4.

(Gl. 91)

$$\frac{\Delta t}{2} [U(t+\Delta t) + U(t)] - \frac{\Delta t}{2} \cdot [Z(t+\Delta t) + Z(t)] = S(t+\Delta t) - S(t)$$

A	B	C
$\frac{\Delta t}{2k+\Delta t}$	$\frac{\Delta t}{2k+\Delta t}$	$\frac{2k-\Delta t}{2k+\Delta t}$

Tab. 4: Werte der Arbeitsgleichungskoeffizienten im numerischen Schema 1.

Im zweiten Schema wird Gl. 89 analytisch integriert unter der Annahme, daß $U(\tau) = \text{konst}; \forall \tau \in [t; t+\Delta t]$.

$U(\tau) = \text{Kste}$	A	B	C
Fall 1: $U(t+\Delta t)$	$1 - e^{-\frac{\Delta t}{k}}$	0	$e^{-\frac{\Delta t}{k}}$
Fall 2: $U(t)$	0	$1 - e^{-\frac{\Delta t}{k}}$	$e^{-\frac{\Delta t}{k}}$
Fall 3: $\frac{U(t)+U(t+\Delta t)}{2}$	$\frac{1 - e^{-\frac{\Delta t}{k}}}{2}$	$\frac{1 - e^{-\frac{\Delta t}{k}}}{2}$	$e^{-\frac{\Delta t}{k}}$

Tab. 5: Werte der Arbeitsgleichungskoeffizienten im numerischen Schema 2.

Im dritten Schema wird Gleichung 89 analytisch integriert unter der Annahme, daß $U(\tau)$ einen linearen Verlauf innerhalb des Intervalls $[t; t+\Delta t]$ aufweist.

A	B	C
$1 - \frac{k}{\Delta t} \cdot (1 - e^{-\frac{\Delta t}{k}})$	$\frac{k}{\Delta t} \cdot (1 - e^{-\frac{\Delta t}{k}}) - e^{-\frac{\Delta t}{k}}$	$e^{-\frac{\Delta t}{k}}$

Tab. 6: Werte der Arbeitsgleichungskoeffizienten im numerischen Schema 3.

Wichtige Bemerkung:

Unabhängig von der Verwendung der einzelnen Schemata müssen die Parameter die Bedingung $A + B + C = 1$ erfüllen. Diese Bedingung resultiert aus der immer gültigen Kontinuitätsbedingung ($\sum Z_i = \sum U_i$).

Für $\Delta t \rightarrow 0$ ($\Delta t = dt$), liefern die verschiedenen numerischen Schemata gleiche Ergebnisse. Bei den "gröberen" Schemata - insbesondere bei Schema 1 - reagiert das Modell jedoch empfindlicher auf die Wahl des Berechnungszeit-schritts Δt . Deshalb sind in den meisten vorhandenen Programmpaketen nur die Schemata Nr.2 und Nr.3 verbreitet. Insbesondere bei der Ermittlung der Transportvorgänge empfiehlt sich das Berechnungsschema Nr.3, da mit guter Näherung angenommen werden kann, daß die Zuflußganglinie ($U(t)=Q_{\text{ein}}(t)$) innerhalb eines Intervalls $[t;t+\Delta t]$ linear verläuft.

Aus dem direkten Vergleich der Arbeitsgleichungen nach den Schemata Nr.2 und Nr.3 ist es möglich, die numerisch bedingten Deviationen abzuschätzen.

Vergleich zwischen Schema Nr.2-Fall 3 und Schema Nr.3;

$$(Gl. 92) \quad Z_{1,i+1} - Z_{2,i+1} = [(1-b) \cdot \left(\frac{1}{2} + \frac{k}{\Delta t} - 1\right) \cdot U_{i+1} + [(1-b) \cdot \left(\frac{1}{2} - \frac{k}{\Delta t} + b\right) \cdot U_i + b \cdot (Z_{1,i} - Z_{2,i})]$$

mit

- b : $e^{-\frac{\Delta t}{k}}$
- U_i : Eingangsvariable zur Zeit $t_0+i \cdot \Delta t$
- $Z_{1,i}$: Ausgangsvariable zur Zeit $t_0+i \cdot \Delta t$ nach Schema Nr.2-Fall 3
- $Z_{2,i}$: Ausgangsvariable zur Zeit $t_0+i \cdot \Delta t$ nach Schema Nr.3
- t_0 : Anfang der Simulation

Im Fall $[k = \Delta t]$ berechnet man aus Gl. 92 folgende Beziehung (Gl. 93a)

$$Z_{1,i+1} - Z_{2,i+1} = 0,05 \cdot (U_i - U_{i+1}) + 0,37 \cdot (Z_{1,i} - Z_{2,i})$$

Daraus ergibt sich folgende Obergrenze für die numerische Deviation zwischen Schema Nr.2-Fall 3 und Schema Nr.3;

$$(Gl. 93b) \quad [\Delta Z_{max_{1,2}}] < 0,05 \cdot \frac{1}{1-0,37} \cdot [\Delta U_{max_{i,i+1}}] =$$

$$(Gl. 93c) \quad [\Delta Z_{max_{1,2}}] < 0,08 [\Delta U_{max_{i,i+1}}]$$

mit

$[\Delta U_{max_{i,i+1}}]$: maximale Differenz ($U_i - U_{i+1}$) über das gesamte Ereignis

$[\Delta Z_{max_{1,2}}]$: maximale Differenz ($Z_{1,i} - Z_{2,i}$) über das gesamte Ereignis

Vergleich zwischen dem Schema Nr.2-Fall 1 und Schema Nr.3

Man erhält Gleichung 94;

$$(Gl. 94) \quad Z_{1,i+1} - Z_{2,i+1} = [(1-b) \cdot \left(\frac{k}{\Delta t} + 1\right) - 1] \cdot U_{i+1} - [(1-b) \cdot \frac{k}{\Delta t} - b] \cdot U_i + b \cdot (Z_{1,i} - Z_{2,i})$$

mit

$Z_{1,i}$: Ausgangvariable zur Zeit $t_0 + i \cdot \Delta t$ nach Schema 2-Fall 1

Im Fall $[k = \Delta t]$ errechnet man aus Gl. 94 folgende Beziehung (Gl. 95a):

$$Z_{1,i+1} - Z_{2,i+1} = 0,26 \cdot (U_{i+1} - U_i) + 0,37 \cdot (Z_{1,i} - Z_{2,i})$$

Daraus ergibt sich als Obergrenze für die numerische Deviation;

$$(Gl. 95c) \quad [\Delta Z_{max_{1,2}}] < 0,41 [\Delta U_{max_{i,i+1}}]$$

Im Fall $[k = 2 \cdot \Delta t]$ erhält man (Gl. 96a):

$$Z_{1,i+1} - Z_{2,i+1} = 0,18 \cdot (U_{i+1} - U_i) + 0,6 \cdot (Z_{1,i} - Z_{2,i})$$

$$(Gl. 96c) \quad [\Delta Z_{max_{1,2}}] < 0,45 [\Delta U_{max_{i,i+1}}]$$

Aus dem Vergleich zwischen Gl. 92, Gl. 94 (bzw. 93c, 95c, 96c) wird ersichtlich, daß das Schema 2 bessere Ergebnisse liefert, wenn nach Fall 3 $(U(\tau) = \frac{U(t) + U(t + \Delta t)}{2})$ gerechnet wird.

Berechnungsbeispiele zur Ermittlung des Ablaufs einer Hochwasserwelle (vgl. Rosemann-Vedral) haben jedoch gezeigt, daß sich die mithilfe unterschiedlicher Arbeitsgleichungen ermittelten Ergebnisse in praktischen Fällen (wenn $\Delta t < k$ und wenn das Gesamtsystem aus mehreren charakteristischen Abschnitten besteht) kaum unterscheiden.

LITERATUR-ANGABEN

Abraham, Ch. et al.; "Grundlegende Untersuchungen zur Ermittlung von Bemessungsregen für die Stadtentwässerung Hamburg", Mitteilungen des Instituts für Wasserwirtschaft, Hydrologie und landwirtschaftlichen Wasserbau der Universität Hannover, Heft 37, 1976.

ATV-Arbeitsblatt A118, 1977.

ATV-Arbeitsblatt A119, 1984.

ATV-Arbeitsgruppe 1.2.6. "Hydrologie der Stadtentwässerung, die Berechnung des Oberflächenabflusses in Kanalnetzmodellen", Teil 1 -Abflußbildung, Arbeitsbericht, Korrespondenz Abwasser 2, 1986, S. 157-162.

ATV-Arbeitsblatt A110, 1988.

Becker, Geiger, W.; "Vergleich von Punkt- und Radarmessungen des Niederschlags im Einzugsgebiet München-Harlaching", Mitteilungen des Instituts für Wasserwirtschaft, Hydrologie und landwirtschaftlichen Wasserbau der Universität Hannover, Heft 52, 1983.

Becker, Glos; "Grundlagen der Systemhydrologie"; Mitteilung des Instituts für Wasserwirtschaft Berlin, Heft 32; VEB Verlag für Bauwesen-Berlin; 1969.

BMFT-Forschungsvorhaben 02-WA-85282 "Steuerung von Rückhaltebecken und Pumpwerken zum Zwecke der Abflußregulierung und des Gewässerschutzes mittels Nahbereichs-Radarmessung der Niederschläge", Zwischenberichte 1986 - 1991.

Bouvier C.; "Analyse et Modelisation des Ecoulements en Milieu Urbain Africain"; Editions de l'ORSTOM, Collection Etudes et Theses; Paris (France); 1990.

Breuer, L.J.; "Anmerkungen zur Erforschung von Niederschlagsstrukturen mit elektronischen Pulsmeßgeräten", Kleinheubacher Berichte 19, 1976, FTZ, Darmstadt.

Breuer, L.J.; "X-Band Radar für Regenmessungen in kleinen Einzugsgebieten", Mitteilungen des Instituts für Wasserwirtschaft, Hydrologie und landwirtschaftlichen Wasserbau der Universität Hannover, Heft 52, 1983.

Breuer, L.J.; "Grundlagen der Radarhydrometrie", Zeitschrift für Stadtentwässerung und Gewässerschutz 4, 1988, S. 5-37.

Bronstein-Semendjajew; "Taschenbuch der Mathematik"; Verlag Harri Deutsch, Thun Frankfurt/Main, 1960.

Chocat B.; "Un modèle de simulation des écoulements dans les réseaux d'assainissement pluvial"; Thèse de Doctorat, INSA Lyon (France); 304p; 1981.

Chocat B. et al.; "UDS Design/ the Cedre System", Proceedings of the third Urban Storm Drainage conf., Göteborg (Sweden), June 1984.

Collier, C.G.; "Accuracy of rainfall estimates by radar-part II : Comparision with raingauge network", Journ. of Hydrology 83, 1986, S. 225-235.

Cunge, Mazaudou; "Mathematical Modelling of Complex Surcharge Systems: Difficulties in Computation and Simulation of Physical Situations"; p.363-373; Third ICUSD; Göteborg; June 1984.

Desbordes M.; "Réflexions sur les Méthodes de Calcul des Réseaux Urbains d'assainissement"; Thèse D.I; 224p; CNRS AO 9125; Université de Montpellier (France); 1974.

DHI "Danish Hydraulic Institut"; "Documentation for the MOUSE system", March 1989.

Dickmann R.; "Anwendungsbereiche und Grenzen eines detaillierten hydrologischen Kanalnetzrechnungsmodelles", Institut für Wasserwirtschaft, Universität Hannover, Diplomarbeit, 1990.

Diskin M.H; "A basic study of the linearity of the rainfall runoff process in watersheds", Ph.D Thesis, University of Illinois, Urbana (USA), 1964.

Dyck/Peschke; "Grundlagen der Hydrologie", VEB Verlag für Bauwesen, Berlin, p408, 1989.

EPA "Environmental Protection Agency"; "Storm Water Management Model SWMM", Volume I, Final Report, 1971.

Ertel H. (Hrsg. von); "Acta Hydrophysica", Band XIV; Akademie-Verlag, Berlin; 1969/70.

Euler G., Koussis A.; "Berechnung von Hochwasserabläufen mit Näherungsverfahren und ihre Anwendung", Wasserwirtschaft 63, 1973.

Euler G.; "Anwendung des Kalinin-Miljukov-Verfahrens", 5. Fortbildungslehrgang für Hydrologie (DVW), Barsinghausen, 1973.

Euler G.; "ein hydrologisches Näherungsverfahren für die Berechnung des Wellenablaufs in teilgefüllten Kreisrohren", Wasser und Boden, 2 1983.

- Fuchs L.; "Hydrologische Leistungsfähigkeit städtischer Kanalnetze", Mitteilung Heft 63, Institut für Wasserwirtschaft der Uni. Hannover, ISSN 0343-8090, 1987.
- Fuchs, Scheffer; "Lösungsmöglichkeiten des Saint-Venant'schen differential-Gleichungssystems"; SUG Heft 2, Hrsg. von Prof. Dr.-Ing. Sieker, Institut für Wasserwirtschaft, Hannover; Feb. 1988.
- Fuchs L., Okroy R.; "Quantifizierung der Unsicherheit von Abflußberechnungen in städtischen Entwässerungssystemen"; erster Abschlußbericht DFG Si 242/7-2, 1989.
- Fuchs L., Verworn H.-R.; "Mikrocomputer in der Stadtentwässerung-Kanalnetzrechnung, Hystem-Extran Vers.IV.3", ITWH, Hannover, 1990.
- Giré A.; "Modèles mathématiques de systèmes évolutifs héréditaires"; Presses Universitaires de Lyon; 1987.
- Green W.H, Ampt G.A; "Studies on soil physics, part I, the flow of air and water through soils"; J. Agric. Sci., vol.4, no1, pp.1-24; 1911.
- Grotehusmann D., Semke M.; "KMR0UT, ein hydrologisches detailliertes Kanalnetzrechnungsmodell"; SUG Heft 13, Nov.1990.
- Grotehusmann D.; "Erarbeitung und Entwicklung eines kombinierten hydrologisch hydrodynamischen Modells zur Langzeitsimulation des Abflußprozesses in städtischen Kanalnetzen unter quantitativen und qualitativen Aspekten"; Abschlußbericht zum Forschungsvorhaben VW I/62 917; 1991.
- Grottker, M., Schilling, W.; "Urbanhydrologie". Vorlesungsbegleitmaterial, 1989, Gunn, R., Kinzer, G.O.; "The terminal velocity of fall for water droplets

in stagnant air". Jou. of Meteorol. 6, 1948, S. 243-248.

Gutknecht, D.; "Zur Ermittlung der zeitlichen und räumlichen Verteilung von Niederschlägen anhand von Standardbeobachtungen", Mitteilungen des Instituts für Wasserwirtschaft, Hydrologie und landwirtschaftlichen Wasserbau der Universität Hannover, Heft 52, 1983.

Hall M.J.; "Urban Hydrology"; pp-300; Elsevier applied science publisher LTD; 1984.

Harms, R.W., Verworn, H.-R.: "Hydrologisches Modell zur Berechnung des Abflusses in städtischen Gebieten", Institut für Wasserwirtschaft, Hydrologie und landwirtschaftlichen Wasserbau, Universität Hannover, 1983, unveröffentlicht.

Harms R.; "Grundlage der hydrologischen Berechnung: Abflußbildung Teil 3"; Sammelwerk Hydrologie der Stadtentwässerung; SUG Verlag.

Horton R.E; "The role of infiltration in the hydrologic cycle", Trans. Am. Geophys. Union, vol.14, pp.446-460, 1933.

Horton R.E; "Analysis of runoff plat experiments with varying infiltration capacity", Trans. Am. Geophys. Union, vol.20, pp.693-711, 1939.

Huff, F.A.; "Time distribution of rainfall in heavy storms", Water Res. Res. 3, 1967, S. 1007-1019.

Huff, F.A.; "Spatial distribution of heavy storm rainfall in Illinois", Water Res. Res 4, 1968, S. 47-54.

Huff, F.A.; "Time distribution characteristics of rainfall rates", Water Res. Res. 6, 1970, S. 447-454.

International Symposium on Hydrological Applications of Weather Radar, University of Salford, UK, August 1989, Proceedings.

Jacquet, G. et al; "About radar rainfall measurement", Forth Int. Conf. on Urban Storm Drainage, Lausanne, 1987.

Joss, J., Waldvogel, A.; "Ein Spektrograph für Niederschlagstropfen mit automatischer Auswertung", Pure and Appl. Geophys. 68, 1969, S. 240-246.

Kammer, A.; "An integrated X-band radar system for short range measurements of rain rates in HERP", Proc. Int. Symp. on Hydrological Applications of Weather Radar, University of Salford, UK, Aug. 1989.

Kammer, A.; "Quantitative Messung der Feinstrukturen von Gebietsniederschlägen mit Radar", Diplomarbeit am Meteorologischen Institut der Universität Bonn, 1982, unveröffentlicht.

Kreuels, R.K.; "Strukturanalysen und Statistik des Niederschlages auf einminütiger Kurzzeitmeßbasis und das Problem der indirekten Niederschlagsbestimmung mittels Radar", Disseration, Universität Bonn, 1977.

Kreuels, R.K.; "Repräsentativität und Genauigkeit von Regenmess-Systemen", Zeitschrift für Stadtentwässerung und Gewässerschutz 4, 1988, S. 39-72.

Kreuels, R.K.; "On.line Calibration in HERP", Proc. Int. Symp. on Hydrological Applications of Weather Radar, University of Salford, UK, Aug. 1989.

Kuchling H., "Taschenbuch der Physik"; Verlag Harri Deutsch Thun und Frankfurt/Main, 1989.

- Lautrich R.; "Tabellen und Tafeln zur hydraulischen Berechnung von Druckrohrleitungen Abwasserkanälen und Rinnen", Paul Parey Verlag 2. Auflage.
- Länderarbeitsgemeinschaft Wasser (LAWA); "Niederschlagsmessstellennetze", Arbeitsbericht; 1989.
- Maniak u.; "Vergleich von Niederschlag-Abfluß-Modellen", 5. Fortbildungslehrgang für Hydrologie des DVWW Barsinghausen, 1973.
- Maksimovic, Radojkovic; "Urban Drainage Catchments, Selected Worldwide Rainfall-Runoff Data from Experimental Catchments"; Pergamon Press; 1986.
- Marshall, J.S.; Palmer, W.M.K.; "The distribution of rain drops with size", Journ. of Meteorology 5, 1948, S. 165-166.
- Mendel, H.G.; "Die Berechnung von Gebietsniederschlägen", Deutsche Gewässerkundl. Mitteilungen 6/21, 1977, S. 129-141.
- Mendel, H.G.; "Die Berechnung von Gebietsniederschlägen aus Punktmessungen", Mitteilungen der Versuchsanstalt für Wasserbau, Hydrologie und Gaziologie 41, 1979, ETH Zürich.
- Nash J.E; " A unit hydrograph study with particular reference to British catchments", Proc. Institution Civil Eng. 17, Nov. 1960, pp249-282.
- Neumann W.; "Der Oberflächenabfluß in städtischen Einzugsgebieten.- Ein Beitrag zur Kanalnetzberechnung."; Berichte aus Wassergütewirtschaft und Gesundheitsingenieurwesen, TU München, Nr.11; 1976.

- Neumann W.; "Kanalzufluß aus Teilflächen", DVWK 13. Fortbildungslehrgang für Stadthydrologie Oberflächenabfluß, 1981.
- Newsome, D.H.; Collier, C.G.; "COST 73: Weather radar in western Europe - possible hydrological applications", Proc. Int. Symp. on Hydrological Applications of Weather Radar, University of Salford, UK, Aug. 1989.
- Niemczynowicz Janusz; "Areal Rainfall -An improved Input for Modeling of Runoff"; Proceedings of the 3rd USD Conf.; Göteborg (Sweden); 1984.
- Paulsen O.; "Kontinuierliche Simulation von Abflüssen und Stofffrachten in der Trennentwässerung"; Mitteilung Heft 62; Institut für Wasserwirtschaft der Uni. Hannover, ISSN 0343-8090, 1987.
- Philip J.R.; "The theory of infiltration: 1. the Infiltration equation and its solution", Sil Sci., vol. 83, no.5, pp.345-357, 1957.
- Philip J.R.; "Theory of infiltration", in Advances in Hydroscience, ed. by V.T. Chow, vol.5, pp.215-296, 1969.
- Rahlf, H.; "Auswirkungen der Kanalnetzvereinfachung"; Diplomarbeit, Institut für Wasserwirtschaft, Universität Hannover, 1989 (unveröffentlicht).
- Raudkivi A.J.; "Hydrology", Pergamon Press, Oxford, 1979.
- Richards L.A; "Capillary conduction of liquids through porous mediums", Physics, vol.1, pp.318-333, 1931.
- Riedl, J.; "RADAR - Flächenniederschlagsmessung", promet 2/3, 1986, S. 20-23.

Ritscher U.; "Ein mathematisch physikalisches Abflußmodell zur Berechnung von Hochwasserabflüssen und Untersuchung des Betriebes von Rückhaltebecken", Dissertation an der Fakultät für Bauwesen der TU Braunschweig, 1971.

Rosemann H.J. Vedral J.; " Das Kalinin-Miljukov-Verfahren zur Berechnung des Ablaufs von Hochwasserwellen"; Schriftenreihe der Bayerischen Landstelle für Gewässerkunde, Heft 6, München 1970.

Sato, Mikkawa; " A method of estimating runoff from rainfall" Flood control series WMO No9, 1956, pp.152-155.

Scheffer C.; "Verfahren zur Lösung des Saint-Venant'schen Differentialgleichungssystems für den Wellenablauf in Kanalnetzen"; Diplomarbeit Institut für angewandte Mathematik/ Institut für Wasserwirtschaft, Hannover; 1986.

Schilling, Fuchs; "A Quantitative Assessment of Uncertainties in Stormwater Modeling"; Proceedings of the 3rd USD Conf.; Göteborg (Sweden); 1984.

Schilling W.; "Operationelle Stadtentwässerung"; Mitteilung des Institut für Wasserwirtschaft-Hannover, Heft 64; 1986.

Schilling W. (Hrsg. von); "Anwendungsmöglichkeiten des Kalman-Filter-Verfahrens in der Wasserwirtschaft"; DFG Mitteilung VII der Senatskommission für Wasserforschung; VCH Verlag; 1987.

Schilling, W., Harms, R.W.; "Räumliche Variabilität von Niederschlag und Abflußbildung - Auswirkungen auf den Abflußprozeß", Deutsche Gewässerkundliche Mitteilungen 2, 1983, S. 52-62.

Schilling, W.; "Der Einfluß räumlich variabler Niederschläge auf Kanalisationsabflüsse", 13. Abwassertechnisches Seminar, Berichte des Institutes für Bauingenieurwesen V, TU München, Heft 44, 1983.

Schilling, W., Fuchs, L.; "Quantitative Abschätzung der Ungenauigkeiten bei der Niederschlag-Abfluß-Berechnung", Mitteilungen des Instituts für Wasserwirtschaft, Hydrologie und landwirtschaftlichen Wasserbau der Universität Hannover, Heft 56, 1985, S. 227-239.

Schmitt, P.; "Wege zur Automatisierung der Niederschlagsermittlung", Mitteilungen des Instituts für Wasserbau der Universität Stuttgart, Heft 55, 1984.

Schultz G.A; "Bestimmung theoretischer Abflußganglinien durch elektronische Berechnung von Niederschlagskonzentration und Retention", Versuchsanstalt für Wasserbau der TH München, Bericht Nr.11, 1968.

Semke M.; "Mathematische Simulation einer zentralen Abflußregelung", Institut für Angewandte Mathematik/Institut für Wasserwirtschaft, Universität Hannover, Diplomarbeit, 1984.

Semke, M.: "From radar-rainfall to hydrological data", Proc. Int. Symp. on Hydrological Applications of Weather Radar, University of Salford, UK, Aug. 1989.

Seus G.J., Rösl G.; "Hydrologische Verfahren zur Berechnung des Hochwasserwellen-Ablaufes in Flüssen", aus "Elektronische Berechnung von Rohr- und Gerinneströmung", hrg. Zielke, Erich-Schmidt Verlag, 1974.

Sevruk, B.; "Methodische Untersuchungen des systematischen Meßfehlers der Hellmann-Regenmesser im Sommerhalbjahr in der Schweiz", Mitteilungen der Versuchsanstalt für Wasserbau, Hydrologie und Gaziologie 52, 1981, ETH Zürich.

Sevruk, B.; "Genauigkeit der konventionellen Regenmessung", Mitteilungen des Instituts für Wasserwirtschaft, Hydrologie und landwirtschaftlichen Wasserbau der Universität Hannover, Heft 52, 1983.

Sherman L.K.; " Streamflow from rainfall by the unit-graph method", Eng.News Rec.; vol.108, pp.501-505; 1932.

Sieker F.; "Grundlage der hydrologischen Berechnung: Abflußbildung Teil 1 und Teil 2"; Sammelwerk Hydrologie der Stadtentwässerung; SUG Verlag; 1987.

Sieker F.; "Grundlagen hydrologischer Berechnungen : Abflußkonzentration Teil 1 und Teil 2"; Sammelwerk Hydrologie der Stadtentwässerung; SUG Verlag.

Schwartz L.; "Théorie des Distributions"; Hermann; Paris; 1966.

Thibault S.; "Elément pour une Phénoménologie en Hydrologie Urbaine"; Thèse Docteur-Ingenieur présentée à l'INSA de Lyon, No I D.I 1.7908; 1979.

Thibault S.; "Modélisation Morpho-Fonctionnelle des Réseaux d'Assainissement Urbain à l'aide du Concept de Dimension Fractale"; Thèse de Doctorat d'Etat présentée à l'INSA de Lyon; INSA; 1989.

Treiber, B.; "Der Einfluß der Stationsdichte und der Berechnungsmethode auf die Bestimmung des Gebietsniederschlages für ausgewählte Starkregen im Sulmgebiet", Mitteilungen des Instituts für Wasserwirtschaft, Hydrologie und landwirtschaftlichen Wasserbau der Universität Hannover, Heft 52, 1983.

Verworn H.R., Harms R.; "Die Standardeinheitganglinie - eine gebietsübergreifende Systemfunktion."; Wasserwirtschaft 70 (1980) 7+8.

Verworn W.; "Hydrodynamische Kanalnetzberechnung und die Auswirkungen von Vereinfachungen der Berechnungsgleichungen"; Mitteilung des Institutes für Wasserwirtschaft Hannover, Heft 47; 1980.

Verworn, H.-R., Flender, W.; "Niederschlagshöhen-Dauer-Flächenbeziehungen" promet 2/3, 1986, S. 40-45.

Verworn, H.-R.; "Hydrological Relevance of radar rainfall data", Proc. Int. Symp. on Hydrological Applications of Weather Radar, University of Salford, UK, Aug. 1989.

Verworn, H.-R.; "Digitalisierung und Regenstatistik", Kursus Begleitmaterial des Inst. für technisch-wissenschaftliche Hydrologie, 1990.

Verworn, H.-R.; "Genauigkeit von Niederschlagsmessungen mit Radar", Zeitschrift für Stadtentwässerung und Gewässerschutz 14, 1991, S. 17-43.

Walliser B.; " Systèmes et modèles, Introduction critique à l'analyse des systèmes"; Editions du Seuil, 1977.

Wöhrle C., Brombach H.; "Probenahme im Abwasserkanal - Sampling in Sewers"; Wasserwirtschaft 81 (1991) 2; pp60-65; 1991.

Yevjevitch, Barnes; "Flood routing through storm drains; Part I-IV"; hydrology papers, Colorado State University, Fort Collins, USA; 1970.

Zaiß H.; "Linearspeicheransätze als hydrologische Verfahren zur Abflußberechnung in Kanalnetzen", DVWK 13. Fortbildungslehrgang für Hydrologie, 1981.

Zemanian A.H; "Distribution theory and transform Analysis"; Mc Graw Hill Book Company; 1965.

Zielke, Ratke; "Prozeßsimulation, numerische Berechnung von Strömungsvorgängen -ausgewählte Kapitel der Vorlesung, Stand: 10/90"; Institut für Strömungsmechanik Hannover; 1990.

Zielke, Gärtner; "Strömungsmechanik für Bauingenieur, Vorlesung Teil I"; Institut für Strömungsmechanik Hannover; 1984.

Zielke, Gärtner, Theunert, Urban; "Strömungsmechanik für Bauingenieur, Vorlesung Teil II"; Institut für Strömungsmechanik Hannover; 1988.

Zinn H.; "Entwicklung eines Expertensystems zur Kalibrierung eines Niederschlag-Abfluß-Modells"; Institut für Wasserwirtschaft Universität Hannover, DA (nicht veröffentlicht), August 1990.

Zior F; "Regenwasserabfluß auf Fahrbahnoberflächen - experimentelle und theoretische Untersuchungen", Technische Berichte über Ingenieurhydrologie und Hydraulik, Institut für Wasserbau der Technischen Hochschule Darmstadt, Heft 38, 1987.