

**Institut für Wasserwirtschaft, Hydrologie
und landwirtschaftlichen Wasserbau
der Universität Hannover**

Prof. Dr.-Ing. F. Sieker

**Untersuchung der Instabilitäten bei der
Lösung des Saint - Venant'schen
Gleichungssystems in EXTRAN**

Diplomarbeit

Volker Huhn

August 1992

DIPLOMAUFGABE
für cand.-Ing. Volker Huhn Matr. Nr. 115 06 03

**UNTERSUCHUNG DER INSTABILITÄTEN IM NUMERISCHEN SCHEMA ZUR LÖSUNG
DES SAINT-VENANT-GLEICHUNGSSYSTEMS IN EXTRAN**

Das numerische Simulationsmodell EXTRAN (**EX**tended **TRAN**sport) wurde ursprünglich in den siebziger Jahren in den USA entwickelt für die Simulation des Entwässerungs-Systems der Stadt San Francisco (Shubinski; Roesner) und anschließend als Baustein in dem von der EPA (Environmental Protection Agency) entwickelten Programmpaket SWMM (Storm Water Management Model) implementiert. Da die Quelltexte frei verfügbar waren, hat das Modell weltweite Anwendung gefunden. Am Institut für Wasserwirtschaft der Universität Hannover wurden in den achtziger Jahren mehrere Versionen von EXTRAN erstellt (Fuchs, Scheffer). Trotz der vielfachen Änderungen des Quelltextes sind Beschreibungsweise des Kanalnetzes und Berechnungsablauf des Programmes weitgehend erhalten geblieben.

Die physikalischen Gesetzmäßigkeiten werden durch zwei mathematische Gleichungen beschrieben; die Kontinuitätsgleichung und die Bewegungsgleichung. Sie bilden das Saint-Venant'sche Gleichungssystem, das nach einem expliziten Differenzenschema (Euler-Verfahren) gelöst wird.

Dieses Berechnungsverfahren ist anfällig gegen numerische Instabilitäten beim Übergang von Freispiegelabfluß zu Abfluß unter

Druck. Zur Vermeidung bzw. Reduzierung dieser Instabilitäten können folgende Parameter herangezogen werden:

- Berechnungszeitschritt
- "Schachtoberfläche"
- Einstauiterationen

Nur eine detaillierte Kenntnis des Berechnungsablaufs in EXTRAN ermöglicht es, Zusammenhänge zwischen den genannten Parametern herzustellen und Programmänderungen vorzunehmen.

Im einzelnen soll Herr Huhn folgende Teilaufgaben bearbeiten:

1. Beschreibung des Berechnungsablaufs in der Standard-Version von EXTRAN

Es soll erläutert werden, wie die Bewegungsgleichung sowie die Kontinuitätsgleichung bei der Berechnung verschiedener Fließzustände implementiert sind. Die Ursachen der Instabilitäten sollen aufgelistet werden. Die verschiedenen Maßnahmen zur Reduzierung der Instabilitäten (Variation der oben genannten Modellparameter) sollen aus theoretischer und praktischer Sicht bewertet werden.

2. Beschreibung des alternativen Algorithmus

Zur Vermeidung bzw. Verminderung der Instabilitätsgefahr wurde ein alternatives Berechnungsschema implementiert. Das zu erwartende Verhalten des neuen Programms soll aus theoretischer Sicht erläutert werden.

3. Durchführung von Simulationläufen für geeignete Belastungsfälle mit synthetischen Kanalnetzen

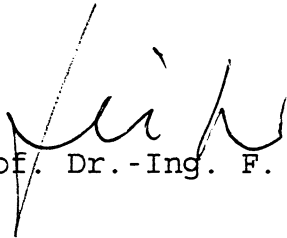
- Der Einfluß der neuen Modellparameter soll untersucht werden.
- Die Ergebnisse der beiden Programme sollen verglichen werden. Dabei soll nicht nur ein Vergleich von Ganglinien erfolgen, sondern auch Kriterien wie Berechnungsdauer, Berechnungszeitschritt, Volumenfehler etc berücksichtigt werden.

Jedes erhaltene Ergebnis soll nachvollziehbar sein. Dementsprechend sind die durchgeführten Arbeiten ausführlich darzustellen und nach Möglichkeiten durch Abbildungen, Diagramme und Graphiken zu dokumentieren.

Die Diplomarbeit ist in vierfacher Ausfertigung mit einer
eidesstattlichen Erklärung zur selbständigen Bearbeitung
abzugeben.

Ausgabe : 10.06.92

Abgabe : 10.08.92



Prof. Dr.-Ing. F. Sieker

Ich erkläre hiermit eidesstattlich,
diese Diplomarbeit selbständig angefertigt zu haben.

Hannover - Linden, August 1992

Inhalt	Seite			
1	Einführung	1	3.1.3	Trockenwettersimulation 23
2	Grundlagen der Abflußberechnung	3	3.2	Lösungsalgorithmus 25
2.1	Das SAINT - VENANT'SCHE Differentialgleichungssystem	4	3.2.1	Berechnungsablauf ohne Einstauiteration 26
2.1.1	Umformung der Kontinuitätsgleichung	5	3.2.1.1	Lösung der Bewegungsgleichung 26
2.1.2	Umformung der Bewegungsgleichung	6	3.2.1.2	Lösung der Kontinuitätsgleichung 32
2.2	Reibungsverluste bei Gerinneströmungen	7	3.2.1.3	Einfluß der Modellparameter 'Zeitschritt' und 'Schacht- oberfläche' 38
2.2.1	Die Fließformel von MANNING - STRICKLER	7	3.2.2	Berechnungsablauf mit Einstauiteration 49
2.2.2	Das allgemeine Widerstandsgesetz von DARCY - WEISBACH	7	3.2.2.1	Berechnung der Druckhöhen in einstauenden Schächten 52
2.2.3	Verwendung der beschriebenen Reibungsansätze	10	3.2.2.2	Verbesserungsvorschläge 57
2.3	Ansätze zur Lösung des SAINT - VENANT'SCHEN Differential- gleichungssystems	11	3.2.2.2.1	Verwendung der theoretisch abgeleiteten $Q - \Delta h$ - Beziehung 57
2.3.1	Charakteristikenverfahren	11	3.2.2.2.2	Änderung des Iterationsverfahrens 60
2.3.2	Differenzenverfahren	13	3.2.2.3	Numerische Instabilitäten 63
2.3.2.1	Explizite Differenzenverfahren	14	3.3	Schlußbemerkung zum hydrodynamischen Transportmodell EXTRAN 64
2.3.2.2	Implizite Differenzenverfahren	15	4	Das hydrodynamische Transportmodell IMTRAN 65
3	Das hydrodynamische Transportmodell EXTRAN	17	4.1	Lösung des SAINT - VENANT'SCHEN Gleichungssystems 66
3.1	Allgemeines	17	4.1.1	Die Form der Bewegungsgleichung 68
3.1.1	Das Vorprogramm (VOR)	19	4.1.2	Die Form der Kontinuitätsgleichung 69
3.1.2	EXTRAN - Programmstruktur	20	4.1.2.1	Ermittlung der Schachtoberflächen 70

4.1.2.2	Alternative Berechnung der Koeffizienten	73
4.1.2.3	Berücksichtigung des Wasservolumens bei "negativem" Wasserstand	74
4.2	Berechnungsablauf	75
4.3	Beschleunigung der Konvergenz	77
5	Erste Simulationsergebnisse des Modells IMTRAN	78
5.1	IMTRAN - Simulation mit Ansatz einer Schachtoberfläche	85
6	Zusammenfassung	88

Literaturverzeichnis

Anlagen

1 Einführung

Mit der Entwicklung der Computertechnik haben Modelle in allen Ingenieurwissenschaften immer mehr an Bedeutung gewonnen. Die steigende Leistungsfähigkeit der Mikrocomputer ermöglichte es, einen immer größeren Anfall von Daten zu verarbeiten sowie Berechnungsverfahren und -algorithmen immer weiter zu entwickeln und zu verfeinern. Durch die Entlastung von der reinen Rechenarbeit ist der Ingenieur damit in der Lage, Problemstellungen unter Berücksichtigung verschiedener Randbedingungen und zahlreicher Varianten zu beantworten.

Erfahrungsgemäß ist gerade auf dem Gebiet der Hydrologie ein massenhafter Anteil von Daten zu verarbeiten, deren Handhabung heute in der Regel keine Schwierigkeiten mehr bereitet. Dadurch ist es möglich geworden, von der früher notwendigen Abstraktion hydrologischer Prozesse zu einer die tatsächlichen Vorgänge beschreibenden Vorgehensweise überzugehen. Beispiele für den Bereich der Stadtentwässerung sind Oberflächenabfluß-, Abflußtransport- und Schmutzfrachtmodelle, aber auch Modelle zur Simulation der Vorgänge innerhalb von biologischen Kläranlagen sowie zur Simulation der Auswirkungen der Stadtentwässerung auf Vorfluter (Gewässergütemodellierung).

Die Weiterentwicklung von Programmen ist jedoch insofern keine Garantie für genauere Ergebnisse, als mit der zunehmenden Komplexität der Programme oftmals gleichzeitig der Umfang der Eingabeparameter steigt. Sofern es sich dabei um physikalische Parameter handelt, ist "lediglich" Sorgfalt bei der Bereitstellung der Eingabedaten erforderlich. Benötigt das Modell zusätzlich Parameter, die für den Lösungsalgorithmus notwendig sind und diesen beeinflussen, muß der Anwender zusätzlich Kenntnisse über die verwendeten Berechnungsverfahren besitzen, um sinnvolle Ergebnisse zu erzielen.

Innerhalb der zur Zeit laufenden Diskussion über die zukünftige Dimensionierung von Kanalnetzen kommt den hydrodynamischen Abflußtransportmodellen eine große Bedeutung zu. Diese Modelle können Ein- und Überstauvorgänge berechnen und bilden somit das Fundament für Überlegungen, das Bemessungskriterium "Regenhäufigkeit" zukünftig durch einen Nachweis der "Überstauungshäufigkeit" zu ersetzen.

Diese Diplomarbeit beschäftigt sich mit dem Einfluß von sogenannten Modellparametern und Steuerungsparametern auf Ergebnisse mit dem numerischen Simulationsmodell EXTRAN (EXtended TRANsport), welches den Abflußtransport innerhalb eines Kanalnetzes berechnet. Dieses ursprünglich in den USA entwickelte Modell wurde in den achtziger Jahren am Institut für Wasserwirtschaft, Hydrologie und landwirtschaftlichen Wasserbau der Universität Hannover mehrfach modifiziert, wobei der Berechnungsablauf weitgehend erhalten blieb.

EXTRAN ist ein hydrodynamisch rechnendes Modell. Die Ergebnisse basieren auf der Lösung des SAINT-VENANT'SCHEN Gleichungssystems, bestehend aus der Kontinuitäts- und

Bewegungsgleichung. Dieses Gleichungssystem gilt streng genommen nur für Freispiegelabfluß, kann unter bestimmten Annahmen und Voraussetzung jedoch auch zur Berechnung von Druckabfluß herangezogen werden. Es zeigte sich, daß beim Übergang zwischen diesen beiden Abflußformen und insbesondere bei der Simulation von Druckabfluß Instabilitäten auftreten können, auf die einige Modellparameter und der von diesen gesteuerte Berechnungsablauf einen entscheidenden Einfluß haben.

Thema dieser Arbeit ist es, den in EXTRAN implementierten Lösungsalgorithmus detailliert zu beschreiben sowie die Auswirkungen von Variationen einiger Modellparameter zu zeigen. Aufgrund dieser Ergebnisse wird ein alternatives Berechnungsschema zur Lösung des SAINT-VENANT'SCHEN Gleichungssystems vorgeschlagen und im Programm implementiert, mit dem Ziel, das Auftreten von Instabilitäten zu vermeiden bzw. zu reduzieren. Abschließend werden die ersten mit dem neuen Modell berechneten Ergebnisse vorgestellt.

2 Grundlagen der Abflußberechnung

Die Art eines Abflußvorgangs wird durch die örtliche und zeitliche Änderung des Geschwindigkeitsvektors $\vec{v}$ charakterisiert. Aus der Betrachtung der Geschwindigkeitsänderung leiten sich die folgenden Definitionen ab:

- stationärer Abfluß : $\left. \frac{\partial v}{\partial t} \right|_x = 0$
- instationärer Abfluß : $\left. \frac{\partial v}{\partial t} \right|_x \neq 0$
- gleichförmiger Abfluß : $\left. \frac{\partial v}{\partial x} \right|_t = 0$
- ungleichförmiger Abfluß : $\left. \frac{\partial v}{\partial x} \right|_t \neq 0$

Der Abflußvorgang bei Niederschlagsereignissen verläuft immer instationär und ungleichförmig und wird bei vorgegebenen Randbedingungen und unter gewissen Einschränkungen durch die SAINT-VENANT'SCHEN Differentialgleichungen beschrieben (siehe Kapitel 2.1 und 2.2).

Ein Berechnungsverfahren, das den Abflußvorgang in einem Kanalnetz auf der Grundlage der SAINT-VENANT'SCHEN Gleichungen berechnet, heißt *hydrodynamisch*. Unter die Gruppe der *hydrologischen* Verfahren fallen dagegen diejenigen, die zur Ermittlung von Maximalabflüssen bzw. Abflußganglinien an einem Punkt spezielle, meist empirische Übertragungsfunktionen und Algorithmen benutzen (z. B. Summenlinienverfahren, Zeitbeiwertverfahren).

Hydrologische Verfahren errechnen zunächst Abflüsse Q , aus denen anschließend mit Hilfe vereinfachter funktionaler Beziehungen, z. B. Teilfüllungskurven mit $y = y(Q)$, Wasserstände y ermittelt werden. Diese Vorgehensweise ist streng genommen nur für stationär, gleichförmige Strömungsverhältnisse zulässig. Ferner wird bei einer hydrologischen Abflußberechnung vorausgesetzt, daß das Kanalnetz die jeweiligen Abflüsse auch abführen kann. Rückstauinflüsse können nicht berücksichtigt werden, die Übertragungsfunktionen verlieren damit mit wachsendem Grad der Überlastung bzw. Abweichung vom Freispiegelabfluß ihre Gültigkeit.

Demgegenüber stehen bei einer hydrodynamischen Berechnung Abfluß- und Wasserstandsvariablen parallel zur Verfügung. Zudem finden Rückstauinflüsse schon durch die Ausgangsgleichungen selbst Berücksichtigung (Kapitel 2.1).

Im folgenden werden die Grundlagen einer hydrodynamischen Abflußberechnung beschrieben.

2.1 Das SAINT-VENANT'SCHE - Differentialgleichungssystem

Die im folgenden vorgestellten Grundgleichungen beschreiben den eindimensionalen, instationären Abflußprozeß in offenen Gerinnen. In Form eines Systems von zwei partiellen, nichtlinearen Differentialgleichungen berücksichtigen sie die Gesetze der Erhaltung von Masse und Impuls. Erstmals abgeleitet wurden sie aus den allgemeinen Gleichungen der Hydromechanik von Barré de Saint-Venant. Auf eine ausführliche Herleitung der Gleichungen wird hier verzichtet und stattdessen auf einschlägige Literatur verwiesen [VERWORN W., 1980] [ZIELKE, 1987].

Das Gleichungssystem gilt für langsam veränderlichen Freispiegelabfluß, was bedeutet, daß die partiellen Ableitungen nur relativ kleine Änderungen darstellen. Allerdings ist das Attribut "langsam veränderlich" bis heute niemals quantifiziert worden [YEVJEVICH; BARNES; 1970].

Weitere Voraussetzungen für die Gültigkeit des Gleichungssystems in der dargestellten Form sind:

- hydrostatische Druckverteilung
- Inkompressibilität des Mediums (hier: Wasser)
- geringes Sohlgefälle α , so daß $\sin \alpha \approx \alpha$ und $\cos \alpha \approx 1$ gesetzt werden kann
- keine seitlichen Zuflüsse
- konstante Geschwindigkeit über den Fließquerschnitt

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial A}{\partial t} = 0$$

Kontinuitätsgleichung

$$\frac{\partial h}{\partial x} + \frac{1}{g} \cdot \left(\frac{\partial v}{\partial t} + v \cdot \frac{\partial v}{\partial x} \right) + I_R = 0$$

Bewegungsgleichung

mit

A = Abflußquerschnitt [m^2]

Q = Abfluß [m^3/s]

h = geodätische Wasserstandshöhe (= $z + y$) [mNN]

mit z = Sohlhöhe [mNN]

y = Wasserstand [m]

v = mittlere Fließgeschwindigkeit [m/s]

g = Erdbeschleunigung [9.81 m/s^2]

I_R = Reibungsgefälle [-]

Die Gleichungen enthalten als unabhängige Variablen den Weg x und die Zeit t , als abhängige Variablen den Wasserstand y , den Abfluß Q sowie die Fließgeschwindigkeit v . Letztere sind über die Kontinuitätsbedingung

$$Q = A(y) \cdot v$$

miteinander verknüpft, so daß im Verlauf einer Berechnung stets alle drei angesprochenen Größen parallel zur Verfügung stehen.

Die einzelnen Terme der Bewegungsgleichung werden folgendermaßen bezeichnet:

$\frac{1}{g} \cdot \frac{\partial v}{\partial t}$	lokale Beschleunigung	zeitliche Änderung der Geschwindigkeit an einem festen Ort
$\frac{1}{g} \cdot v \cdot \frac{\partial v}{\partial x}$	konvektive Beschleunigung	Geschwindigkeitsänderung von Ort zu Ort bei fest vorgegebenem Zeitpunkt
$\frac{\partial h}{\partial x}$	Wasserspiegelgefälle	$\frac{\partial h}{\partial x} = \frac{\partial y}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial x} = \frac{\partial y}{\partial x} - I_s$
		$I_s = \text{Sohlneigung}$
I_R	Reibungsgefälle	Berücksichtigung von Reibungsverlusten; in der Regel nach dem Ansatz von MANNING-STRICKLER oder der Fließformel von DARCY-WEISBACH in Verbindung mit dem Reibungsgesetz von COLEBROOK-WHITE

Die Tatsache, daß das SAINT-VENANT'SCHE Gleichungssystem drei abhängige Variablen beinhaltet, führt dazu, daß als Ausgangsbasis eine von der gezeigten Form abweichende Darstellung der Gleichungen gewählt werden kann. Die Wahl der abhängigen Variablen wird dabei in großem Maße durch die Anpassung an den jeweiligen Lösungsalgorithmus beeinflusst. Ohne auf die im folgenden Kapitel beschriebenen Lösungsverfahren einzugehen, soll an dieser Stelle diejenige Form des Gleichungssystems hergeleitet werden, die die Grundlage sich anschließender Ausführungen bildet.

2.1.1 Umformung der Kontinuitätsgleichung

Abbildung 1 zeigt, daß für ein beliebiges Gerinne die zeitliche Änderung des Gesamtquerschnittes in guter Näherung geschrieben werden kann durch

$$\frac{\partial A}{\partial t} = \frac{dA}{dy} \frac{\partial y}{\partial t} = B \frac{\partial y}{\partial t}$$

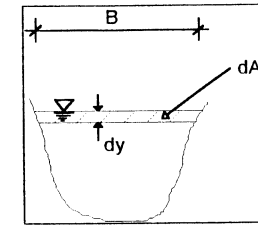


Abbildung 1: Definition der Wasserspiegelbreite B

Mit

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{\partial(y+z)}{\partial t} = \frac{\partial y}{\partial t} + \frac{\partial z}{\partial t} = \frac{\partial y}{\partial t}$$

folgt die Q - h - Form der Kontinuitätsgleichung

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + B \frac{\partial h}{\partial t} = 0$$

2.1.2 Umformung der Bewegungsgleichung

Mit

$$v = \frac{Q}{A}$$

und den daraus resultierenden partiellen Ableitungen durch Anwendung der Quotientenregel

$$\frac{\partial v}{\partial x} = \frac{1}{A^2} \left(A \frac{\partial Q}{\partial x} - Q \frac{\partial A}{\partial x} \right)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = \frac{1}{A^2} \left(A \frac{\partial Q}{\partial t} - Q \frac{\partial A}{\partial t} \right)$$

folgt nach Multiplikation mit g und A

$$\frac{\partial Q}{\partial t} - v \frac{\partial A}{\partial t} + v \frac{\partial Q}{\partial x} - v^2 \frac{\partial A}{\partial x} + g \cdot A \frac{\partial h}{\partial x} + g \cdot A \cdot I_R = 0$$

Unter der Verwendung der Kontinuitätsgleichung

$$\frac{\partial Q}{\partial x} = - \frac{\partial A}{\partial t}$$

lautet die im folgenden verwendete Form der Bewegungsgleichung

$$\frac{\partial Q}{\partial t} - 2 \cdot v \frac{\partial A}{\partial t} - v^2 \frac{\partial A}{\partial x} + g \cdot A \frac{\partial h}{\partial x} + g \cdot A \cdot I_R = 0$$

2.2 Reibungsverluste bei Gerinneströmungen

2.2.1 Die Fließformel von MANNING-STRICKLER

Bereits im 18. Jahrhundert entstanden mit dem Bau von Rohrleitungen, Kanälen oder Flußstautufen die ersten empirischen Gleichungen zur Berücksichtigung des Fließwiderstands [ZIELKE, 1984]. Die gebräuchlichste Formel in der Reihe der (älteren) empirischen Gesetze ist die Gleichung von MANNING-STRICKLER

$$v = k_{St} \cdot r_{hy}^{2/3} \cdot I_E^{1/2}$$

mit

k_{St}	MANNING-STRICKLER-Rauhigkeitsbeiwert [$m^{1/3} \cdot s^{-1}$]
r_{hy}	hydraulischer Radius [m]
I_E	Energieliniengefälle [-]

Der Wert des Rauhigkeitsbeiwertes k_{St} ist abhängig von der Beschaffenheit der Gerinnewandung und in der Literatur tabelliert [z. B. ZIELKE, 1984]. Es sei an dieser Stelle darauf hingewiesen, daß der MANNING-STRICKLER-Rauhigkeitsbeiwert in der amerikanischen Literatur dem Kehrwert des in der deutschsprachigen Literatur genannten Beiwertes entspricht. Letztere Definition ist insofern nicht anschaulich, als sich die Fließgeschwindigkeit v und damit der Abfluß mit zunehmendem k_{St} -Wert erhöhen.

Das Fließgesetz kann in der Bewegungsgleichung des SAINT-VENANT'SCHEN Gleichungssystems nur unter der Voraussetzung eines gleichförmigen, stationären Abflusses (Normalabfluß) benutzt werden. In diesem Fall entspricht das Reibungsgefälle I_R dem Energieliniengefälle I_E , so daß die Fließformel von MANNING-STRICKLER folgende Form annimmt:

$$v = k_{St} \cdot r_{hy}^{2/3} \cdot I_R^{1/2}$$

bzw. aufgelöst nach dem Reibungsgefälle

$$I_R = \frac{v^2}{k_{St}^2 \cdot r_{hy}^{4/3}}$$

2.2.2 Das allgemeine Widerstandsgesetz von DARCY-WEISBACH

Das Fließgesetz von DARCY und WEISBACH wurde ursprünglich für turbulente Rohrströmungen angegeben. Aufgrund von Experimenten wurde seine Gültigkeit auch für den Abfluß in hinreichend

langen Gerinnen mit konstanten Fließbedingungen (Sohlgefälle, Reibung, Querschnitt etc. konstant $\Rightarrow$ Normalabfluß) gezeigt.

$$I_E = \lambda \cdot \frac{1}{d_{hy}} \cdot \frac{v^2}{2 \cdot g}$$

mit

I_E	Energieliniengefälle [-]
λ	Reibungsbeiwert [-]
d_{hy}	hydraulischer Durchmesser [m]
v	Fließgeschwindigkeit [m/s]
g	Erdbeschleunigung [m/s^2]

Die Ermittlung des Reibungsbeiwertes λ war Inhalt von Forschungsarbeiten zahlreicher Wissenschaftler. In Abhängigkeit von der Strömungsform (laminar, turbulent) und der Wandbeschaffenheit (hydraulisch glatt, vollkommen rauh) haben unter anderem HAGEN / POISEUILLE, BLASIUS und PRANDTL Gleichungen entwickelt, deren jeweilige Gültigkeit unter Beachtung der getroffenen Annahmen experimentell bestätigt werden konnte. COLEBROOK und WHITE (1938) entwickelten schließlich eine Interpolationsformel, die sowohl den Übergangsbereich von laminarer zu turbulenter Strömungsform als auch die Bereiche aller früherer Formeln abdeckt, sofern diese nicht ausschließlich für die laminare Strömungsform gültig waren:

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \cdot \log \left(\frac{2.51}{Re \sqrt{\lambda}} + \frac{k/d_{hy}}{3.71} \right)$$

mit

λ	Reibungsbeiwert nach COLEBROOK-WHITE [-]
Re	Reynoldszahl [-]
	$= \frac{v \cdot d_{hy}}{\nu}$
k	äquivalente Rauheit [mm]
d_{hy}	hydraulischer Durchmesser [m]
v	mittlere Fließgeschwindigkeit [m/s]
ν	kinematische Zähigkeit [m^2/s]

Diese implizite Beziehung ist nur iterativ zu lösen und ist von MOODY (1944) als Diagramm ausgewertet worden. Der angegebene laminare Bereich, der in der COLEBROOK-WHITE-Formel nicht enthalten ist, spielt in der Kanalnetzrechnung keine Rolle, da die laminare Strömungsform bei Reynoldszahlen über 2300 gegen geringste Störungen instabil wird und in die stabile

turbulente Strömungsform übergeht (beim Gerinneabfluß liegt die Größenordnung der Reynoldszahl gewöhnlich bei $10^5 - 10^7$).

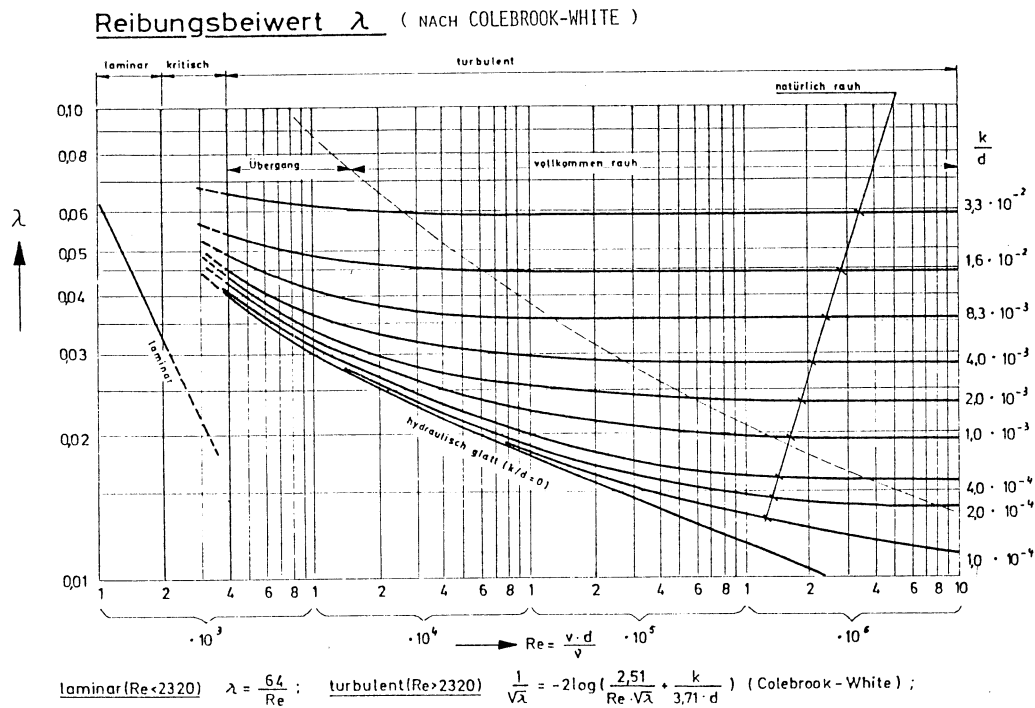


Abbildung 2: Das MOODY Diagramm zur graphischen Ermittlung des Reibungsbeiwertes λ [ZIELKE, 1984]

W. VERWORN (1980) weist darauf hin, daß die iterative Berechnung von λ rasch konvergiert und der Fehler nach 3 Zyklen stets unter 0.1 % liegt, sofern die Iteration von der Gleichung

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \cdot \log \left(\frac{k}{3.71 \cdot d_{hy}} \right)$$

ausgeht.

Unter der Voraussetzung eines stationär, gleichförmigen Abflusses entspricht das Reibungsgefälle I_R dem Energieliniengefälle I_E , so daß das Fließgesetz von DARCY und WEISBACH folgende Form annimmt:

$$I_R = \lambda \cdot \frac{1}{d_{hy}} \cdot \frac{v^2}{2 \cdot g}$$

2.2.3 Verwendung der beschriebenen Reibungsansätze

Wie in den Kapiteln 2.2.1 und 2.2.2 beschrieben, ist die Herleitung einer Beziehung für das in der Bewegungsgleichung des SAINT-VENANT'SCHEN Gleichungssystems enthaltene Reibungsgefälle I_R sowohl für das Fließgesetz von MANNING-STRICKLER als auch für das allgemeine Widerstandsgesetz von DARCY-WEISBACH in Verbindung mit der Interpolationsformel von COLEBROOK-WHITE nur unter der Voraussetzung eines stationären, gleichförmigen Fließzustandes ($I_E = I_R$) möglich. Streng genommen sind folglich beide Ansätze nicht anwendbar auf zeitlich und örtlich veränderliche Abflußvorgänge.

2.3 Ansätze zur Lösung des SAINT-VENANT'SCHEN Gleichungssystems

Die Gleichungen zur Beschreibung des instationären, ungleichförmigen Abflusses bilden ein nichtlineares, partielles Differentialgleichungssystem vom hyperbolischen Typ. Mathematisch stellt die Lösung der SAINT-VENANT'SCHEN Gleichungen ein Anfangs-Randwertproblem dar. Zur Erzielung einer eindeutigen Lösung sind jeweils zwei Anfangs- und Randbedingungen notwendig. Für eine Strecke L ($0 \leq x \leq L$) und eine Berechnungsdauer $t_{\max}$ ($0 \leq t \leq t_{\max}$) sind dieses:

- I. Wassertiefe $y(x)$ zum Zeitpunkt $t = 0$ für $0 \leq x \leq L$
- II. Geschwindigkeit $v(x)$ bzw. $Q(x)$ zum Zeitpunkt $t = 0$ für $0 \leq x \leq L$
- III. Wassertiefenganglinie $y = y(x=0, t)$ bzw. Durchflußganglinie $Q = Q(x=0, t)$ für alle Zeitpunkte $0 \leq t \leq t_{\max}$
- IV. Wassertiefenganglinie $y = y(x=L, t)$ bzw. Durchflußganglinie $Q = Q(x=L, t)$ für alle Zeitpunkte $0 \leq t \leq t_{\max}$ oder Wassertiefe-Durchflußbeziehung $Q = Q(h)$ bzw. $h = h(Q)$

Da eine analytische Lösung des in Kapitel 2.1 beschriebenen Gleichungssystems

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial A}{\partial t} = 0$$

$$\frac{\partial h}{\partial x} + \frac{1}{g} \cdot \left(\frac{\partial v}{\partial t} + v \cdot \frac{\partial v}{\partial x} \right) + I_R = 0$$

nur unter Einschränkungen (z.B. Normalabfluß) möglich ist, müssen die Differentialgleichungen in algebraische Gleichungen überführt werden. Durch Diskretisierung der unabhängigen Variablen Weg x und Zeit t in endliche Wegabschnitte Δx und Zeitabschnitte Δt werden die Differentialquotienten durch geeignete Differenzenquotienten ersetzt. Dabei wird unterschieden zwischen Charakteristikenverfahren sowie expliziten und impliziten Differenzenverfahren.

2.3.1 Charakteristikenverfahren

Dieses Verfahren wird innerhalb dieser Arbeit nicht angewendet. Es soll daher an dieser Stelle lediglich kurz beschrieben werden und auf ausführlichere Abhandlungen in FUCHS / VERWORN, H.-R. (1990), SCHEFFER (1986), VERWORN, W. (1980) sowie YEVJEVICH / BARNES (1970) verwiesen werden.

Bei einer Lösung des SAINT-VENANT'SCHEN Gleichungssystems nach dem Charakteristikenverfahren wird aus der Kontinuitäts- und Bewegungsgleichung die Linearkombination (Addition und Subtraktion) gebildet. Unter der Voraussetzung, daß die Beziehung

$$\frac{dt}{dx} = \frac{1}{v \pm c} \quad (c = \text{Wellengeschwindigkeit} = \sqrt{\frac{g \cdot A}{B}})$$

erfüllt ist, vereinfacht sich die Linearkombination zu einer Gleichung, die nur noch totale Differentiale enthält. Im Fall eines hyperbolischen Systems existieren für jeden Punkt P innerhalb der x,t -Ebene zwei charakteristische Richtungen dt/dx , in denen die zu integrierende Gleichung nicht durch die Anwesenheit partieller Ableitungen in anderen Richtungen kompliziert wird.

Die Gleichungen

$$\frac{dx}{dt} = v \pm c$$

stellen Kurvenscharen in der x,t -Ebene dar (Abbildung 3), die mit Hilfe der gewöhnlichen Differentialgleichungen

$$C^+ : dx - (v + c) \cdot dt \quad (\text{Vorwärtscharakteristik})$$

$$C^- : dx - (v - c) \cdot dt \quad (\text{Rückwärtscharakteristik})$$

berechnet werden können.

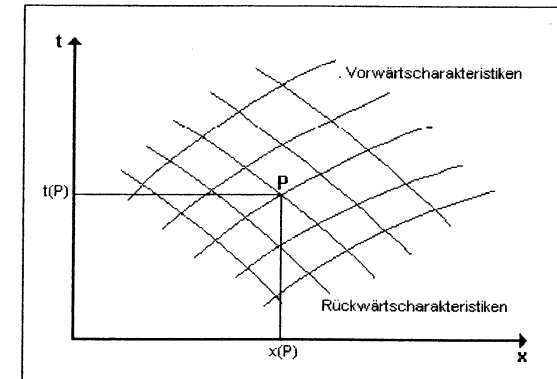


Abbildung 3: Charakteristiken in der x,t -Ebene

Für ein prismatisches Gerinne läßt sich entlang dieser Charakteristiken die Zustandsänderung durch die ebenfalls gewöhnlichen Differentialgleichungen

$$\frac{dv}{dt} \pm \frac{g}{c} \cdot \frac{dy}{dt} + g \cdot (I_R - I_S) = 0$$

berechnen.

Auf dieses System aus vier gewöhnlichen Differentialgleichungen werden zur Approximation Differenzen angewandt, wobei Lösungen nur an den Gitterpunkten des von den Charakteristiken aufgespannten Netzes existieren. Als Folge der Tatsache, daß die Knotenpunkte des

Charakteristikenetz beliebig in der x,t-Ebene liegen, werden für einen vorgegebenen Zeitschritt Δt Interpolationsberechnungen notwendig, um die Ausgangsgrößen in den Startpunkten der Charakteristiken ermitteln zu können.

Mit Hilfe der Charakteristiken lassen sich in der x,t-Ebene anschaulich Abhängigkeitsbereich und Einflußbereich darstellen. Die abhängigen Variablen im Punkt P können lediglich von den Variablen derjenigen Punkte beeinflusst werden, die innerhalb der in P zusammentreffenden Charakteristiken liegen. Andererseits haben die abhängigen Variablen desselben Punktes P nur Einfluß auf den Bereich, der von den von P ausgehenden Charakteristiken eingeschlossen wird.

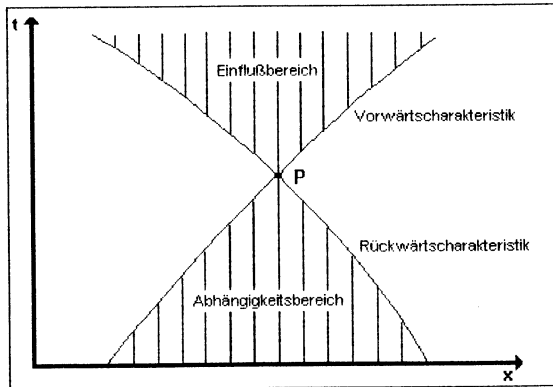


Abbildung 4: Abhängigkeitsbereich und Einflußbereich

2.3.2 Differenzenverfahren

Ein gemeinsames Merkmal sowohl der expliziten als auch der impliziten Differenzenverfahren zur Lösung des SAINT-VENANT'SCHEN Differentialgleichungssystems ist ein durch Wegabschnitte

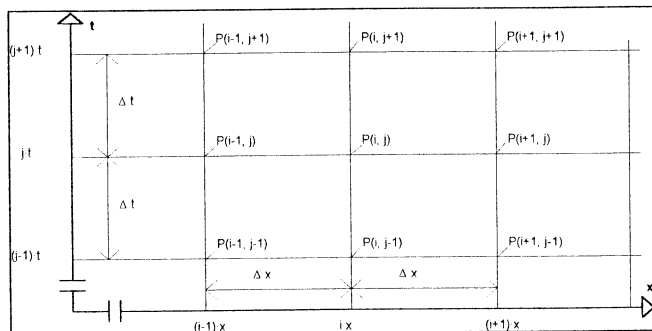


Abbildung 5: Weg- und Zeitintervalle in der x,t-Ebene

Δx und Zeitabschnitte Δt aufgespanntes Netz in der x,t-Ebene. Die Berechnung der abhängigen Variablen erfolgt jeweils nur an den Gitterpunkten. Dabei ist es nicht notwendig, daß die Weg- und Zeitintervalle konstant bleiben.

Mit Hilfe von Differenzenquotienten werden unter der Voraussetzung, daß alle Zustandsgrößen zum Zeitpunkt j-1 (bzw. j) bekannt sind, die Werte zum Zeitpunkt j (bzw. j+1) berechnet, wobei es notwendig ist, daß das verwendete Differenzenschema konvergiert. Konvergenz liegt dann vor, wenn bei Verkleinerung von Δx und Δt der Gesamtfehler kleiner wird. Der Gesamtfehler setzt sich zusammen aus dem Diskretisierungsfehler durch das Ersetzen der Differentiale durch Differenzen sowie dem Rundungsfehler aufgrund der Berechnung mit einer beschränkten Dezimalstellenanzahl.

2.3.2.1 Explizite Differenzenverfahren

Werden zur Bestimmung einer Zustandsgröße Z_i^{j+1} ausschließlich Werte der alten Zeitebene j benutzt, so liegt ein explizites Differenzenverfahren vor. Eine Verknüpfung mit noch unbekannten Größen der neuen Zeitstufe (Z_{i-1}^{j+1} , Z_{i+1}^{j+1}) findet nicht statt.

Häufige Anwendung finden dabei die folgenden expliziten Differenzenquotienten, wobei Z wiederum stellvertretend für eine der drei abhängigen Variablen Durchfluß, Geschwindigkeit und Wasserstand steht:

- LAX - Verfahren (diffusives Verfahren)

$$\frac{\partial Z}{\partial x} = \frac{Z_{i+1}^j - Z_{i-1}^j}{2 \cdot \Delta x} ; \quad \frac{\partial Z}{\partial t} = \frac{2 \cdot Z_i^{j+1} - (Z_{i-1}^j + Z_{i+1}^j)}{2 \cdot \Delta t}$$

- LEAP - FROG - Schema

$$\frac{\partial Z}{\partial x} = \frac{Z_{i+1}^j - Z_{i-1}^j}{2 \cdot \Delta x} ; \quad \frac{\partial Z}{\partial t} = \frac{Z_i^{j+1} - Z_i^{j-1}}{2 \cdot \Delta t}$$

- Schema von LAX - WENDROFF

Berechnung der Zustandsgrößen $Z_{i-1/2}^{j+1/2}$ sowie $Z_{i+1/2}^{j+1/2}$ nach dem Verfahren von LAX:

$$\frac{\partial Z}{\partial x} = \frac{Z_{i+1}^j - Z_{i-1}^j}{\Delta x} ; \quad \frac{\partial Z}{\partial t} = \frac{2 \cdot Z_{i+1/2}^{j+1/2} - (Z_i^j + Z_{i+1}^j)}{\Delta t}$$

$$\frac{\partial Z}{\partial x} = \frac{Z_i^j - Z_{i-1}^j}{\Delta x} ; \quad \frac{\partial Z}{\partial t} = \frac{2 \cdot Z_{i-1/2}^{j+1/2} - (Z_{i-1}^j + Z_i^j)}{\Delta t}$$

anschließend Anwendung des LEAP - FROG - Schemas

$$\frac{\partial Z}{\partial x} = \frac{Z_{i+1/2}^{j+1/2} - Z_{i-1/2}^{j+1/2}}{\Delta x} ; \quad \frac{\partial Z}{\partial t} = \frac{Z_i^{j+1} - Z_i^j}{\Delta t}$$

Die Abbildungen 4 und 5 zeigen, daß die Wahl der Differenzen Δx und Δt bei expliziten Lösungsverfahren bestimmten Bedingungen unterworfen ist. Sollen die Zustandsgrößen Z_i^{j+1} im Punkt $P(i,j+1)$ berechnet werden, so müssen die bekannten Ausgangsgrößen innerhalb des Abhängigkeitsbereiches liegen, d. h. innerhalb des von der alten Zeitstufe, der linearisierten Vorwärtscharakteristik durch den Punkt $P(i-1,j)$ und der linearisierten Rückwärtscharakteristik durch den Punkt $P(i+1,j)$ aufgespannten Dreieckes.

Die Lösung kann folglich nur konvergent sein für

$$\Delta t \leq \frac{\Delta x}{|v| + c} = \frac{\Delta x}{|v| + \sqrt{\frac{g \cdot A}{B}}}$$

Die Begrenzung der maximal zulässigen Schrittweite von Δt wird als *Courant-Bedingung* bezeichnet und ist eine dynamische, d. h. vom aktuellen Fließzustand (v , A , B) abhängige Größe.

2.3.2.2 Implizite Differenzenverfahren

Bei der Berechnung einer Zustandsgröße Z_i^{j+1} wird bei impliziten Verfahren nicht nur der Einfluß der Zustandsgrößen der bekannten Zeitebene, sondern auch der Einfluß der unbekannten Werte an den benachbarten Gitterpunkten der neuen Zeitebene (Z_{i-1}^{j+1} , Z_{i+1}^{j+1}) berücksichtigt. Aus dieser Abhängigkeit der unbekannten Größen der neuen Zeitebene voneinander folgt, daß ihre Berechnung simultan erfolgen muß.

In der Regel wird bei einer impliziten Lösung das Preissmann-4-Punkte-Schema verwendet, welches folgende Differenzen verwendet (Abbildung 6):

$$\frac{\partial Z}{\partial x} = \theta \cdot \frac{Z_k^{j+1} - Z_i^{j+1}}{\Delta x} + (1-\theta) \cdot \frac{Z_k^j - Z_i^j}{\Delta x}$$

$$\frac{\partial Z}{\partial t} = \frac{(Z_k^{j+1} - Z_k^j + Z_i^{j+1} - Z_i^j)}{2 \cdot \Delta t}$$

(Z bezeichnet wiederum eine der abhängigen Variablen Durchfluß, Geschwindigkeit und Wasserstand)

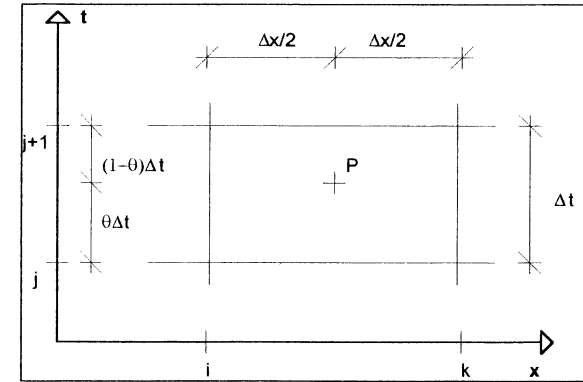


Abbildung 6: Preissmann - 4-Punkte-Schema

Im Prinzip werden durch dieses Verfahren die Differentiale im Punkt P approximiert. Der Wichtungsfaktor θ wird allgemein als *Crank - Nicholson - Faktor* bezeichnet. Crank und Nicholson waren 1947 die ersten, die die Ableitung in Wegrichtung durch das Mittel ($\theta = 0.5$) der endlichen Differenzen der bekannten und unbekannten Zeitebene ersetzen [SMITH; 1970]. Das Verfahren konvergiert für $0.5 \leq \theta \leq 1.0$ [CUNGE, MAZADOU; 1984] [ZIELKE, RATKE; 1990]. Erfahrungsgemäß werden die besten Ergebnisse erzielt, wenn der Wichtungsfaktor in der Größenordnung

$$\theta \approx 0.55 \div 0.60$$

liegt [ZIELKE, RATKE; 1990].

Ein großer Vorteil der impliziten gegenüber den expliziten Differenzenverfahren liegt darin, daß die Notwendigkeit der Zeitschrittbegrenzung durch die Courant-Bedingung (Kapitel 2.3.2.1) aufgrund der Verknüpfung der unbekannten Variablen nicht mehr gegeben ist. Es ist jedoch offensichtlich, daß der Zeitschritt auch nicht übermäßig groß gewählt werden darf, da die Ganglinien in diesem Fall nicht mehr genügend genau nachgebildet werden können (tatsächlich hängen Abfluß und Wasserstand zum Zeitpunkt $t+\Delta t$ von allen Werten zum Zeitpunkt t ab).

Wird eine Gerinnestrecke ($0 \leq x \leq L$) in n Teilstrecken zerlegt, so ergibt sich ein Gleichungssystem mit $2 \cdot n + 2$ Unbekannten zur Zeit $t+\Delta t$. Die aus den SAINT-VENANT'SCHEN Gleichungen abgeleiteten Beziehungen nach dem 4-Punkte-Schema geben $2 \cdot n$ Gleichungen. Zusammen mit den an den Endpunkten vorgegebenden Randbedingungen (Kapitel 2.3) entstehen schließlich ebenso viele Gleichungen wie Unbekannte.

Dieses Gleichungssystem ist linear unter der Voraussetzung, daß alle Koeffizienten zum Zeitpunkt t berechnet werden. Standardverfahren zur Lösung dieses Gleichungssystems sind das bekannte Gauß'sche Eliminationsverfahren sowie die von STRELKOFF (1970) beschriebene Double-Sweep Methode.

3 Das hydrodynamische Transportmodell EXTRAN

3.1 Allgemeines

Grundlage für die in den achtziger Jahren am Institut für Wasserwirtschaft (IfW) der Universität Hannover und danach am Institut für technisch-wissenschaftliche Hydrologie (ITWH) modifizierten Versionen des hydrodynamischen Transportmodells EXTRAN ist ein Teilblock des in den USA entwickelten Modells SWMM (Stormwater Management Model). EXTRAN ist ein in FORTRAN geschriebenes Programm zur Berechnung des Abflußprozesses in offenen Gerinnen und städtischen Kanalnetzen mit darin enthaltenen Sonderbauwerken wie z.B. Pumpen, Wehren oder Speicherschächten. In der Regel (Ausnahme: Reine Trockenwettersimulation) ist dem Transportmodell ein Oberflächenabflußmodell zur Berechnung der hydrologischen Teilprozesse Abflußbildung und Abflußkonzentration vorgeschaltet, welches zeitschrittweise Zuflüsse für das zu berechnende System liefert.

Prinzipiell setzt sich EXTRAN aus zwei eigenständigen Programmteilen zusammen. Vor der eigentlichen Berechnung des Abflußtransports muß das Programm VOR aufgerufen werden. Dieses erstellt die Datei INDAT, welche wiederum von EXTRAN eingelesen wird und alle für die Simulation benötigten Eingabeparameter beinhaltet.

Die folgende Beschreibung des Modells sowie die sich anschließenden Untersuchungen beziehen sich auf die auf die Version 4.2 von EXTRAN (IfW). Der FORTRAN Source Code der aktuellen Version 4.3 (ITWH) ist nicht frei verfügbar.

Für eine Simulation unbedingt erforderlich ist eine Datei, die das zu berechnende Kanalnetz inklusive aller Sonderbauwerke beschreibt (Kanalnetzdatei) sowie die Datei EXTPAR, welche alle Parameter beinhaltet, die den Ablauf der Simulation steuern (Parameterdatei). Zu diesen Angaben zählen unter anderem Dateinamen, Umfang der Ausgaben, Simulationszeitraum, zudem auch die in der Einführung (Kapitel 1) bereits angesprochenen Modellparameter (Zeitschritt der Simulation, "Schachtoberfläche", Anzahl der Einstauiterationen).

Für eine Berechnung des Abflußtransports aufgrund eines Niederschlagsereignisses ist ferner die Angabe einer Wellendatei (Output des Oberflächenabflußmodells) erforderlich.

Im einzelnen können mit dem Kanalnetzmodell EXTRAN folgende Elemente simuliert werden:

Haltungen	Kanalstück der Länge L mit einer bestimmten Rauheit und einem bestimmten Querschnitt (Kreis-, Rechteck-, Ei-, Maul-, Trapez- oder vom Anwender anzugebendes Sonderprofil). Eine Haltung wird definiert durch zwei Schächte an den Enden der Kanalstrecke mit den zugehörigen Sohl- und Geländehöhen.
-----------	--

Wehre	Zu den Angaben gehören Länge und Höhe der Wehrschwelle, Öffnungsweite und Überfallbeiwert. Ferner erfolgt eine Unterscheidung in Quer- und Seitenwehr, jeweils mit und ohne Tidor. Bei Seitenwehren verläuft die Wehrkrone parallel zur Anströmrichtung. Wehre werden grundsätzlich durch einen "Schacht oben" definiert. Sofern es sich um ein Auslaßwehr handelt, kann auf die Angabe eines "Schachtes unten" verzichtet werden. Es besteht dann die Möglichkeit, als Randbedingung keinen, einen konstanten oder einen veränderlichen Wasserstand vorzugeben.
-------	--

Pumpen	Pumpen können als OFF-LINE- und als ON-LINE-Pumpen mit und ohne Kennlinie simuliert werden. Bei OFF-LINE-Pumpen hängt die Förderleistung vom Wasservolumen im Pumpensumpf, bei ON-LINE-Pumpen vom Wasserstand im Pumpenschacht ab. Eine Pumpe wird ebenfalls definiert durch einen "Schacht oben" (aus dem gefördert wird) und einen "Schacht unten" (in den gefördert wird). Maximal können fünf Pumpenstufen und jeweils vier Schaltpunkte zum Herauf- und Herunterschalten angegeben werden.
--------	---

Grund- und Seitenauslässe	Diese Elemente können in EXTRAN berechnet werden, indem für sie Ersatzrohre berechnet werden. Anzugeben sind Querschnittsfläche des Auslasses sowie ein Auslaßbeiwert.
------------------------------	--

Freiauslässe	Freiauslässe sind Systemauslässe, bei denen durch Angabe keines, eines konstanten (Vorfluterwasserstand) oder variablen Wasserstandes (Tideganglinie) eine untere Randbedingung erzeugt wird.
--------------	---

Auslässe mit Tidor	Bei Auslässen mit Tidor handelt es sich um Freiauslässe, bei denen der Abfluß zum Auslaß hin Null wird, falls der Wasserstand im Rohr den angegebenen konstanten oder variablen Wasserstand erreicht.
--------------------	---

Ferner besteht die Möglichkeit, Schächte als Speicherschächte zu definieren. Zur Berücksichtigung verschiedener Beckenformen können für maximal vier verschiedene Höhen Oberflächen angegeben werden, wodurch sich auch geneigte Wände darstellen lassen.

Wird ein Schacht nicht als Speicherschacht deklariert, so wird ihm in Abhängigkeit von in EXTPAR anzugebenden Parametern eine Oberfläche zugeordnet (siehe Kapitel 3.2).

Die folgenden Kapitel umfassen die Darstellung aller Programmteile von EXTRAN, die entweder zur Lösung des SAINT-VENANT'SCHEN Gleichungssystems beitragen oder Berechnungen von Zustandsgrößen beinhalten, die die Lösung beeinflussen.

3.1.1 Das Vorprogramm (VOR)

Wie bereits erwähnt, ist das Programm VOR ein eigenständiges Programm, welches vor der eigentlichen Berechnung des Abflußtransportes mit EXTRAN aufzurufen ist. Das Vorprogramm hat die Aufgabe, alle in den Eingabedateien enthaltenen Daten und Parameter einzulesen, zu überprüfen und einige Größen zu berechnen, die für die Simulation benötigt werden.

Für die sich anschließenden Untersuchungen ist es nicht erforderlich, alle Eingabedaten aufzulisten und detailliert zu beschreiben (siehe dafür FUCHS, VERWORN H.-R. (1990)). Statt dessen beinhaltet Anlage 1 A eine Auflistung aller Größen, die vom Vorprogramm an EXTRAN übergeben werden (Datei INDAT) sowie eine Kurzbeschreibung ihrer jeweiligen Bedeutung. Zudem sind in den Anlagen 1 B und 1 C noch die Verfahren für die im Vorprogramm ausgeführten Berechnungen von Ersatzrohren für Grund- und Seitenauslässe sowie die Berechnung der Vollfüllungsleistungen bei Normalabfluß für alle Haltungen erklärt.

Es soll jedoch bereits an dieser Stelle auf diejenigen Modellparameter hingewiesen werden, die für die Lösung des SAINT-VENANT'SCHEN Gleichungssystems, insbesondere bei Ein- und Überstau, von entscheidender Bedeutung sind:

DELT	Simulationszeitschritt [s]
MAXSUR	Maximale Anzahl der Iterationen bei der Ein- und Überstauberechnung [-]
TOLSUR	Zulässiger Fehler als Kriterium für den Abbruch der Ein- und Überstauiteration [-]
JSWTH	Parameter, der angibt, ob nach Überstau eine Wasserrückführung in das System erfolgen soll [-]
SURFAC(J)	Oberfläche des Schachtes J [m²]

Auf eine detailliertere Beschreibung des Einflusses der genannten Parameter auf den Lösungsalgorithmus wird hier aus dem Grund vorerst verzichtet, da zuvor eine Darstellung des Berechnungsablaufes erfolgen muß.

Das Vorprogramm überprüft zudem den Simulationszeitschritt mit Hilfe einer vereinfachten Courant-Bedingung (vgl. Kapitel 2.3):

$$\Delta t_{zul} = \frac{L}{\sqrt{g \cdot d}}$$

mit	L	Haltungslänge [m]
	d	Profilhöhe [m]

Die Berechnung von Δt_{zul} nach obenstehender Beziehung steht ebenfalls in unmittelbarem Zusammenhang mit dem verwendeten Lösungsalgorithmus. Dieser Kontext kann daher gleichermaßen erst nach der Darstellung des Berechnungsablaufes hergestellt werden.

3.1.2 EXTRAN - Programmstruktur

Abbildung 7 auf der folgenden Seite zeigt schematisch die Programmstruktur von EXTRAN, das sich aus insgesamt 15 miteinander verknüpften Programmen, einem Haupt- und 14 Unterprogrammen, zusammensetzt (es werden die jeweils weiter rechts dargestellten Unterprogramme von den weiter links dargestellten aufgerufen).

Ferner werden zusätzliche Unterprogramme aus einer Bibliothek benutzt, die jedoch auf den Berechnungsablauf keinen Einfluß besitzen.

Mittels der waagerechten Strich-Punkt-Linien wird in Abbildung 7 gleichzeitig die Gliederung des Programms veranschaulicht. Im Anschluß an die Initialisierung der Variablen wird die vom Vorprogramm erstellte Datei INDAT eingelesen. Sofern Trockenwetterzuflüsse vorhanden sind, wird daraufhin eine Trockenwettersimulation durchgeführt. Mit dem Aufruf des Unterprogramms TRANSX beginnt die eigentliche hydrodynamische Abflußtransportberechnung für einen vorgegebenen Oberflächenabfluß. Die letzten drei dargestellten Programme erstellen Ausgabedateien in einem vom Anwender durch Ausgabeparameter in EXTPAR festgelegten Umfang und Form.

Grob skizziert besitzen die einzelnen Programme folgende Aufgaben:

In **EXTRAN** werden ausschließlich Unterprogramme aufgerufen, so daß sich die in Abbildung 7 gezeigte Gliederung des gesamten Programms ergibt. Berechnungen werden nicht durchgeführt.

BDEXT dient als Ersatz für ein Blockdatenunterprogramm, indem allen Variablen und Feldelementen in benannten gemeinsamen Speicherbereichen Anfangswerte zugewiesen werden.

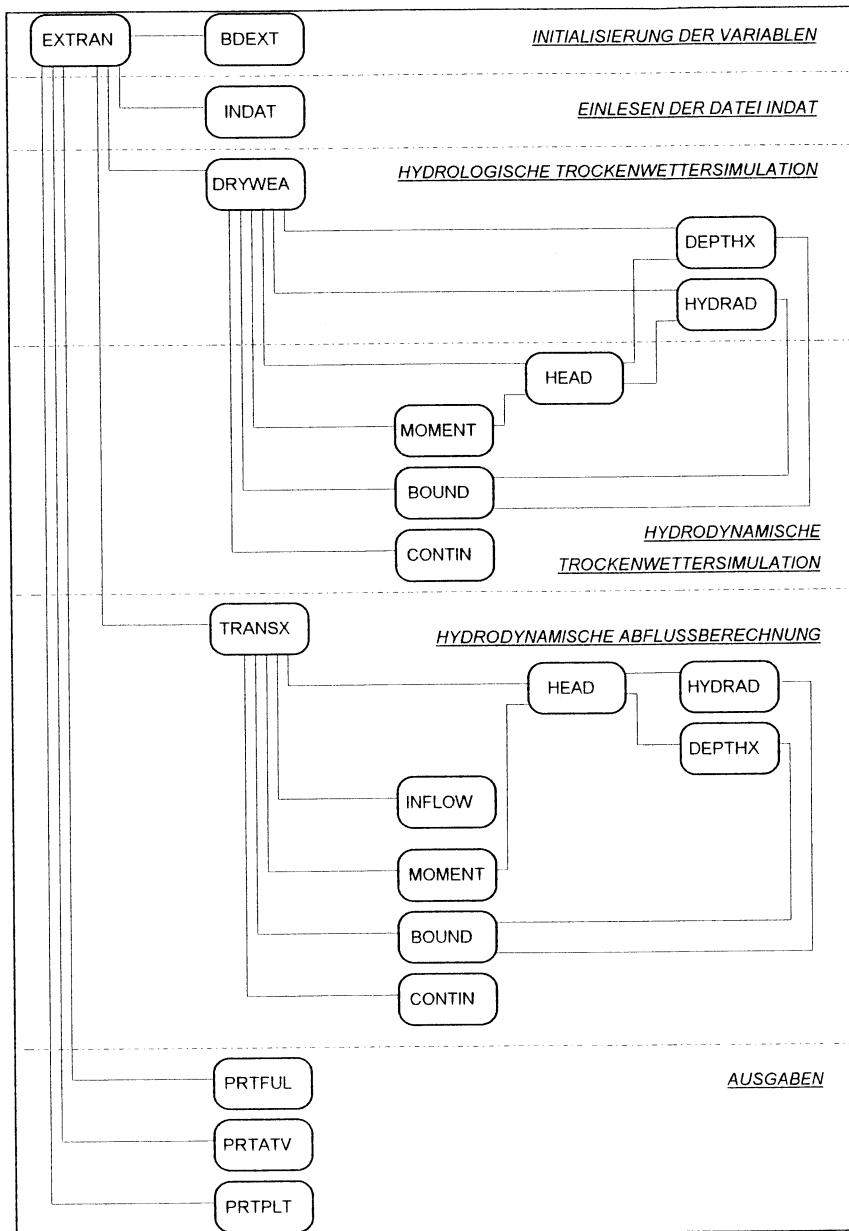
INDAT liest die vom Vorprogramm erstellte Datei INDAT

DRYWEA steuert die Trockenwettersimulation. Der hydrologische Anfangszustand wird unter Benutzung von DEPTHX und HYDRAD berechnet. Anschließend wird durch Aufruf der Unterprogramme MOMENT, BOUND und CONTIN die hydrodynamische Trockenwettersimulation durchgeführt. Nach Beendigung der Simulation kann der Endzustand (Q und v für alle Elemente, y für alle Schächte) in einer Datei abgespeichert werden.

TRANSX steuert den eigentlichen Berechnungsteil der hydrodynamischen Simulation durch Aufruf von INFLOW, MOMENT, BOUND und CONTIN. Zudem werden die laufende Ausgabedatei und die Teilnetzausgabedatei erstellt.

In **MOMENT** wird die Bewegungsgleichung für alle Haltungen sowie für die im Vorprogramm für Grund- und Seitenauslässe berechneten Ersatzrohre gelöst.

In **BOUND** werden Abflüsse für alle Sonderbauwerke berechnet. Für Speicherschächte wird in Abhängigkeit vom Wasserstand eine Oberfläche und damit ein gespeichertes Wasservolumen berechnet.



CONTIN beinhaltet Verfahren zur Berechnung von Wasserständen als Funktion von der einem Schacht zugeordneten Oberfläche und der Summe der Zu- und Abflüsse zum Schacht (Kontinuitätsbedingung).

INFLOW berechnet den für den aktuellen Zeitschritt maßgebenden Zufluß von der (den) Wellendatei (en).

HEAD berechnet mit Hilfe von HYDRAD aufgrund bekannter Schachtwasserstände und bekannter Abflüsse für alle Haltungen Geschwindigkeiten, durchströmte Querschnittsflächen und hydraulische Radien. Zudem werden allen Schächten unter Berücksichtigung der Schachtwasserstände und der Rohrsohlen der angeschlossenen Haltungen Oberflächen zugeordnet.

In **DEPTHX** werden für einen vorgegebenen Abfluß Normal- und Grenzwasserstand ermittelt.

HYDRAD berechnet bei vorgegebenen Wasserstand für ein Haltungsprofil den hydraulischen Radius, die durchströmte Querschnittsfläche sowie die Oberflächenbreite.

PRTFUL erledigt die Ausgabe der Rechenlaufgrößen, der Volumenkontrolle und der ausführlichen Ganglinien.

PRTATV steuert die Ausgabe der Ergebnisse entsprechend dem ATV-Regelwerk Arbeitsblatt A120.

PRTPLT steuert die Printer-Plot Ausgabe, d.h. stellt Abfluß- und Wasserstandsganglinien dar.

Es sei darauf hingewiesen, daß die Anlagen 2 A, B und C detaillierte Beschreibungen der Berechnungsabläufe innerhalb der Unterprogramme DEPTHX und HYDRAD und HEAD beinhalten. Abbildung 7 zeigt anschaulich, daß sie im hydrodynamischen Teil der Abflußberechnung Bedeutung haben, da die Berechnung von Größen erfolgt, die für die Programme MOMENT, BOUND, CONTIN und damit auch für TRANSX notwendig sind.

(Die Kenntnis des Inhalts der Anlage 2 ist für die folgende Thematik nicht erforderlich, doch vermag sie ebenso wie Anlage 1 eventuell denjenigen nutzen, die sich mit dem Modell EXTRAN über seine Anwendung hinaus beschäftigen.)

Der sich anschließende Abschnitt 3.1.3 befaßt sich in kurzer Form mit der Trockenwetter-simulation, bevor in Kapitel 3.2 die detaillierte Beschreibung des Programnteils der hydrody-namischen Abflußberechnung erfolgt.

Abbildung 7 : Darstellung der Programmstruktur von EXTRAN

3.1.3 Trockenwettersimulation

Sofern mit EXTRAN der Abflußtransport in einem im Mischverfahren entwässernden Kanalisationssystem berechnet werden soll, kann der Abflußberechnung aufgrund einer in das Kanalnetz eintretenden Oberflächenabflußwelle eine Trockenwettersimulation vorangehen. Zu diesem Zweck können in der Kanalnetzdatei für die einzelnen Haltungen konstante Zuflüsse angegeben oder Teileinzugsgebiete zugeordnet werden.

Da alle Zuflüsse konstant sind, wird durch die Trockenwettersimulation keine Ganglinie berechnet, sondern ein stationärer Abflußprozeß. Der Anwender besitzt durch Eingabeparameter in der Datei EXTPAR die Möglichkeit, zum einen eine maximale Anzahl von Iterationen zur Berechnung des stationären Zustandes vorzugeben, zum anderen eine Fehlergrenze, bei deren Unterschreitung vom einen Iterationsschritt zum nächsten die Iteration abbricht.

Der hydrologische Teil der Trockenwettersimulation dient lediglich der Bereitstellung eines Anfangszustandes für den sich anschließenden hydrodynamischen Teil. Dabei werden unter Berücksichtigung definierter Voraussetzungen (z.B. Normalabfluß in den Haltungen, Aufteilung des Abflusses an Verzweigungen entsprechend den Vollfüllungsleistungen der Haltungen, Pumpen können den gesamten Zufluß von oberhalb fördern) allen Elementen Abflüsse und den Schächten Wasserstände zugewiesen. Da dieser Zustand in der Regel "näher" an dem zu berechnenden stationären Zustand liegt als eine Anfangsbedingung, bei der alle Abflüsse und Wasserstände Null sind, wird der stationäre Zustand schneller, d.h. mit weniger Iterationsschritten erreicht.

Der hydrodynamische Teil der Trockenwetterberechnung unterscheidet sich nur unwesentlich von der hydrodynamischen Abflußberechnung aufgrund eines Niederschlagsereignisses. Neben der Möglichkeit der Vorgabe eines festen Zeitschritts für die Trockenwettersimulation besteht jedoch die Möglichkeit, die Iterationen mit einem variablen Zeitschritt durchführen zu lassen. Der maximal mögliche Zeitschritt wird dabei programmintern bestimmt, wobei eine Restriktion sowohl haltungs- als auch schachtbezogen besteht:

Maximal zulässiger Zeitschritt haltungsbezogen (einschließlich der für Grund- und Seitenauslässe berechneten Ersatzrohre):

$$t_{zul} = \frac{L}{\sqrt{g \cdot y}}$$

mit

- L Haltungslänge [m]
- y mittlerer Wasserstand in der Haltung [m]

Maximal zulässiger Zeitschritt schachtbezogen

$$t_{zul} = \frac{0.1 \cdot A_s \cdot (Y_i - Y_{i-1})}{\sum Q_s}$$

mit

- A_s die dem Schacht zugeordnete Fläche [m²]
- Y_i Wasserstand im Schacht S während des aktuellen Iterationsschritts [m]
- Y_{i-1} Wasserstand im Schacht S während des letzten Iterationsschritts [m]
- $\sum Q_s$ Summe aller Zu- und Abflüsse zum Schacht S [m³/s]

Die obere Beziehung zur Limitierung des Zeitschrittes entspricht wiederum dem Courant-Zeitschritt unter Vernachlässigung der Fließgeschwindigkeit. Die zweite Beziehung ist im Gegensatz zu der ersten mathematisch nicht ableitbar, sondern basiert auf der Erfahrung mit hydrodynamischen Kanalnetzmodellen, deren Lösungsalgorithmus dem in EXTRAN verwendeten gleicht bzw. ähnelt.

3.2 Lösungsalgorithmus

Die Darstellung des in EXTRAN implementierten Lösungsalgorithmus beschränkt sich auf den Ablauf der hydrodynamischen Abflußtransportberechnung in Kanalisationsabschnitten. Die Berechnungsweisen für Sonderbauwerke werden in diesem Zusammenhang nicht vorgestellt, da sie keinen Einfluß auf das verwendete Verfahren zur Lösung des SAINT-VENANT'SCHEN Gleichungssystems besitzen.

Das in Kapitel 2.1 beschriebene Gleichungssystem gilt für Freispiegelabfluß in einem Gerinne. Für die in 2.3 vorgestellten Lösungsverfahren wird die Gerinnestrecke der Länge L in n Abschnitte der Länge Δx unterteilt ($L = n \cdot \Delta x$), wobei an den Anfangs- und Endpunkten dieser Abschnitte die Unbekannten der neuen Zeitebene berechnet werden. An den Innenpunkten sind jeweils zwei, an den Randpunkten jeweils eine Unbekannte zu ermitteln.

In der Regel beinhaltet ein Kanalnetz nicht nur eine Gerinnestrecke (Haltung), sondern ein System verschiedener Strecken mit unterschiedlichen Profilen, Rauheiten und Sohlniegungen. Für jede dieser Haltungen muß die Berechnung des Abflußtransportes gesondert erfolgen, da das SAINT-VENANT'SCHE Gleichungssystem in der in 2.1 gezeigten Form nur anwendbar ist auf eine Gerinnestrecke, für die Abflußquerschnitt, Rauheit und Gefälle konstant sind. Da es sich bei der Lösung des Gleichungssystems um ein Anfangs-Randwertproblem handelt, muß damit für den gesamten Berechnungszeitraum an jedem Haltungsanfang und -ende jeweils eine Randbedingung vorhanden sein. Dieses wird in EXTRAN dadurch erreicht, daß Haltungen als die Gerinnestrecken zwischen zwei Schächten angesehen werden und für diese Schächte parallel zu der Abflußberechnung in den Haltungen eine Berechnung der Wasserstände erfolgt, so daß als Randbedingungen Wasserstandsganglinien an den Endpunkten der einzelnen Kanalisationsabschnitte vorhanden sind. Die Wasserstände in den Schächten werden wiederum bestimmt aus den ihnen zugeordneten Oberflächen und der Summe der Zu- und Abflüsse innerhalb eines Berechnungszeitschritts.

Der grundsätzliche Unterschied zwischen den in Kapitel 2.3 vorgestellten Lösungsmöglichkeiten und dem in EXTRAN implementierten Lösungsverfahren besteht darin, daß bei letzterem der Abflußvorgang in einem Kanalisationsabschnitt undifferenziert betrachtet wird. Es wird vorausgesetzt, daß zu einem bestimmten Zeitpunkt an jedem Ort einer Haltung der gleiche Abfluß herrscht. Es folgt daraus ein Berechnungsablauf, bei dem die Bewegungsgleichung für alle Haltungen und die Kontinuitätsgleichung für alle Schächte gelöst wird.

Die Lösung des Gleichungssystems erfolgt dabei nach einem expliziten Differenzenschema, dem modifizierten Euler-Verfahren. Bei dieser Methode werden die unbekannten Zustandsgrößen ähnlich dem LAX-WENDROFF-Differenzenschema über Hilfsgrößen zum halben Zeitschritt ermittelt.

Es ist sinnvoll, bei der Darstellung des Lösungsalgorithmus von Beginn an zwischen einer Berechnung mit und ohne Einstauiterationen zu unterscheiden, da die verwendeten Verfahren insbesondere bei der Berechnung der Schachtwasserstände grundlegend voneinander abweichen.

Als Einstau wird gewöhnlich eine Wasserspiegellage bezeichnet, die den Rohrscheitel erreicht oder überschreitet. Die Iterationen erfolgen bei Einstau eines oder mehrerer Schächte innerhalb des Systems jedoch nicht automatisch, sondern nur dann, wenn der Anwender den Eingabeparameter MAXSUR (siehe Anlage 1 A) auf einen Wert größer als Null setzt. Prinzipiell ist es also möglich, den Abflußtransport in einem überlasteten Kanalnetz nach zwei verschiedenen Methoden zu berechnen, die im folgenden differenziert vorgestellt werden.

3.2.1 Berechnungsablauf ohne Einstauiterationen

Die Struktur des Berechnungsablaufs bei der Lösung des SAINT-VENANT'SCHEN Gleichungssystems wird in Abbildung 8 auf der folgenden Seite gezeigt. Der Vollständigkeit halber ist die Einbettung der Sonderbauwerksberechnung in den gesamten Algorithmus zusätzlich dargestellt. Es wird deutlich, daß die Lösung der Bewegungs- und Kontinuitätsgleichungen für Haltungen und Schächte ohne implizite Kopplung erfolgt. Durch diesen Lösungsansatz kann die Berechnung sowohl der Abflüsse als auch der Wasserstände für jede Zeitstufe in beliebiger Reihenfolge durchgeführt werden.

3.2.1.1 Lösung der Bewegungsgleichung

Ausgangspunkt für die Lösung ist die in Kapitel 2.1 abgeleitete Form der Bewegungsgleichung:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} - 2 \cdot v \frac{\partial A}{\partial t} - v^2 \frac{\partial A}{\partial x} + g \cdot A \frac{\partial h}{\partial x} + g \cdot A \cdot I_R = 0$$

In EXTRAN werden für die partiellen Zeitableitungen folgende Differenzenquotienten benutzt:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = \frac{Q_{t+\Delta t} - Q_t}{\Delta t}$$

$$\frac{\partial A}{\partial t} = \frac{A_{t+\Delta t} - A_t}{\Delta t}$$

Da für eine Haltung der Länge L für jeden Zeitpunkt t, t+ Δt , t+2 $\cdot \Delta t$, ... ein gemittelter Abfluß Q berechnet wird, können für die Ableitungen in x-Richtung die Werte am Haltungsanfang (Querschnitt 1) bzw. -ende (Querschnitt 2) und für die endliche Wegdifferenz Δx die Haltungsgröße L geschrieben werden. Durch diese Annahme wird der Verlauf der Wasserspiegeloberfläche innerhalb einer Haltung unabhängig von ihrer Länge linearisiert.

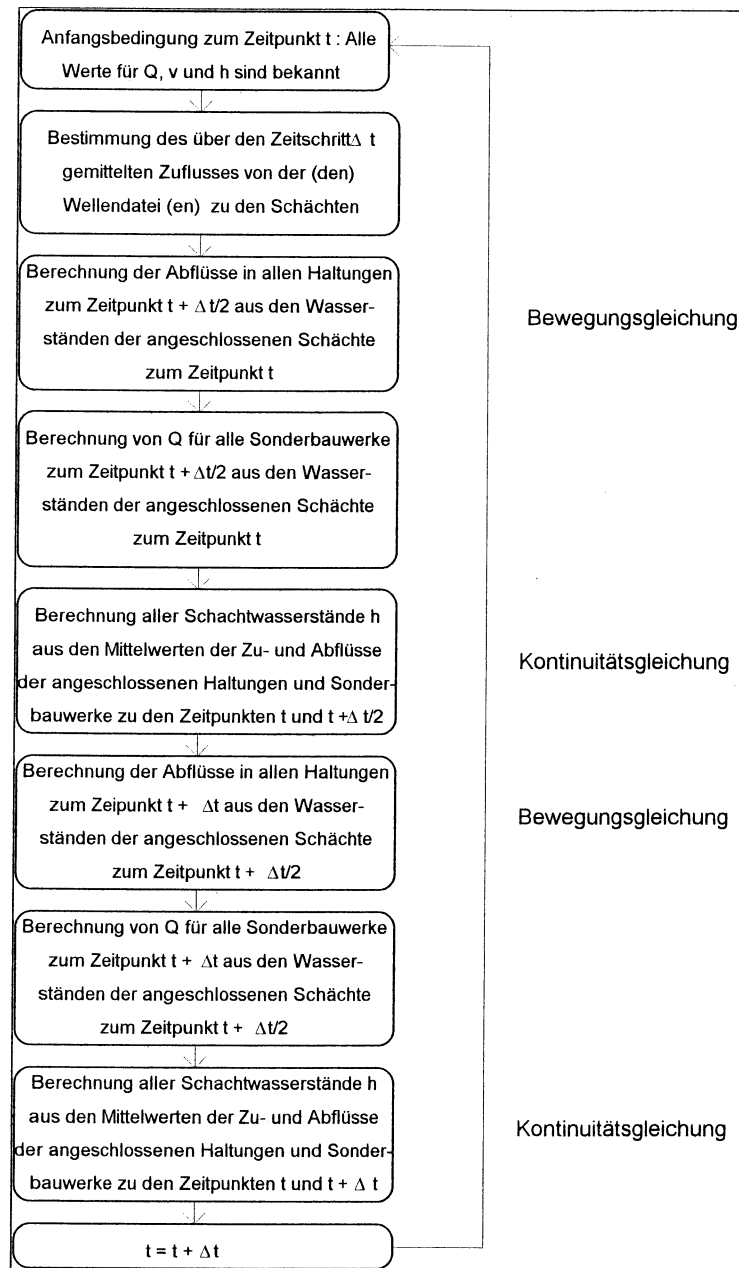


Abbildung 8: Berechnungsablauf bei der Ermittlung der Zustandsgrößen Q und h (ohne Einstauiteration)

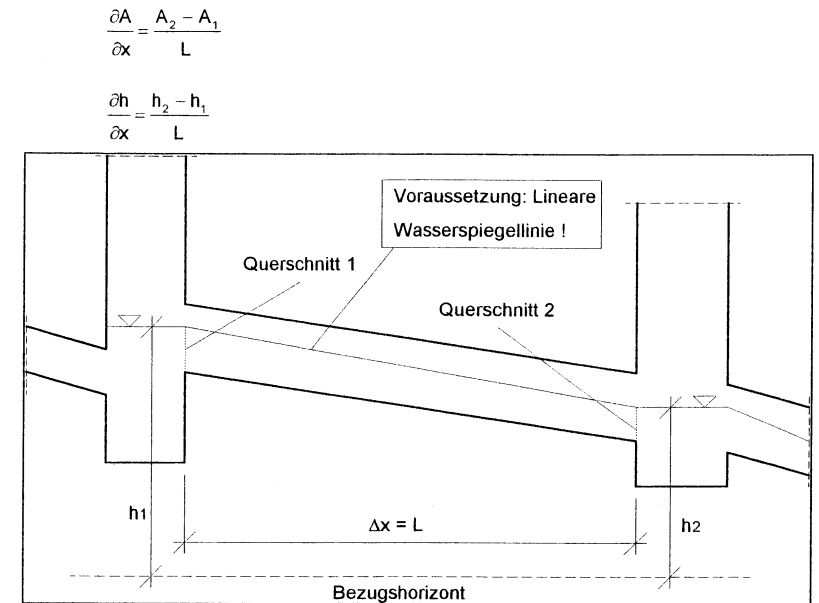


Abbildung 9: Skizze zur Darstellung der in der Bewegungsgleichung verwendeten Ableitungen in Wegrichtung

Die Wegableitungen werden wie bei allen expliziten Verfahren in der bekannten Zeitebene t gebildet. Ebenso stellen die Koeffizienten v und A gewichtete Mittelwerte der Fließgeschwindigkeiten und durchströmten Querschnittsflächen in den Querschnitten 1 und 2 sowie in Haltungsmitte zum Zeitpunkt t dar (die Berechnung der gewichteten Größen erfolgt im Unterprogramm HEAD; siehe Anlage 2 C).

Ferner werden die in Kapitel 2.2 abgeleiteten Beziehungen für das Reibungsgefälle I_R benutzt:

$$I_R = \frac{v^2}{k_{St}^2 \cdot r_{hy}^{4/3}} \quad \text{für den Ansatz nach MANNING-STRICKLER}$$

$$I_R = \lambda \cdot \frac{1}{d_{hy}} \cdot \frac{v^2}{2 \cdot g} \quad \text{für den Ansatz nach COLEBROOK-WHITE}$$

Der Ansatz von COLEBROOK-WHITE kann unter Verwendung von $Q = v \cdot A$ umgeformt werden zu

$$I_R = \lambda \cdot \frac{1}{d_{hy}} \cdot \frac{|V| \cdot Q}{2 \cdot g \cdot A}$$

Durch den absoluten Wert der Fließgeschwindigkeit wird sichergestellt, daß die Reibung stets dem Abfluß entgegenwirkt. In EXTRAN wird in obenstehende Beziehung v zum Zeitpunkt t und Q zum Zeitpunkt $t+\Delta t$ eingesetzt, so daß sich unter Verwendung aller beschriebenen Näherungen folgende Differenzengleichung ergibt:

$$\frac{Q_{t+\Delta t} - Q_t}{\Delta t} - 2 \cdot v \cdot \frac{A_{t+\Delta t} - A_t}{\Delta t} - v^2 \cdot \frac{A_2 - A_1}{L} + g \cdot A \cdot \frac{h_2 - h_1}{L} + \frac{\lambda}{2 \cdot D_{hy}} \cdot |V| \cdot Q_{t+\Delta t} = 0$$

Durch Umstellung nach der gesuchten Größe $Q_{t+\Delta t}$ entsteht die in EXTRAN implementierte Bewegungsgleichung für den Rauheitsansatz nach COLEBROOK-WHITE:

$$Q_{t+\Delta t} = \frac{1}{1 + \frac{\Delta t \cdot |V| \cdot \lambda}{2 \cdot D_{hy}}} \cdot \left(Q_t + 2 \cdot v \cdot (A_{t+\Delta t} - A_t) + v^2 \cdot \Delta t \cdot \frac{A_2 - A_1}{L} - g \cdot A \cdot \Delta t \cdot \frac{h_2 - h_1}{L} \right)$$

Für den Rauheitsansatz nach MANNING-STRICKLER ergibt sich nach entsprechender Berücksichtigung von I_R :

$$Q_{t+\Delta t} = \frac{1}{1 + \frac{\Delta t \cdot g \cdot |V|}{r_{hy}^{4/3} \cdot k_{St}^2}} \cdot \left(Q_t + 2 \cdot v \cdot (A_{t+\Delta t} - A_t) + v^2 \cdot \Delta t \cdot \frac{A_2 - A_1}{L} - g \cdot A \cdot \Delta t \cdot \frac{h_2 - h_1}{L} \right)$$

Es sei nochmals darauf hingewiesen, daß die dargestellten Differenzenformen der Bewegungsgleichung unter der Annahme abgeleitet wurden, daß der vom Quadrat der Fließgeschwindigkeit abhängige Rauigkeitsterm durch Zustandsgrößen der bekannten und unbekannten Zeitebene ausgedrückt wird. Der Rauheitsbeiwert λ wird für jeden Zeitschritt mit Hilfe der in Kapitel 2.2 beschriebenen Iteration berechnet.

Mit einer Ausnahme sind alle Zustandsgrößen zur Ermittlung des Abflusses zum Zeitpunkt $t+\Delta t$ bekannt. Die Ableitung der mittleren durchströmten Querschnittsfläche nach der Zeit kann jedoch aufgrund der Entkoppelung der Bewegungs- und Kontinuitätsgleichung nur angenähert werden, da die Lösung der Kontinuitätsgleichung für den gleichen Zeitschritt jeweils nach der Berechnung der Durchflüsse für alle Haltungen erfolgt (siehe Abbildung 8).

Das Euler-Verfahren liefert durch die Berechnung von Hilfsgrößen für den Zeitpunkt $t+\Delta t/2$ eine gute Möglichkeit, die zeitliche Veränderung $\partial A / \partial t$ sinnvoll anzunähern, auch wenn eine exakte Ermittlung ohne implizite Verknüpfung von Bewegungs- und Kontinuitätsgleichung unmöglich ist.

Für die Berechnung der Abflüsse zum Halbschritt $t+\Delta t/2$ wird die zeitliche Änderung der Größe A zwischen dem Halbschritt des letzten Berechnungszeitschritts $t-\Delta t/2$ und der Zeitebene t benutzt, so daß sich folgende Differenzengleichung für die Ermittlung von $Q_{t+\Delta t/2}$ ergibt:

$$Q_{t+\Delta t/2} = \frac{1}{1 + \frac{\Delta t \cdot |V| \cdot \lambda}{4 \cdot D_{hy}}} \cdot \left(Q_t + 2 \cdot v \cdot (A_t - A_{t-\Delta t/2}) + v^2 \cdot \frac{\Delta t}{2} \cdot \frac{A_2 - A_1}{L} - g \cdot A \cdot \frac{\Delta t}{2} \cdot \frac{h_2 - h_1}{L} \right)$$

Nach der zwischenzeitlichen Berechnung der Schachtwasserstände für den Zeitpunkt $t+\Delta t/2$ wird für die Berechnung der $Q_{t+\Delta t}$ folgende Differenzengleichung verwendet:

$$Q_{t+\Delta t} = \frac{1}{1 + \frac{\Delta t \cdot |V| \cdot \lambda}{2 \cdot D_{hy}}} \cdot \left(Q_t + 4 \cdot v \cdot (A_{t+\Delta t/2} - A_t) + v^2 \cdot \Delta t \cdot \frac{A_2 - A_1}{L} - g \cdot A \cdot \Delta t \cdot \frac{h_2 - h_1}{L} \right)$$

In dieser Gleichung sind die Koeffizienten $A = A(t+\Delta t/2)$ und $v = v(t+\Delta t/2)$. Ebenso sind die Ableitungen in Wegrichtung zum Zeitpunkt $t+\Delta t/2$ gebildet worden. Zu beachten ist, daß die zeitliche Änderung der Größe A gegenüber der Lösung der Bewegungsgleichung zum Halbschritt mit dem Faktor zwei multipliziert wird. Die Notwendigkeit dieser Maßnahme verdeutlicht die folgende Abbildung, die veranschaulicht, zwischen welchen Zeitpunkten die partiellen Zeitableitungen approximiert werden.

Halbschritt			Ganzschritt		
$t+\Delta t$	_____		$t+\Delta t$	_____	_____
$t+\Delta t/2$	_____	_____	$t+\Delta t/2$	_____	$\partial Q / \partial t$ _____
t	_____	_____	t	_____	$\partial A / \partial t$ _____
$t-\Delta t/2$	_____	_____	$t-\Delta t/2$	_____	

Abbildung 10: Approximation der partiellen Zeitableitungen in der Bewegungsgleichung zum Halbschritt $t+\Delta t/2$ und zum Ganzschritt $t+\Delta t$

Es wird deutlich, daß die zeitliche Änderung $\partial Q/\partial t$ bei der Lösung für den Ganzschritt gegenüber der Veränderung von A über das gesamte Intervall Δt betrachtet wird, was in der Bewegungsgleichung durch den Faktor 2 vor der Approximation für $\partial A/\partial t$ berücksichtigt wird.

Der Bestimmung des Abflusses nach den oben beschriebenen Verfahren schließt sich eine Überprüfung von Sonderfällen an. Zum einen wird kontrolliert, ob innerhalb des Zeitschritts Δt eine Umkehr der Fließrichtung stattgefunden hat. Zum anderen wird der nach SAINT-VENANT berechnete Abfluß für bestimmte Randbedingungen reduziert. Im einzelnen sind diese Sonderfälle in Anlage 3 beschrieben.

Im folgenden werden die Auswirkungen auf die Lösung der Bewegungsgleichung bei Einstau der angrenzenden Schächte gezeigt.

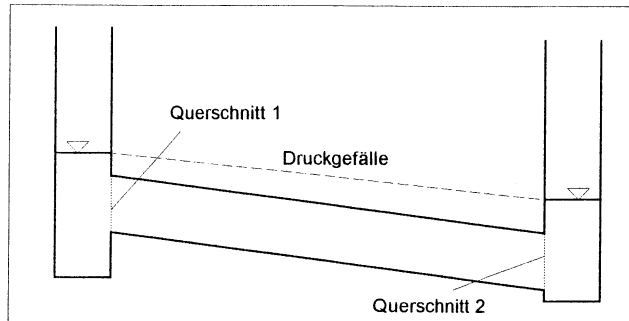


Abbildung 11: Einstau der an eine Haltung angrenzenden Schächte

Da das Profil über die gesamte Länge einer Haltung konstant ist, ist bei der Berechnung des Abflusses für eine in Abbildung 11 gezeigte Situation die durchströmte Querschnittsfläche A unveränderlich. Damit sind die partiellen Ableitungen $\partial A/\partial t$ und $\partial A/\partial x$ Null, so daß sich die Bewegungsgleichung vereinfacht zu:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + g \cdot A \cdot \frac{\partial h}{\partial x} + g \cdot A \cdot I_R = 0$$

Die innerhalb von EXTRAN benutzte Differenzenform für den Rauigkeitsansatz nach COLEBROOK-WHITE lautet damit:

$$Q_{t+\Delta t} = \frac{1}{1 + \frac{\Delta t \cdot |V| \cdot \lambda}{2 \cdot D_{hy}}} \cdot \left(Q_t - g \cdot A \cdot \Delta t \cdot \frac{h_2 - h_1}{L} \right)$$

Diese Gleichung wird zur Bestimmung der Abflüsse in vollgefüllten Kanalisationsabschnitten gelöst. Sie ist streng genommen ungültig, da sie aus der Bewegungsgleichung des für Freispiegelabfluß geltenden SAINT-VENANT'SCHEN Gleichungssystems abgeleitet wurde, bei Einstau der angrenzenden Schächte jedoch keine freie Wasserspiegeloberfläche vorhanden ist. Mathematisch exakt müßte dieser Abflußvorgang als instationäre Rohrströmung berechnet werden, für die die Möglichkeit von Druckstößen, die Kompressibilität des strömenden Mediums und der Rohrwandung berücksichtigt wird. Ein Kanalnetzmodell, das diese Kompressibilitäten in die Berechnung mit einbezieht, ist das Modell MOUSE des "Danish Hydraulic Institut" [DHI; 1989].

Ein Kanalisationsabschnitt wird sich jedoch in der Realität in aller Regel nicht wie eine Druckrohrleitung verhalten (z.B. durch das Vorhandensein von Hausanschlüssen), so daß die Verwendung der vereinfachten, aus dem SAINT-VENANT'SCHEN Gleichungssystem abgeleiteten Bewegungsgleichung eine durchaus sinnvolle Beschreibung des Abflußtransportes unter Einstaubedingungen darstellt.

3.2.1.2 Lösung der Kontinuitätsgleichung

Die Kontinuitätsgleichung in der in Kapitel 2.1.1 abgeleiteten Form lautet:

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + B \frac{\partial h}{\partial t} = 0$$

Durch Überführung der Differentiale in endliche Differenzen folgt:

$$\frac{1}{B} \cdot \frac{\Delta Q}{\Delta x} = \frac{\Delta h}{\Delta t}$$

In EXTRAN wird das Produkt $B \cdot \Delta x$ als eine einem Schacht zugeordnete Fläche A_s gedeutet, so daß sich die zeitliche Änderung des Wasserstandes Δh in einem Schacht mit der Grundfläche A_s aus der Differenz zwischen ein- und austretendem Volumen $\Delta Q \cdot \Delta t$ ergibt:

$$\Delta h = \frac{\Delta Q}{A_s} \cdot \Delta t$$

Bei verzweigten Netzen sind an einem Schacht in der Regel mehr als eine zuführende und eine abführende Haltung (und Sonderbauwerke) angeschlossen, so daß ΔQ die Summe aus den Zu- und Abflüssen aller angeschlossenen Elemente sowie dem Zufluß von der Oberfläche darstellt.

Werden Zuflüsse positiv und Abflüsse negativ definiert, so ist $\Delta Q = \Sigma Q$. Mit $\Delta h = h_{t+\Delta t} - h_t$ ergibt sich die in EXTRAN verwendete Differenzenform der Kontinuitätsgleichung für die Berechnung ohne Einstauiteration zu:

$$h_{t+\Delta t} = h_t + \Delta t \cdot \frac{\Sigma Q}{A_s}$$

mit	$h_{t+\Delta t}$	Wasserstand im Schacht zum Zeitpunkt $t+\Delta t$ [mNN]
	h_t	Wasserstand im Schacht zum Zeitpunkt t [mNN]
	Δt	Simulationszeitschritt [s]
	ΣQ	Summe aller Zu- und Abflüsse zum Schacht [m³/s]
	A_s	die dem Schacht zugeordnete Fläche [m²]

Die prinzipielle Vorgehensweise bei der Zuordnung der Flächen A_s soll im folgenden erläutert werden.

Bei der Berechnung des Abflußtransportes ohne Einstauiteration besitzt jeder Schacht grundsätzlich eine minimale Oberfläche. Diese kann der Anwender durch die Variable SURFJC in der Eingabedatei EXTPAR pauschal für alle Schächte angeben. Wird diese Variable auf Null gesetzt, so werden im Vorprogramm Oberflächen berechnet. Dabei werden jedem Schacht fünf Prozent der maximal möglichen Wasserspiegelfläche aller angeschlossenen Haltungen zugewiesen (5% des Produktes aus Haltungslänge und maximaler Oberflächenbreite).

Zusätzlich zu dieser Mindestoberfläche erfolgt während der Simulation abhängig vom aktuellen Fließzustand eine Verteilung der Wasserspiegeloberfläche innerhalb einer Haltung auf die die Haltung begrenzenden Schächte. Durch diese Vorgehensweise wird berücksichtigt, daß sich durch den Zufluß zu einem Schacht nicht nur der Wasserstand innerhalb dieses Schachtes ändert, sondern gleichzeitig in einem bestimmten, durch den Schachtwasserstand beeinflussten Bereich. Im Regelfall erfolgt die Aufteilung, indem die mittlere Wasserspiegeloberfläche zwischen einem Haltungsende und der Haltungsmitte dem an das jeweilige Haltungsende angeschlossenen Schacht zugeordnet wird. Es werden programmintern jedoch zahlreiche Sonderfälle (Aufsprünge, Abstürze etc.) berücksichtigt, bei denen die Zuordnung mit einer bestimmten Wichtung, nur auf einen Schacht oder keine Zuordnung erfolgt. Diese Sonderfälle sind in der Beschreibung des Unterprogrammes HEAD in Anlage 2 C enthalten.

A_s ist unter Vernachlässigung der Mindestfläche damit die Summe der einem Schacht zugeordneten Anteile α der Wasserspiegeloberflächen $B \cdot \Delta x$ innerhalb aller angeschlossenen Haltungen:

$$A_s = \sum_{i=1}^n (B_i \cdot \alpha \cdot \Delta x_i)$$

mit	n	Anzahl der am Schacht angeschlossenen Haltungen
	Δx	Haltungslänge [m]
	α	Faktor ($0 \leq \alpha \leq 1$), abhängig vom aktuellen Fließzustand
	B	mittlere Oberflächenbreite innerhalb des Bereichs $\alpha \cdot \Delta x$ [m]

Die Zuordnung der Oberflächen zur Berechnung der unbekannten Wasserstände erfolgt jeweils in der bekannten Zeitebene, so daß sich eine ähnliche Problematik ergibt wie bei der Lösung der in die Differenzenform überführten Bewegungsgleichung, bei der die Zeitableitung der durchströmten Querschnittsfläche nur angenähert werden konnte (siehe Kapitel 3.2.1.1). Unter der Voraussetzung, daß sich die Oberflächenbreiten B in den angeschlossenen Haltungen bei einer berechneten Wasserstandsänderung Δh nur geringfügig ändern, ist die Lösung weitgehend exakt. Mit zunehmendem Unterschied der Oberflächenbreiten $B(h_{t+\Delta t})$ und $B(h_t)$ voneinander wächst jedoch der Fehler, da die zeitliche Zu- oder Abnahme der Wasserspiegelfläche nicht berücksichtigt wird. Abbildung 12 zeigt dieses beispielhaft für ein Trapezprofil, wobei die Wasserspiegeländerung aus Anschaulichkeitsgründen unverhältnismäßig groß dargestellt ist.

Für dieses Beispiel würde ein höherer Wasserstand $h(t+\Delta t)$ als der sich tatsächlich einstellende berechnet, da das schraffiert dargestellte Volumen durch die Benutzung von $B(t)$ nicht berücksichtigt wird. Entsprechend werden zu niedrige Wasserstände ermittelt, falls die Oberflächenbreite mit zunehmendem Wasserstand abnimmt.

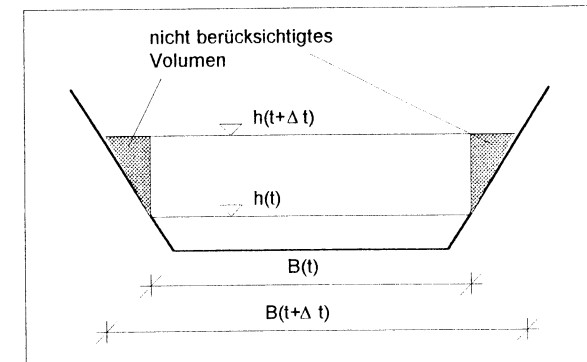


Abbildung 12: Fehler durch den Ansatz einer konstanten Wasserspiegelbreite $B(t)$ bei der Lösung der Kontinuitätsgleichung (Prinzipiskizze)

Die Lösung nach dem modifizierten Euler-Verfahren trägt dazu bei, diese Ungenauigkeiten zu reduzieren. Abbildung 8 zeigt, daß die Berechnung der Schachtwasserstände bei dem in EXTRAN

implementierten Lösungsalgorithmus sowohl zum Halbschritt $t+\Delta t/2$ als auch zum Ganzschritt $t+\Delta t$ jeweils nach der Berechnung der Abflüsse für den gleichen Zeitschritt erfolgt. Der Term ΣQ wird daher aus der Addition der Zu- und Abflüsse, gemittelt zwischen t und $t+\Delta t/2$ bzw. t und $t+\Delta t$, bestimmt. Die Oberflächen A_s werden für die Berechnung der Wasserstände $h(t+\Delta t/2)$ zum Zeitpunkt t , für die Wasserstände $h(t+\Delta t)$ zum Zeitpunkt $t+\Delta t/2$ ermittelt.

Lösung zum Halbschritt:

$$h_{t+\Delta t/2} = h_t + \frac{\Delta t}{2} \cdot \frac{\Sigma Q_{t+\Delta t/2}}{[A_s]_t}$$

Lösung zum Ganzschritt:

$$h_{t+\Delta t} = h_t + \Delta t \cdot \frac{\Sigma Q_{t+\Delta t}}{[A_s]_{t+\Delta t/2}}$$

Es wird deutlich, daß durch die Berechnung von Hilfsgrößen zum Halbschritt die Lösung zum Zeitpunkt $t+\Delta t$ verbessert wird, da $[A_s]_{t+\Delta t/2}$ eine Näherung für die mittlere Fläche zwischen den Zeitpunkten t und $t+\Delta t$ darstellt. Prinzipiell bleibt die geschilderte Problematik natürlich erhalten, da eine starke Änderung der Oberflächenbreite auch zwischen Halb- und Ganzschritt möglich ist.

Das beschriebene Verfahren zur Lösung der Kontinuitätsgleichung für den Berechnungsablauf ohne Einstauiteration zeigt die Notwendigkeit, jedem Schacht eine sogenannte Mindestfläche A_{Smin} zuzuordnen, da bei Einstau eines Schachtes in den angrenzenden Haltungen keine freie Wasserspiegeloberfläche vorhanden ist. Eine Lösung der Kontinuitätsgleichung in der oben gezeigten Form wäre nicht möglich. A_{Smin} ist folglich keine Variable, die entsprechend Haltungsgröße, -querschnitt etc. auf vorhandenen Kanalnetzdaten basiert, sondern ein Parameter, der bei der Berechnung ohne Einstauiteration für die Lösung der Kontinuitätsgleichung erforderlich ist und dessen Größe die Lösung gleichzeitig beeinflusst.

Eine mögliche Ursache für einen auftretenden Volumenfehler liegt in der programminternen Vorgehensweise bei trockenfallendem Schacht. Nach den vorgestellten Formeln ist es möglich, daß ein Wasserstand berechnet wird, der theoretisch unterhalb der Schachtsohle liegt. In einem solchen Fall wird der Schachtwasserstand zu Null gesetzt. Das bedeutet jedoch gleichzeitig, daß ein bestimmtes Wasservolumen 'erzeugt' wird. Dieser programmtechnische Eingriff bleibt in der Berechnung der Volumenbilanz am Ende der Simulation unberücksichtigt.

Eine abschließende Betrachtung innerhalb dieses Kapitels gilt der Überstauberechnung, welche sowohl für den Berechnungsablauf mit als auch ohne Einstauiterationen in der gleichen Weise durchgeführt wird. Als Überstau wird eine Wasserspiegellage bezeichnet, die die Straßen- oder Geländeoberkante erreicht (Abbildung 13).

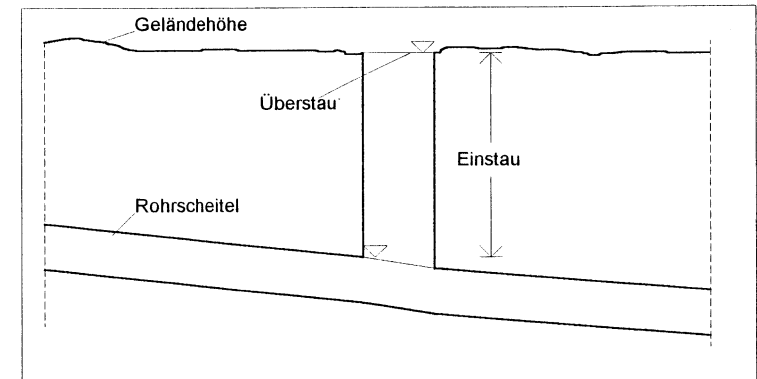


Abbildung 13: Definition der Wasserspiegellagen bei Ein- und Überstau

Programintern wird ein Schachtwasserstand auf Geländehöhe reduziert, sofern er nach der Lösung der Kontinuitätsgleichung rechnerisch über Geländehöhe liegt. Das überstaute Wasservolumen wird für jeden überstaute Schacht nach der Berechnung aller Zustandsgrößen für den Zeitpunkt $t+\Delta t$ ermittelt:

$$V_u = \Sigma (Q_{t+\Delta t}) \cdot \Delta t$$

mit	V_u	Überstauvolumen [m³]
	$\Sigma Q_{t+\Delta t}$	Summe der Zuflüsse (positiv) und Abflüsse (negativ) zum Zeitpunkt $t+\Delta t$ [m³/s]
	Δt	Simulationszeitschritt

Diese Berechnungsweise des Überstauvolumens beinhaltet insofern eine Ungenauigkeit, als eine eventuell noch vorhandene Speicherkapazität innerhalb eines Schachtes zum Zeitpunkt t vernachlässigt wird. Sobald der Wasserstand zum Zeitpunkt $t+\Delta t$ rechnerisch über der Geländehöhe liegt, wird die Differenz zwischen dem Zufluß zu und dem Abfluß aus einem Schacht innerhalb eines Zeitschritts Δt grundsätzlich als Überstauvolumen betrachtet.

Der Anwender hat durch die Variable JSWTH in der Eingabedatei EXTPAR die Möglichkeit anzugeben, ob eventuell berechnete Überstauvolumina bei der weiteren Berechnung des Abflußtransportes berücksichtigt werden sollen, d.h. in das Kanalnetz zurückgeführt werden sollen. Für JSWTH = 1 erfolgt eine Wasserrückführung, sofern die Wasserstände in den vorher überstaute Schächten unter den höchsten Rohrscheitel aller angrenzenden Haltungen sinken, folglich auch nicht mehr eingestaut sind (JSWTH = 0: Keine Wasserrückführung).

Der physikalische Hintergrund der in EXTRAN durchgeführten Berechnungen bei der Wasserrückführung eines Überstauvolumens ist zum Teil nicht erkennbar. Die verwendeten Gleichungen sollen jedoch kurz vorgestellt werden:

Sofern ein Überstauvolumen existiert und der Wasserstand im Schacht unter die Einstaugrenze gesunken ist, werden vor der Lösung der Bewegungs- und Kontinuitätsgleichung für den nächsten Simulationszeitschritt die Größen Q_{u1} und Q_{u2} berechnet:

$$Q_{u1} = \frac{V_u}{\Delta t}$$

Q_{u1} ist der über den Simulationszeitschritt gemittelte Rückfluß des Überstauvolumens.

$$Q_{u2} = Q_{in(max)} \cdot \left(1 - \frac{y}{z_{crown}}\right)$$

mit $Q_{in(max)}$ größter bisher aufgetretener Oberflächenabfluß innerhalb eines Simulationszeitschrittes Δt zu einem beliebigen Schacht des Kanalnetzes [m³/s]

y Wasserstand im Schacht [m]

z_{crown} Differenz zwischen höchstem Rohrscheitel aller am Schacht angeschlossenen Haltungen und der Schachtsohle [m]

Q_{u2} wird dann maßgebend, wenn $Q_{u2} < Q_{u1}$ ist. Eine Begrenzung des Zuflusses aus einem zuvor berechneten Überstauvolumen entsprechend dem Verhältnis von y zu z_{crown} ist sicherlich dann zweckmäßig, wenn es sich um ein sehr großes Überstauvolumen handelt, das nach Berechnung der Wasserstände zum Zeitpunkt $t+\Delta t$ mit großer Wahrscheinlichkeit wieder zu Überstau führen würde. Es ist jedoch nicht nachvollziehbar, aus welchem Grund der bisher größte Zufluß $Q_{in(max)}$ von der Wellendatei innerhalb eines Simulationszeitschrittes die Wasserrückführung begrenzt, zumal $Q_{in(max)}$ der Maximalwert für das gesamte System ist und nicht schachtbezogen berechnet wird.

Ein Volumenfehler tritt durch diesen Berechnungsablauf nicht auf, da zu keinem Zeitpunkt ein größerer Zufluß berechnet werden kann als $V_u / \Delta t$.

3.2.1.3 Einfluß der Parameter 'Simulationszeitschritt' und 'Schachtoberfläche'

Nach der Vorstellung des in EXTRAN implementierten Lösungsalgorithmus bei der Abflußtransportberechnung ohne Einstauiteration soll in diesem Kapitel der Einfluß der Modellparameter

- Simulationszeitschritt Δt [s] (Eingabeparameter in EXTPAR: DELT)
- minimale "Schachtoberfläche" A_{smin} [m²] (Eingabeparameter in EXTPAR: SURFJC)

auf die Berechnungsergebnisse beispielhaft dokumentiert werden.

Es muß vorausschickend gesagt werden, daß keine Kalibrierung dieser Parameter für bestimmte Systeme und Belastungen vorgenommen wird, sondern gezeigt werden soll, daß das Modell EXTRAN für bestimmte Werte der oben aufgelisteten Parameter oder Kombinationen von diesen offensichtlich falsche bzw. unsinnige Ergebnisse liefert. Indizien dafür sind erhebliche Volumenfehler oder extreme Schwankungen von Wasserstands- und Abflußganglinien. Die Gründe für diese Probleme können natürlich in einer fehlerhaften Beschreibung des Systems liegen, sind jedoch oft Resultate numerischer Instabilitäten.

Die Ursache für das Auftreten von Instabilitäten bei der Berechnung des Abflußtransportes innerhalb eines Systems kann verschiedenen Ursprungs sein. In der Regel sind sie darauf zurückzuführen, daß die Voraussetzungen für die Anwendbarkeit des SAINT-VENANT'SCHEN Gleichungssystems (z.B. geringes Sohlgefälle, hydrostatische Druckverteilung, etc. ; siehe auch 2.1) bzw. für die Anwendung des Lösungsverfahrens (z.B. Einhaltung der Courant-Bedingung ; siehe auch 2.3) nicht erfüllt sind.

In diesem Zusammenhang wird im folgenden das Auftreten numerischer Instabilitäten bei der Einstauberechnung ohne Iterationen untersucht und anhand von Beispielen dokumentiert. Die Darstellung der in EXTRAN verwendeten Gleichungen zur Berechnung der Abflüsse in den Haltungen und der Wasserstände in den Schächten beinhalten die Kapitel 3.2.1.1 und 3.2.1.2, wobei die Gleichungen sowohl für Freispiegelabfluß als auch für Druckabfluß vorgestellt wurden.

In Kapitel 3.1.1 wurde bereits darauf hingewiesen, daß das Vorprogramm den maximal zulässigen Simulationszeitschritt Δt_{zul} mit Hilfe einer vereinfachten Courant-Bedingung überprüft:

$$\Delta t_{zul} = \frac{L}{\sqrt{g \cdot d}}$$

mit L Haltungslänge [m]
 d Profilhöhe [m]

Durch diese Überprüfung des Vorprogramms, für die die Haltung mit dem kleinsten Verhältnis von L zu $\sqrt{d}$ maßgebend ist, wird jedoch nicht gewährleistet, daß der in 2.3.2.1 theoretisch abgeleitete Courant-Zeitschritt

$$\Delta t_{\text{Courant}} = \frac{L}{|v| + \sqrt{\frac{g \cdot A}{B}}}$$

mit	L	Haltungslänge [m]
	v	Fließgeschwindigkeit [m/s]
	A	durchströmte Querschnittsfläche [m ²]
	B	Wasserspiegelbreite [m]

während des gesamten Simulationszeitraums eingehalten wird. Fließgeschwindigkeit, Querschnittsfläche sowie Wasserspiegelbreite sind dynamische Größen, so daß der zulässige Zeitschritt nicht alleine durch die Geometrie einer einzelnen Haltung, sondern vielmehr für jeden Zeitpunkt aufgrund des aktuellen Fließzustandes bestimmt wird.

Überträgt man die Courant-Bedingung auf die Berechnung des Abflußtransportes in Haltungen, deren angrenzende Schächte eingestaut sind, so ergibt sich die Schwierigkeit, daß wegen $B = 0$ theoretisch mit einem unendlich kleinen Zeitschritt Δt gerechnet werden müßte. Diese Problematik knüpft an die in Kapitel 3.2.1.1 geschilderte Problematik an, daß das SAINT-VENANT'SCHE Gleichungssystem ausschließlich Gültigkeit besitzt für Freispiegelabfluß und eine eingestaute Haltung unter Berücksichtigung der Möglichkeit von Druckstößen und der Kompressibilität des strömendem Mediums sowie der Wandung mathematisch wie eine Rohrströmung berechnet werden müßte.

Die Erfahrung zeigt, daß das Modell EXTRAN auf der Basis der für Einstaubedingungen vereinfachten Bewegungsgleichung

$$Q_{t+\Delta t} = \frac{1}{1 + \frac{\Delta t \cdot |v| \cdot \lambda}{2 \cdot D_{hy}}} \cdot \left(Q_t - g \cdot A \cdot \Delta t \cdot \frac{h_2 - h_1}{L} \right)$$

in Kombination mit der Kontinuitätsgleichung

$$h_{t+\Delta t} = h_t + \Delta t \cdot \frac{\Sigma Q}{A_{Smin}}$$

für geeignete Kombinationen von Δt und A_{Smin} in der Lage ist, sinnvolle Ergebnisse für den Abflußtransport in vollgefüllten Haltungen zu liefern. Der Zeitschritt Δt und die minimale Schachtoberfläche A_{Smin} sind dabei die vom Anwender vor Beginn der Simulation anzugebenden

Modellparameter. Alle anderen in den beiden Gleichungen enthaltenen Größen sind abhängig von den Haltungsdaten bzw. vom aktuellen Fließzustand.

Anhand der Kontinuitätsgleichung läßt sich der Einfluß der Modellparameter Δt und A_{Smin} qualitativ sehr anschaulich zeigen. Bei vorgegebenem Zeitschritt und gleicher Belastung ($\Sigma Q = \text{const.}$) wird die Wasserstandsänderung mit abnehmender Schachtoberfläche größer. Entsprechend erfolgt bei einer vorgegebenen Schachtoberfläche A_{Smin} innerhalb eines Zeitschrittes Δt die Berechnung einer Wasserstandsänderung $h_{t+\Delta t} - h_t$ proportional zu Δt . Es ist damit leicht verständlich, daß die minimale Schachtoberfläche und der Simulationszeitschritt bestimmte, belastungsabhängige Werte nicht unterschreiten dürfen, da die Wasserstandsänderungen innerhalb eines Zeitschrittes ansonsten zu groß werden und sich diese Extremwerte über die Bewegungsgleichung zu anderen Schächten "fortpflanzen", die Berechnung damit instabil wird.

LYONS, MEHLER und SCHULZE [1976] geben in der Beschreibung des Stadt-Entwässerungs-Simulationsmodells SESIM als Stabilitätskriterium einen zulässigen Zeitschritt

$$\Delta t_{zul} = 0.1 \cdot \frac{A_{Smin}(t)}{\Sigma Q(t)} \cdot y(t)$$

an. Damit wird ausgedrückt, daß die Wasserstandsänderungen in einem Schacht nicht größer als 10% des zu Beginn des Zeitintervalls herrschenden Schachtwasserstandes $y(t)$ [m] sein sollen. Diese Beziehung zur Begrenzung des Zeitschrittes basiert auf der Erfahrung der Autoren im Umgang mit dem Modell SESIM, ist folglich kein mathematisch abgeleitetes Kriterium entsprechend der Courant-Bedingung. Die Übertragbarkeit auf EXTRAN ist insofern gerechtfertigt, als beide Modelle ein Kanalnetz als ein System aus Haltungen und Schächten beschreiben und die Differentialgleichungen nach demselben expliziten Differenzenschema (modifiziertes Euler-Verfahren) berechnen.

Sowohl in EXTRAN als auch in SESIM erfolgt die Simulation mit einem vorgegebenen, konstanten Zeitschritt Δt . Der Anwender kann somit erst nach Beendigung der Simulation durch Interpretation der Ergebnisse feststellen (z.B. bei Auftreten starker Durchfluß- oder Wasserstandsschwankungen), ob der durch die Courant-Bedingung oder der von LYONS et. al. angegebenen schachtbezogenen Beziehung limitierte Zeitschritt während der Berechnung eventuell überschritten wurde. Um sinnvolle Ergebnisse zu erzielen, muß die Simulation mit einem kleineren Zeitschritt (respektive größerer Schachtoberfläche A_{Smin}) wiederholt werden.

Letztendlich erfordert das Erkennen numerischer Instabilitäten, insbesondere bei der Abflußtransportberechnung komplexer Systeme, eine gewisse Erfahrung im Umgang mit EXTRAN. So wird das Zusammentreffen von Abflußspitzen in einem Schacht abrupte Wasserstandsänderungen hervorrufen, ohne das diese numerisch bedingt sind.

Der Themenkomplex 'Abflußtransportberechnung mit EXTRAN ohne Einstauiteration' soll mit zwei einfachen Beispielen abgeschlossen werden, die zeigen, wie sensibel der Lösungsalgorithmus auf geringfügige Variationen der Parameter Δt und A_{Smin} reagieren kann.

Berechnet wird der Abflußtransport in einem System, bestehend aus vier Haltungen in Reihe (Systembezeichnung: 4HALTUNG):

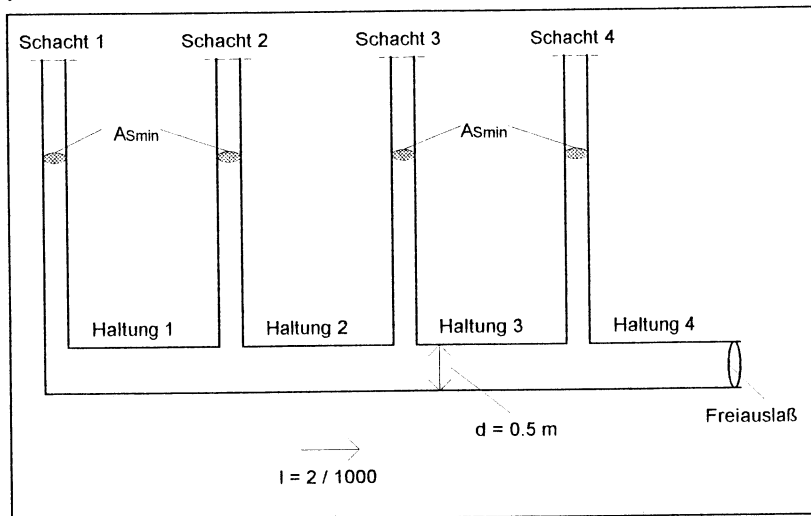


Abbildung 14: System '4HALTUNG' : Vier Haltungen in Reihe

Alle Haltungen besitzen dieselben Querschnittswerte:

- Länge $L = 100 \text{ m}$
- Durchmesser $d = 0,5 \text{ m}$ (Kreisprofil)
- Gefälle $I = 2 \text{ ‰}$ ($0,2 \text{ m} / 100 \text{ m}$)
- Rauheit $k = 1,5 \text{ mm}$ (Benutzung der Iterationsformel von COLEBROOK-WHITE)
- Normalabfluß bei Vollfüllung (Fließgesetz von DARCY-WEISBACH)

$$Q_{\text{voll}} = 0,169 \text{ m}^3/\text{s}$$

Die Geländehöhe wurde für alle Schächte 100 m über Schachtsohle gesetzt, um eventuelle Überstauvorgänge zu vermeiden.

Die Simulationen wurden mit der in Abbildung 15 dargestellten Zuflußwelle durchgeführt. Dieser künstliche Oberflächenabfluß, der nach dem linearen Anstieg innerhalb der ersten Stunde konstant bleibt, wurde ausschließlich Schacht 1 zugegeben und ist so gewählt, daß die

Vollfüllungsleistung der Haltungen für drucklosen Abfluß geringfügig überschritten wird. Folglich muß sich für den konstanten Zufluß von $0,2 \text{ m}^3/\text{s}$ ein stationärer Zustand einstellen, bei dem die Schächte 1 bis 4 eingestaut werden.

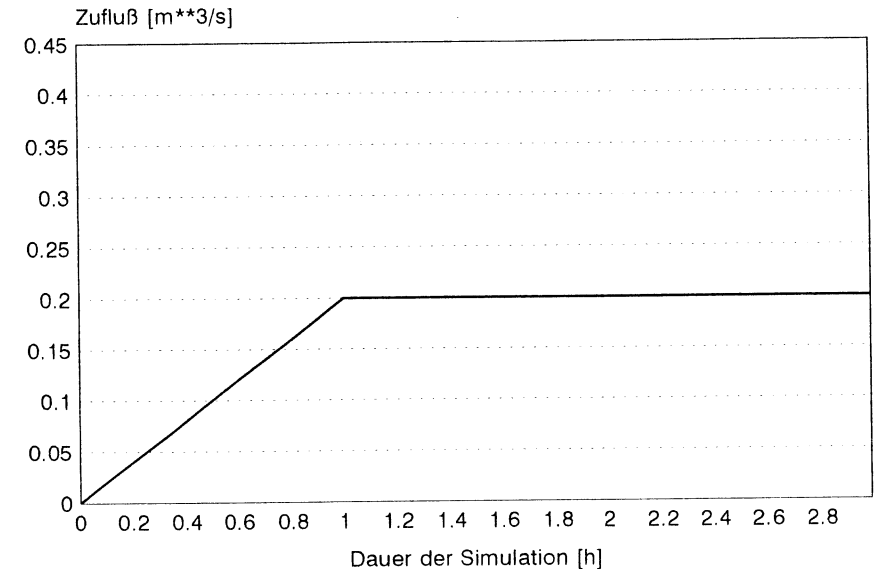


Abbildung 15: Zuflußganglinie (künstlicher Oberflächenabfluß) zum Schacht 1 des Systems '4HALTUNG'

Abbildung 16 zeigt einen Vergleich der simulierten Durchflußganglinien für Haltung 1 bei Wahl der Parameterkombinationen:

- | | | | |
|---------|---------------------------|------------------------------|-----------------------|
| i. | $\Delta t = 10 \text{ s}$ | $A_{Smin} = 1,4 \text{ m}^2$ | (durchgezogene Linie) |
| und ii. | $\Delta t = 10 \text{ s}$ | $A_{Smin} = 1,3 \text{ m}^2$ | (gestrichelte Linie) |

Trotz der nur geringfügigen Variation des einen Parameters sind bei der Simulation mit der um $0,1 \text{ m}^2$ geringeren Schachtoberfläche deutliche Instabilitäten erkennbar, während die Simulation mit der Parameterkombination i. den erwarteten stationären Zustand für die Zeit nach Erreichen des konstanten Zuflusses von der Wellendatei berechnet.

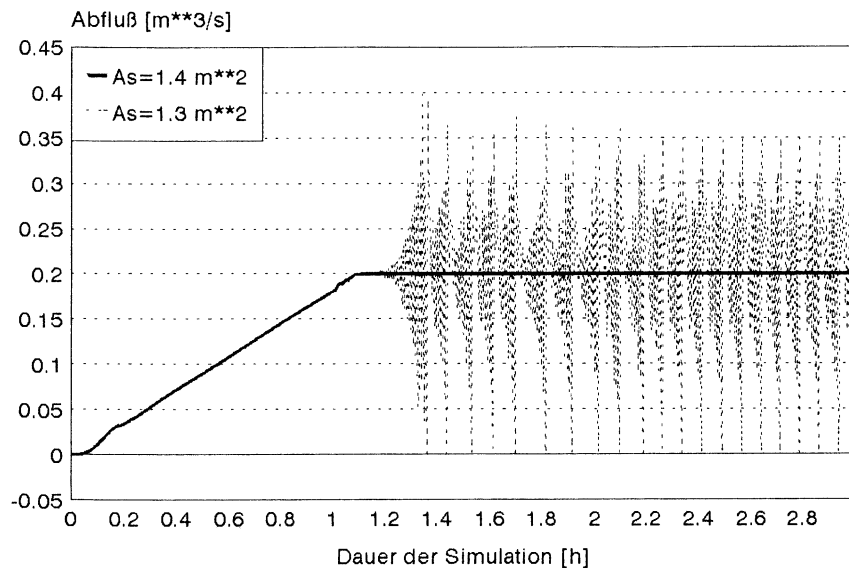


Abbildung 16: Durchflußganglinien für Haltung 1 des Systems '4HALTUNG' bei Simulation mit den Schachtoberflächen $A_{Smin} = 1.4 \text{ m}^2$ und $A_{Smin} = 1.3 \text{ m}^2$

Die Darstellung zeigt, daß die Durchflußschwankungen solange zunehmen, bis ein minimaler Durchfluß (≈ 0) erreicht wird. Die Amplitude der Schwingungen wird abrupt kleiner und steigt daraufhin allmählich wieder an. Der Erklärung dafür, daß sich die Minimalwerte des Durchflusses ausschließlich bei einem Wert nahe Null befinden, liegt in der Begrenzung des Rückflusses innerhalb eines Simulationszeitschrittes begründet (siehe Anlage 3). Dieser programmtechnische Eingriff verhindert das weitere Anwachsen der Amplituden und führt zu einem periodischen, d.h. sich wiederholenden Schwingungsvorgang.

Anlage 4 A beinhaltet die Darstellung der Abflußganglinien für alle 4 Haltungen sowie die 4 Ganglinien der Wasserstände in den Schächten. Zudem wird für die Haltungen 1 bis 3 eine Ganglinie der Wasserstands Differenz zwischen ober- und unterhalb liegendem Schacht gezeigt, da dieser Wert die Lösung der Bewegungsgleichung maßgeblich beeinflusst.

Zur Verdeutlichung, daß die Instabilitäten nicht nur dann auftreten, wenn die Schachtoberfläche bei Einstau einen bestimmten Wert (hier: 1.4 m^2) unterschreitet, vielmehr die Kombination der

beiden Modellparameter A_{Smin} und Δt entscheidend ist, wird in Anlage 4 B ein Vergleich der Ergebnisse für die Simulationen mit den Parameterkombinationen

- i. $\Delta t = 10 \text{ s}$ $A_{Smin} = 1.4 \text{ m}^2$ (durchgezogene Linie)
und ii. $\Delta t = 10.5 \text{ s}$ $A_{Smin} = 1.4 \text{ m}^2$ (gestrichelte Linie)

gezeigt. Die erstgenannte entspricht der Kombination, für die die EXTRAN-Simulation stabile Ganglinien lieferte. Bei der zweiten Kombination entspricht die minimale Schachtoberfläche mit 1.4 m^2 der Oberfläche der erstgenannten, der Zeitschritt ist mit 10.5 s jedoch um 0.5 s größer gewählt.

Die in Anlage 4 B gezeigten Durchfluß- und Wasserstandsganglinien weisen für die Parameterkombination $\Delta t = 10.5 \text{ s} / A_{Smin} = 1.4 \text{ m}^2$ die gleichen Charakteristiken auf wie die in Anlage 4 A dargestellten für $\Delta t = 10 \text{ s} / A_{Smin} = 1.3 \text{ m}^2$.

Eine theoretische Erklärung für die Instabilitäten ist mit Hilfe der Gleichungen, welche zur Berechnung der Wasserstände und Abflüsse herangezogen werden, nicht möglich. Die dem Schacht zugeordnete Fläche ist bei Einstau nach einer Stunde Simulationsdauer konstant, die Funktion zur Berechnung des Rauheitsbeiwertes λ weist ebenfalls keine Unstetigkeiten auf, die zu Schwankungen führen können. Die Entwicklung der gezeigten Instabilitäten kann folglich nur auf numerische Ungenauigkeiten in der Berechnung zurückzuführen sein. Für die Parameterkombination $A_{Smin} = 1.4 \text{ m}^2$ und $\Delta t = 10 \text{ s}$ haben Abweichungen von der exakten Lösung offensichtlich keinen Einfluß auf die Stabilität des Berechnungsverfahrens, bei den beiden anderen Kombinationen pflanzen sich geringe Abweichungen in Form von Schwingungen mit zunehmender Amplitude fort.

Dieses wird durch die Ergebnisse einer Simulation bestätigt, bei der für das System '4HALTUNG' und dem konstanten Zufluß von $0.2 \text{ m}^3/\text{s}$ ein stationärer Zustand mit der Parameterkombination

$$\Delta t = 10 \text{ s} \quad \text{und} \quad A_{Smin} = 1.4 \text{ m}^2$$

berechnet wird, die minimale Schachtoberfläche programmintern jedoch während der Simulation um 0.1 m^2 auf 1.3 m^2 reduziert wird. In den Abbildungen 17 a – h sind Ausschnitte der Durchflußganglinien für die Haltungen 1 – 4 und der Wasserstandsganglinien für die Schächte 1 – 4 dargestellt. Die Ausschnitte sind so gewählt, daß sie die Ergebnisse für jeweils 900 Sekunden (= 90 Zeitschritte Δt) vor und nach Verminderung der Schachtoberfläche zeigen.

Im Gegensatz zu den Graphiken in Anlage 4 A und B ist durch die feine Skalierung der Ordinate in diesen Abbildungen eindeutig erkennbar, daß die Schwingungen nicht plötzlich, sondern ganz allmählich entstehen. Es zeigt sich an den Wasserstandsganglinien ebenfalls, daß numerisch bedingte Ungenauigkeiten im Bereich von Hundertsteln Millimetern ausreichen, nach der Verminderung von A_{Smin} diese Instabilitäten auszulösen, während sie für die Kombination $\Delta t = 10 \text{ s}$ und $A_{Smin} = 1.4 \text{ m}^2$ keinen Einfluß auf die Stabilität des Berechnungsverfahrens haben.

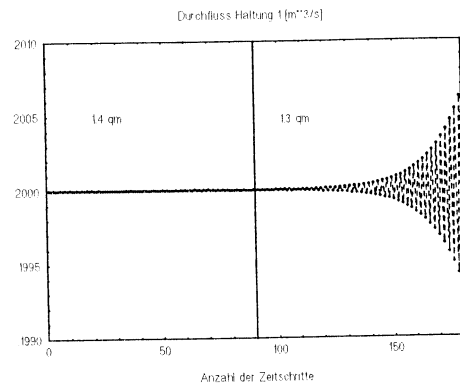


Abbildung 17 a:

Durchflußganglinie Haltung 1

Reduzierung von A_{Smin} von 1.4 m² auf 1.3 m² nach 90 Zeitschritten (= 900 Sekunden)

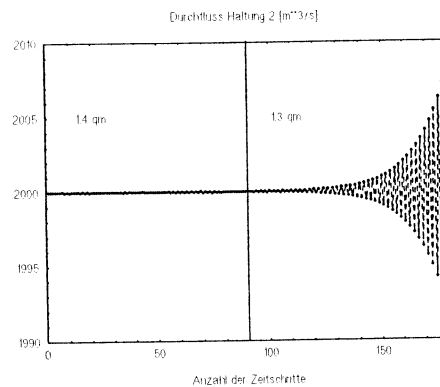


Abbildung 17 b:

Durchflußganglinie Haltung 2

Reduzierung von A_{Smin} von 1.4 m² auf 1.3 m² nach 90 Zeitschritten (= 900 Sekunden)

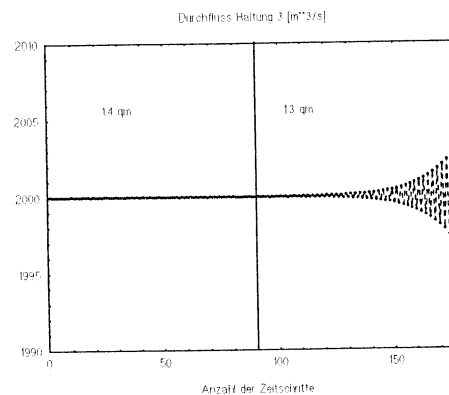


Abbildung 17 c:

Durchflußganglinie Haltung 3

Reduzierung von A_{Smin} von 1.4 m² auf 1.3 m² nach 90 Zeitschritten (= 900 Sekunden)

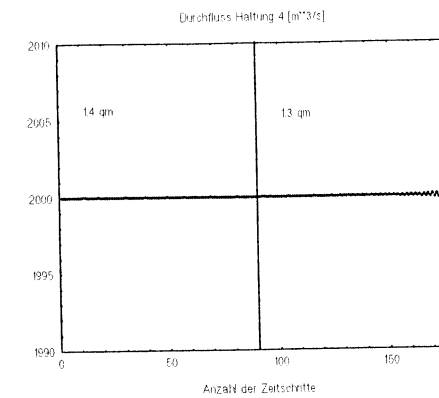


Abbildung 17 d:

Durchflußganglinie Haltung 4

Reduzierung von A_{Smin} von 1.4 m² auf 1.3 m² nach 90 Zeitschritten (= 900 Sekunden)

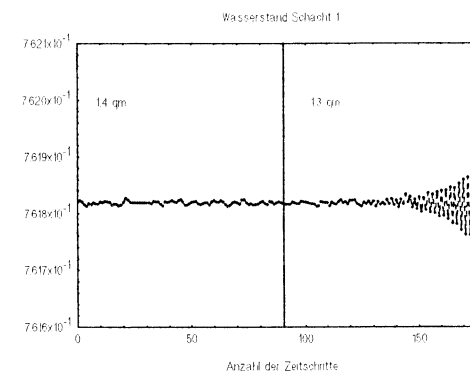


Abbildung 17 e:

Wasserstandganglinie Schacht 1

Reduzierung von A_{Smin} von 1.4 m² auf 1.3 m² nach 90 Zeitschritten (= 900 Sekunden)

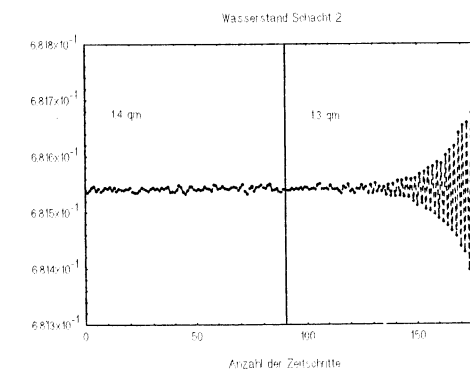


Abbildung 17 f:

Wasserstandganglinie Schacht 2

Reduzierung von A_{Smin} von 1.4 m² auf 1.3 m² nach 90 Zeitschritten (= 900 Sekunden)

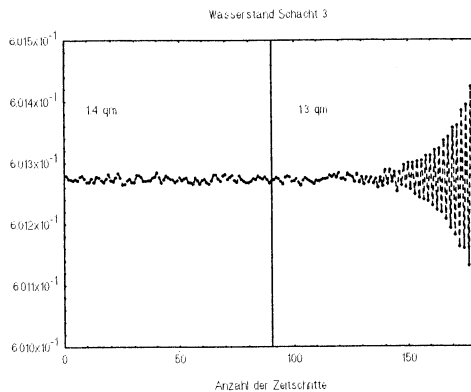


Abbildung 17 g:

Wasserstandsganglinie Schacht 3

Reduzierung von A_{Smin} von 1.4 m² auf 1.3 m² nach 90 Zeitschritten (= 900 Sekunden)

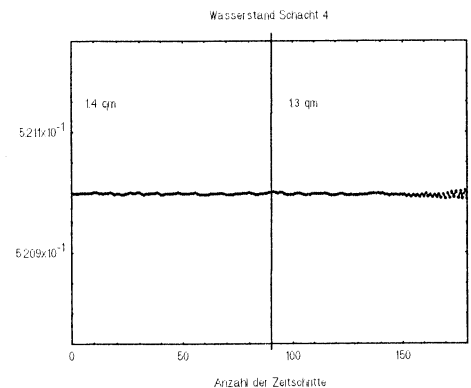


Abbildung 17 h:

Wasserstandsganglinie Schacht 4

Reduzierung von A_{Smin} von 1.4 m² auf 1.3 m² nach 90 Zeitschritten (= 900 Sekunden)

Die in diesem Kapitel gezeigten Beispiele dokumentieren den Einfluß der sogenannten Modellparameter A_{Smin} und Δt auf die Ergebnisse der Abflußtransportberechnung mit EXTRAN ohne Einstauiteration. Ein theoretischer Zusammenhang zwischen dem verwendeten Verfahren zur Lösung des SAINT-VENANT'SCHEN Gleichungssystems und dem Auftreten von Instabilitäten besteht nicht. Es ist jedoch eindeutig, daß der Einfluß von Rechenungenauigkeiten bei der Lösung der Bewegungsgleichung auf die Berechnung der Schachtwasserstände mit abnehmender Schachtoberfläche A_{Smin} bzw. größerem Simulationszeitschritt Δt wächst. Die Schwingungen sind daher darauf zurückzuführen, daß die z.B. numerisch bedingte Abweichung eines Wasserstandes vom exakten Wert über die Bewegungsgleichung die Durchflüsse in den angeschlossenen Haltungen beeinflusst, worauf diese im nächsten Berechnungsschritt denselben Wasserstand

beeinflussen usw.. Es entsteht damit aus einer numerisch bedingten Ungenauigkeit ein zunehmender Fehler bei der Lösung der verwendeten Gleichungen.

Das System '4HALTUNG' und die künstliche Oberflächenabflußwelle wurden aus Gründen der Übersichtlichkeit sehr einfach gewählt. Auf eine Berechnung komplexer Systeme und natürlicher (instationärer) Belastungsfälle wurde verzichtet, da Ursachen für Abflußspitzen und extreme Schachtwasserstände durchaus physikalischen Ursprungs sein können und das Erkennen von numerisch bedingten Instabilitäten damit erschwert wäre. Es ist jedoch offensichtlich, daß die Kombination der beiden Modellparameter A_{Smin} ($= 1.4 \text{ m}^2$) und Δt ($= 10 \text{ s}$) kein allgemeingültiges Kriterium für die Stabilität des in EXTRAN verwendeten Berechnungsverfahrens bei Einstau darstellt, sondern ausschließlich für das hier berechnete System in Verbindung mit der Belastung durch die gewählte Zuflußwelle Gültigkeit besitzt. Testrechnungen haben gezeigt, daß die beiden Kombinationen der Parameter, bei denen für den theoretisch stationären Fließzustand von $0.2 \text{ m}^3/\text{s}$ Instabilitäten auftreten, für einen größeren Oberflächenabfluß (bei gleicher Form der Zuflußwelle) ebenfalls stabile Ergebnisse liefern.

Numerische, also aus Rechenungenauigkeiten entstandene Instabilitäten bei der Einstauberechnung werden sich durch Wahl einer ausreichend großen Schachtoberfläche A_{Smin} in Kombination mit einem genügend kleinen Simulationszeitschritt folglich vermeiden lassen. Die Schwierigkeit für den Anwender besteht jedoch darin, den beiden Parametern geeignete Werte zuzuweisen.

Einerseits verlängert die Wahl eines sehr kleinen Zeitschritts die für die Simulation benötigte Rechenzeit.

Andererseits muß bei Ansatz einer Schachtoberfläche in der Eingabedatei EXTPAR (Variable SURFJC) immer berücksichtigt werden, daß es sich nicht um einen Parameter zur Beschreibung des Kanalnetzes entsprechend Haltungslänge, Rauheit etc. handelt, sondern um einen Modellparameter, der global jedem Schacht innerhalb des Kanalnetzes zugeordnet wird, um Wasserstände auch bei Einstau des Schachtes berechnen zu können. Sehr große Werte für A_{Smin} ordnen den Schächten ein eventuell zu großes Speichervermögen zu, so daß Wasserstände zu niedrig berechnet und Abflußganglinien damit verzerrt werden (wie in Kapitel 3.2.1.2 beschrieben, wird A_{Smin} bereits bei Freispiegelabfluß zusätzlich zu der abhängig vom Fließzustand in den angrenzenden Haltungen zugeordneten Schachtoberfläche berücksichtigt). Im Regelfall sollte die Variable SURFJC zu Null gesetzt werden, da das Programm in diesem Fall Werte für A_{Smin} berechnet, die von den Querschnittswerten und den Längen der angeschlossenen Haltungen abhängen (vgl. Kapitel 3.2.1.2). Damit wird einem Schacht an einem Hauptsammler eine größere Oberfläche zugeordnet als einem Schacht an einem Nebenabschnitt.

3.2.2 Berechnungsablauf mit Einstauiteration

Bei dem in 3.2.1 beschriebenen Verfahren ohne Einstauiteration wird jedem Schacht eine minimale Oberfläche A_{Smin} zugeordnet, um auch bei Einstau die in 3.2.1.2 abgeleitete Kontinuitätsgleichung anwenden zu können. Der Berechnungsablauf mit Einstauiteration basiert dagegen auf der Voraussetzung, daß ein einstauender Schacht grundsätzlich kein Speichervermögen besitzt ($A_{Smin} = 0$). Aus dieser Annahme ergeben sich zwei Folgerungen:

1. Die Ermittlung der Wasserstände in einstauenden Schächten (Druckhöhen in den Knoten) muß nach einem anderen Verfahren als bei der Berechnung ohne Einstauiteration erfolgen, da die Kontinuitätsgleichung für $A_{Smin} = 0$ ungültig ist.
2. Die Kontinuitätsbedingung an einem einstauenden Schacht lautet $\Sigma Q = 0$!
Da ein Schacht bei Einstau kein Speichervermögen besitzt, muß die Summe aller Zu- und Abflüsse zum Schacht Null sein.

Es muß folglich ein Zustand gefunden werden, für den die Druckhöhe in einem Knoten gerade so groß ist, daß sich die Zu- und Abflüsse an diesem Knoten derart einstellen, daß $\Sigma Q = 0$ ist. Bei Verwendung eines expliziten Lösungsverfahrens wird diese Bedingung in der Regel nicht erfüllt sein. Daher schließt sich in EXTRAN an die Berechnung des Fließzustandes zum Ganzschritt $t+\Delta t$ eine Iterationsrechnung an. Der Umfang der Iterationen wird durch die Variablen MAXSUR und TOLSUR (vgl. Anlage 1 A und Kapitel 3.1.1) bestimmt.

MAXSUR ist die maximale Anzahl von Iterationen, die für jeden Zeitschritt durchgeführt wird, sofern das durch die Variable TOLSUR bestimmte Abbruchkriterium für keinen Iterationsschritt erfüllt wird. Entgegen der in der Kurzdokumentation von HYSTEM-EXTRAN beschriebenen Bedeutung wird durch TOLSUR keine absolute Fehlergrenze [m^3] definiert, sondern eine maximal zulässige Abweichung bei der Erfüllung der Kontinuitätsbedingung in einstauenden Schächten zum Zeitpunkt $t+\Delta t$ im Verhältnis zu den Durchflüssen in den an diesen Schächten angrenzenden Elementen zum Zeitpunkt $t+\Delta t/2$. Formelmäßig lautet das Abbruchkriterium für die Einstauiterationen

$$\sum_{i=1}^n (\Sigma Q_i)_{t+\Delta t} < \text{TOLSUR} \cdot \frac{\sum_{i=1}^n (\Sigma |\bar{Q}_i|)_{t+\Delta t/2}}{n}$$

mit n Anzahl der eingestauten Schächte

ΣQ_i Summe der Zuflüsse (positiv) und Abflüsse (negativ) am Schacht i [m^3/s]

$\Sigma |\bar{Q}_i|$ Mittelwert der Abflüsse (absolut) in den am Schacht i angeschlossenen
Haltungen [m^3/s]

Die Iterationsschleife wird folglich abgebrochen, sobald der Fehler durch die Nichterfüllung der Kontinuitätsbedingungen an den einstauenden Schächten einen Bruchteil der Abflüsse in den an

den einstauenden Schächten angeschlossenen Haltungen unterschreitet. Bei geringen Abflüssen muß der absolute Wert der Abweichung durch die Nichteinhaltung der Kontinuitätsbedingungen an einstauenden Schächten geringer sein als bei größeren Abflüssen. Die Variable TOLSUR gibt damit einen zulässigen Fehler vor, dessen absolute Größe abhängig vom aktuellen Fließzustand ist.

Die beschriebene Methode verwendet zur Beendigung der Iterationen ein globales Abbruchkriterium. Es wird die Erfüllung der Kontinuität nicht schachtweise überprüft, sondern die Summe der Abweichungen bestimmt. Bei dieser Vorgehensweise ist zu berücksichtigen, daß sich die Abweichungen gegenseitig kompensieren können. Die Nichterfüllung der Kontinuität an einem oder mehreren Schächten, an denen der Zufluß gegenüber dem Abfluß überwiegt, wird möglicherweise durch den Fehler an anderen Schächten mit größerem Abfluß als Zufluß ausgeglichen. Zudem können in größeren Systemen durchaus verschiedene Teilgebiete gleichzeitig einstauen. Unter der Voraussetzung, daß sich die Abflüsse in diesen Gebieten deutlich voneinander unterscheiden, bricht die Iterationsrechnung eventuell ab, obwohl in den Gebieten mit den geringeren Abflüssen der Volumenfehler noch relativ groß ist. Der Ursache liegt in dem Verfahren zur Ermittlung des Abbruchkriteriums begründet, bei dem Gebiete mit größeren Abflüssen eine stärkere Wichtung erfahren als Gebiete mit geringeren Abflüssen.

Entsprechend der Darstellung in Kapitel 3.2.1, Abbildung 8 wird in Abbildung 18 der Berechnungsablauf mit Einstauiterationen gezeigt. Nach der Berechnung der Zustandsgrößen zum Halb- und Ganzschritt erfolgt die beschriebene Überprüfung hinsichtlich der Einhaltung der Kontinuitätsbedingungen an den einstauenden Schächten. Ist der Fehler größer als die durch die Variable TOLSUR begrenzte Abweichung und ist die maximale Anzahl der Iterationen MAXSUR noch nicht erreicht, wird die Berechnung zum Ganzschritt mit verbesserten Werten für die Wasserstände wiederholt. Dabei werden jedoch nicht alle Abflüsse und Wasserstände neu berechnet.

Eine erneute Wasserstandsrechnung erfolgt für

- alle einstauenden Schächte

Eine erneute Abflußrechnung erfolgt für

- alle Haltungen (und Ersatzrohre), die an einen einstauenden Schacht anschließen
- alle Wehre (außer Auslaßwehre), die an einen einstauenden Schacht anschließen
- alle Pumpen, die mit einem einstauenden Schacht verbunden sind
- alle Freiauslässe und Auslässe mit Tidetor

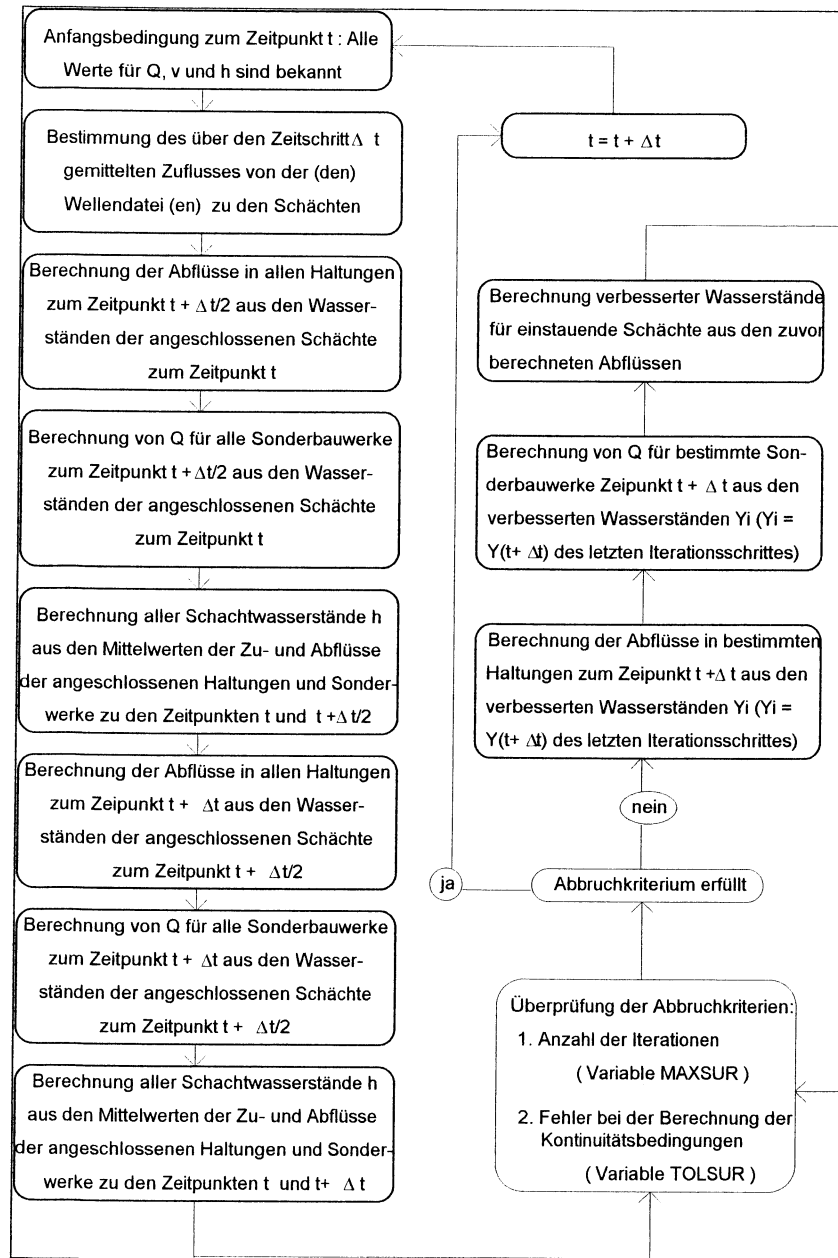


Abbildung 18: Berechnungsablauf bei der Ermittlung der Zustandsgrößen Q und h (mit Einstauiteration)

Der in Abbildung 18 dargestellte Berechnungsablauf ist nicht ganz korrekt, was die Berechnung der Wasserstände in einstauenden Schächten betrifft. Diese werden zum Halb- und Ganzschritt nicht aus Mittelwerten der Abflüsse zwischen t und t+Δt/2 bzw. t und t+Δt bestimmt, sondern nach den Formeln, die bei der anschließenden Iterationsrechnung verwendet werden.

Die Iteration zur Ermittlung der Druckhöhen in einstauenden Knoten aufgrund der Kontinuitätsbedingung $\sum Q = 0$ wird im folgenden vorgestellt.

3.2.2.1 Berechnung der Druckhöhen in einstauenden Schächten

Die Ableitung der Iterationsformel zur Berechnung der Druckhöhen in einstauenden Schächten erfolgt unter der Annahme, daß sich der Durchfluß in einer an den Schacht angeschlossenen Haltung alleine aus der Druckdifferenz zwischen den beiden Haltungsenden bestimmen läßt. Unter dieser Vorbedingung ist es möglich, für einen bestimmten Durchfluß einen Druckverlust Δh in der Haltung zu berechnen und die Druckhöhe in dem eingestauten Schacht durch Addition bzw. Subtraktion von Δh zu dem bekannten Wasserstand in dem Schacht am anderen Haltungsende zu berechnen.

Die Ableitung der Iterationsformel soll hier für das allgemeine Widerstandsgesetz von DARCY-WEISBACH

$$l_E = \frac{\Delta h}{L} = \lambda \cdot \frac{1}{D_{hy}} \cdot \frac{v^2}{2 \cdot g}$$

gezeigt werden. Zwischen Q und Δh besteht dabei folgender Zusammenhang:

$$\Delta h = \lambda \cdot \frac{L}{D_{hy}} \cdot \frac{1}{2 \cdot g \cdot A^2} \cdot |Q| \cdot Q$$

Durch die Betragsstriche wird dabei die Richtungsabhängigkeit des Abflusses vom Energieliniengefälle berücksichtigt.

Aufgelöst nach Q ergibt sich

$$Q = \frac{D_{hy} \cdot 2 \cdot g \cdot A^2}{\lambda \cdot L \cdot |Q|} \cdot \Delta h$$

Die Summe aller Zu- und Abflüsse zu einem einstauenden Schacht 0, an dem n Haltungen angeschlossen sind, beträgt dann

$$\sum Q_0 = \sum_{i=1}^n \frac{D_{hy,i} \cdot 2 \cdot g \cdot A_i^2}{\lambda_i \cdot L_i \cdot |Q_i|} \cdot (h_0 - h_i)$$

wobei h_i die Druckhöhe im Schacht am anderen Ende der Haltung i bezeichnet.

Würde das in EXTRAN implementierte explizite Lösungsverfahren die Kontinuitätsbedingung für einen einstauenden Schacht grundsätzlich erfüllen, lautete die explizite Lösung für h_0 :

$$\Sigma Q_0 = 0 \Rightarrow h_0 = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{D_{hyi} \cdot 2 \cdot g \cdot A_i^2}{\lambda_i \cdot L_i \cdot |Q_i|} \cdot h_i}{\sum_{i=1}^n \frac{D_{hyi} \cdot 2 \cdot g \cdot A_i^2}{\lambda_i \cdot L_i \cdot |Q_i|}}$$

Da die Ermittlung der Abflüsse jedoch ohne Berücksichtigung der Kontinuitätsbedingung $\Sigma Q = 0$ an einstauenden Schächten erfolgt, wird der Zufluß in der Regel nicht dem Abfluß entsprechen. Die Gleichung zur Ermittlung der Druckhöhe h_0 lautet für diesen Fall:

$$\Sigma Q_0 \neq 0 \Rightarrow h_0 = \frac{\sum_{i=1}^n \frac{D_{hyi} \cdot 2 \cdot g \cdot A_i^2}{\lambda_i \cdot L_i \cdot |Q_i|} \cdot h_i}{\sum_{i=1}^n \frac{D_{hyi} \cdot 2 \cdot g \cdot A_i^2}{\lambda_i \cdot L_i \cdot |Q_i|}} + \frac{\Sigma Q_0}{\sum_{i=1}^n \frac{D_{hyi} \cdot 2 \cdot g \cdot A_i^2}{\lambda_i \cdot L_i \cdot |Q_i|}}$$

Diese Formel bildet die Basis für das in EXTRAN implementierte Iterationsverfahren zur Berechnung der Druckhöhen in einstauenden Schächten. Dabei wird der erste Summand in der Formel durch das h_0 des letzten Iterationsschrittes k-1 ersetzt und im aktuellen Iterationsschritt k abhängig von der Größe des Fehlers ΣQ_0 bei der Erfüllung der Kontinuitätsbedingung verbessert.

$$h_{0k} = h_{0k-1} + \frac{\Sigma Q_{0k}}{\sum_{i=1}^n \left(\frac{D_{hyi} \cdot 2 \cdot g \cdot A_i^2}{\lambda_i \cdot L_i \cdot |Q_i|} \right)_k}$$

Die Formel zeigt sehr anschaulich, daß bei Erfüllung der Kontinuitätsbedingung an einem einstauenden Schacht die exakte Lösung für die Druckhöhe h_0 erreicht ist, da h_{0k} gegenüber h_{0k-1} nicht weiter verbessert werden kann.

Für den Reibungsansatz nach MANNING-STRICKLER wird auf eine Ableitung der Iterationsformel verzichtet. Sie lautet:

$$h_{0k} = h_{0k-1} + \frac{\Sigma Q_{0k}}{\sum_{i=1}^n \left(\frac{r_{hyi}^{4/3} \cdot k_{Sti}^2 \cdot A_i^2}{L_i \cdot |Q_i|} \right)_k}$$

Es muß darauf hingewiesen werden, daß die für das Fließgesetz von DARCY-WEISBACH theoretisch abgeleitete und für den Ansatz von MANNING-STRICKLER gezeigte Form der Iterationsformel zur Ermittlung der Druckhöhen nicht genau mit der in EXTRAN implementierten Form übereinstimmt, auch wenn beide für eine hinreichend große Anzahl an Iterationen in der Regel dieselben Ergebnisse liefern. Die in EXTRAN verwendete Formel (für das allgemeine Widerstandsgesetz von DARCY-WEISBACH) lautet:

$$h_{0k} = h_{0k-1} + \frac{\Sigma Q_{0k}}{\sum_{i=1}^n \left(\frac{\Delta t \cdot g \cdot A_i}{L_i \cdot \left(1 + \frac{\Delta t \cdot \lambda_i \cdot |Q_i|}{2 \cdot D_{hy} \cdot A_i} \right)} \right)_k}$$

Tatsächlich unterscheidet sich die theoretisch abgeleitete von der in EXTRAN verwendeten Formel nur durch die "1 +" im Nenner.

Der Unterschied beider Formeln sei an der Bewegungsgleichung für angenäherten Druckabfluß verdeutlicht:

$$Q_{t+\Delta t} = \frac{1}{1 + \frac{\Delta t \cdot |Q| \cdot \lambda}{2 \cdot D_{hy}}} \cdot \left(Q_t - g \cdot A \cdot \Delta t \cdot \frac{\Delta h}{L} \right)$$

Für $Q = Q_{t+\Delta t} = Q_t$, also einen stationären Fließzustand, folgt aus der Bewegungsgleichung die theoretisch abgeleitete Form der $Q / \Delta h$ - Beziehung

$$\frac{Q}{\Delta h} = \frac{2 \cdot D_{hy} \cdot g \cdot A^2}{\lambda \cdot L \cdot |Q|}$$

Die in EXTRAN verwendete Form der $Q / \Delta h$ - Beziehung ist, wie man leicht nachvollziehen kann, nur ableitbar für $Q = Q_{t+\Delta t}$ und $Q_t = 0$

$$\frac{Q}{\Delta h} = \frac{\Delta t \cdot g \cdot A}{L \cdot \left(1 + \frac{\Delta t \cdot \lambda \cdot |Q|}{2 \cdot D_{hy} \cdot A} \right)}$$

Die Annahme einer derartigen Form der $Q / \Delta h$ - Beziehung ist insofern nicht nachvollziehbar, als der Zeitschritt Δt Einfluß auf das Konvergenzverhalten der Iteration besitzt, obwohl die Beziehung keine Zustandsgröße der bekannten Zeitebene t beinhaltet.

Es wurde bereits in einer Anmerkung zu Abbildung 18 darauf hingewiesen, daß die Formeln nicht nur für die Iterationsrechnung angewendet wird, sondern auch für die Berechnung der Druckhöhen in einstauenden Schächten zum Halb- und Ganzschritt benutzt werden.

Die Gleichung zur Ermittlung der Druckhöhe in einem eingestauten Schacht mit n angeschlossenen Haltungen lautet

zum Halbschritt

$$h_{t+\Delta t/2} = h_t + 0.5 \cdot \frac{\sum_{i=1}^n Q_{t+\Delta t/2}}{\sum_{i=1}^n \left(\frac{Q_i}{\Delta h_i} \right)_{t+\Delta t/2}}$$

und zum Ganzschritt

$$h_{t+\Delta t} = h_t + 1.0 \cdot \frac{\sum_{i=1}^n Q_{t+\Delta t}}{\sum_{i=1}^n \left(\frac{Q_i}{\Delta h_i} \right)_{t+\Delta t}}$$

Für $h_{t+\Delta t} = h_k$ und $h_t = h_{k-1}$ entspricht die bei der Ganzschrittberechnung verwendete der bei der Iteration benutzten Formel. Tatsächlich ist diese Beziehung für eine Berechnung einer Druckhöhe $h_{t+\Delta t}$ aus einer Druckhöhe h_t nicht anwendbar, da die Formel abgeleitet wurde für die iterative Anpassung von Druckhöhe und Abflüssen zu einem bestimmten Zeitpunkt.

Die in den Formeln enthaltenen Faktoren 0.5 bei der Halb- und 1.0 bei der Ganzschrittberechnung sind empirisch bestimmt. In der EXTRAN - Modellbeschreibung sind sie abweichend von der Verwendung im Modell mit 0.3 für den Halb- und 0.6 für den Ganzschritt angegeben. Für letztere Kombination seien die besten Ergebnisse erzielt worden. Letztendlich können die Ergebnisse jedoch für keine Kombination richtig sein, da die Formeln aus den beschriebenen Gründen für eine explizite Berechnung einer Zustandsgröße in einer unbekannten Zeitebene aus bekannten Zustandsgrößen ungültig sind.

Ein zusätzlicher programmtechnischer Eingriff besteht für den Bereich zwischen Freispiegel- und dem angenäherten Druckabfluß durch den Ansatz einer Übergangsfunktion zur Ermittlung der Druckhöhen. Wird die Differenz zwischen dem höchsten Rohrscheitel aller am Schacht angeschlossenen Haltungen und der Schachtsohle als z_{crown} bezeichnet, so wird diese Übergangsfunktion im Bereich von 0.96 bis $1.25 \cdot z_{crown}$ angewendet. Bei höheren Schachtwasserständen erfolgt die Berechnung mit Hilfe der oben dargestellten Formeln, bei

geringeren Wasserständen entsprechend der Vorgehensweise ohne Einstauiteration (Kapitel 3.2.1.2).

Die Formel zur iterativen Ermittlung der Druckhöhen im Bereich zwischen $0.96 \cdot z_{crown}$ und $1.25 \cdot z_{crown}$ lautet:

$$h_{0k} = h_{0k-1} + \frac{\sum_{i=1}^n Q_i}{\sum_{i=1}^n \left(\frac{Q_i}{\Delta h_i} \right) + \left(\frac{A_s}{\Delta t} - \sum_{i=1}^n \left(\frac{Q_i}{\Delta h_i} \right) \right) \cdot e^{-1.5 \frac{h_{0k-1} - 0.96 \cdot z_{crown}}{0.96 \cdot z_{crown}}}}$$

mit A_s dem Schacht zugeordnete Oberfläche bei $0.96 \cdot z_{crown}$ [m²]

Für $h_{0k-1} = 0.96 \cdot z_{crown}$ folgt

$$h_{0k} = z_{crown} + \frac{\sum_{i=1}^n Q_i}{A_s} \cdot \Delta t$$

Für $h_{0k} = h_{t+\Delta t}$ und $0.96 \cdot z_{crown} = h_t$ unterscheidet sich diese Beziehung von der Formel, welche zur Berechnung der Schachtwasserstände bei dem Verfahren ohne Einstauiteration angewendet wird, durch den Term ΣQ . Hier beinhaltet der Term die Abflüsse zum aktuellen Zeitschritt, während er bei der Berechnung ohne Einstauiteration den Mittelwert der Zu- und Abflüsse innerhalb des letzten Ganzschrittes beinhaltet (vgl. 3.2.1.2).

Das Modell berechnet für diesen Grenzfall folglich unterschiedliche Wasserstände, je nachdem, ob die Berechnung mit oder ohne Einstauiterationen erfolgt.

3.2.2.2 Verbesserungsvorschläge

Es ist im Rahmen dieser Diplomarbeit leider nicht möglich, den Einfluß sämtlicher für den Berechnungsablauf mit Einstauiteration getroffenen Voraussetzungen, wie z.B. die Verwendung der Funktion für den Übergang zwischen Freispiegelabfluß und angenähertem Druckabfluß, im einzelnen darzustellen. Daher beschränken sich die folgenden Ausführungen auf die als wesentlich erkannten Ursachen für eventuell auftretende Unsicherheiten bei der Berechnung.

3.2.2.2.1 Verwendung der theoretisch abgeleiteten $Q - \Delta h$ - Beziehung

In Kapitel 3.2.2.1 wurde bereits ausdrücklich darauf hingewiesen, daß der physikalische Hintergrund für die in EXTRAN verwendete Form der $Q - \Delta h$ - Beziehung für den Fall des angenäherten Druckabflusses unklar ist. Daher wurde anhand von zahlreichen Simulationen der Einfluß auf die Berechnungsergebnisse bei Verwendung der in EXTRAN implementierten Form einerseits und bei Verwendung der aus dem allgemeinen Widerstandsgesetz theoretisch abgeleiteten Form andererseits untersucht. Es zeigte sich, daß das Modell unabhängig von der Form des Ansatzes in der überwiegenden Zahl der betrachteten Fälle die gleichen Ergebnisse berechnet. Deutliche Unterschiede waren jedoch bei allen durchgeführten Simulationen im Konvergenzverhalten zu beobachten. Der in EXTRAN verwendete Ansatz konvergiert erheblich schneller als der theoretisch abgeleitete Ansatz. In wenigen Ausnahmefällen sind jedoch auch Ungenauigkeiten bei Verwendung des EXTRAN - Ansatzes aufgetreten, die bei Verwendung des theoretisch abgeleiteten Ansatzes nicht zu beobachten waren.

Das nachfolgende Beispiel zeigt zum einen den deutlichen Unterschied im Konvergenzverhalten der Iterationen, gleichzeitig jedoch auch eine der angesprochenen Unstimmigkeiten in der 'normalen' Simulation mit EXTRAN. Betrachtet sei wieder das System '4HALTUNG' (Abbildung 14), welches mit der in Abbildung 19 dargestellten Zuflußganglinie belastet wird. Diese künstliche Oberflächenabflußwelle wird wiederum nur Schacht 1 zugegeben (tatsächlich zeigt diese Abbildung nur einen Ausschnitt der gesamten Ganglinie, da das System bereits zwei Stunden vor dem hier gezeigten Simulationsbeginn mit einem konstanten Zufluß von $0.2 \text{ m}^3/\text{s}$ belastet wurde, um einen stabilen Anfangszustand zu gewährleisten).

Die angesprochene Abweichung zwischen den verschiedenen Ansätzen bezüglich der $Q - \Delta h$ - Beziehungen zeigt sich in Abbildung 20 deutlich in der Berechnung des stabilen Anfangszustandes für den konstanten Zufluß von $0.2 \text{ m}^3/\text{s}$. Die 'normale' EXTRAN Simulation berechnet für den bis zu diesem Zeitpunkt stationären Fließzustand geringere Wasserstände in den Schächten 1 bis 4 als die Simulation mit dem veränderten Ansatz. Gleichzeitig stimmen die Wasserstände am Ende der beiden Simulationen, nachdem der Zufluß zu Schacht 1 wieder auf $0.2 \text{ m}^3/\text{s}$ reduziert wurde, überein. EXTRAN berechnet folglich für die gleiche Belastung zwei verschiedene Fließzustände, wobei ein theoretischer Zusammenhang dieses Ergebnisses mit der in EXTRAN verwendeten

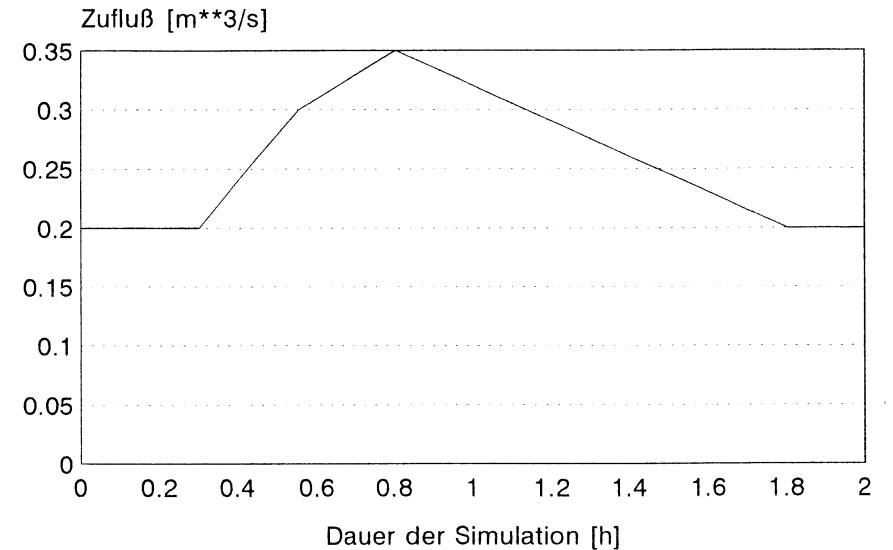


Abbildung 19: Zuflußganglinie zu Schacht 1 des Systems '4HALTUNG'

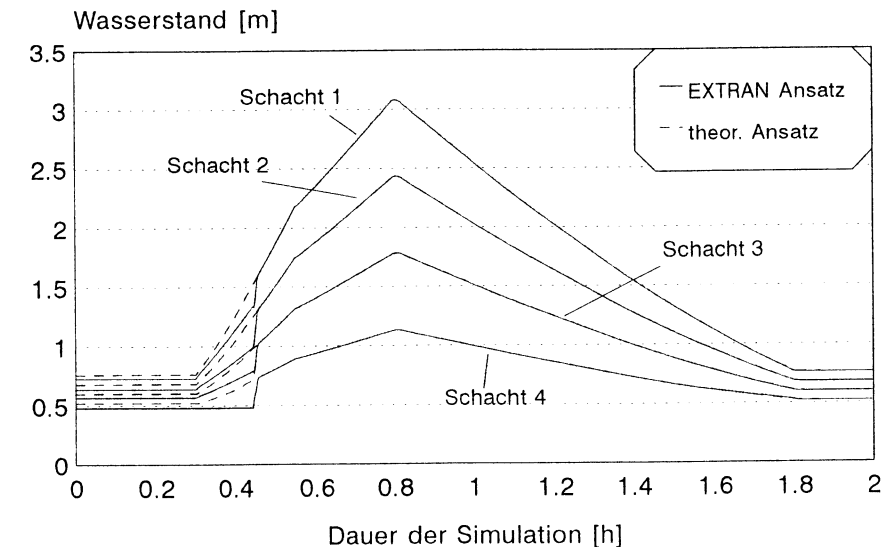


Abbildung 20: Wasserstandsganglinien an den Schächten 1 bis 4 aufgrund der in Abbildung 19 dargestellten Zuflußganglinie zum Schacht 1 des Systems '4HALTUNG'

Form der $Q - \Delta h$ -Beziehung alleine nicht hergestellt werden konnte. Vielmehr besitzt zudem die Tatsache ein besonderes Gewicht, daß während der Einstauiterationen ausschließlich die Wasserstände in einstauenden Schächten neu berechnet werden (Abbildung 18), die Wasserstände in nicht einstauenden Schächten jedoch unberücksichtigt bleiben, obwohl sie aufgrund der in der Iterationsschleife veränderten Durchflüsse in angrenzenden Haltungen theoretisch ebenfalls neu berechnet werden müßten. Es ist in Abbildung 20 und an den Durchflußganglinien in Anlage 5 A erkennbar, daß die Ganglinien beider Simulationen ineinander übergehen, sobald der Schacht 4 aufgrund des wachsenden Zuflusses von oberhalb einstaut und somit alle Zustandsgrößen innerhalb des Systems während der Iterationen neu berechnet werden. Ab diesem Zeitpunkt liefern beide Simulationen unabhängig von der verwendeten $Q - \Delta h$ -Beziehung identische Ergebnisse, auch wenn das Konvergenzverhalten der beiden Ansätze deutlich voneinander abweicht.

In Abbildung 21 ist die pro Zeitschritt benötigte Anzahl an Iterationen als Ganglinie dargestellt. Die Anzahl der Iterationen wurde auf 30 begrenzt, die Fehlergrenze auf 0,005 gesetzt. Diese beiden Werte entsprechen der programminternen standardmäßigen Belegung beider Variablen.

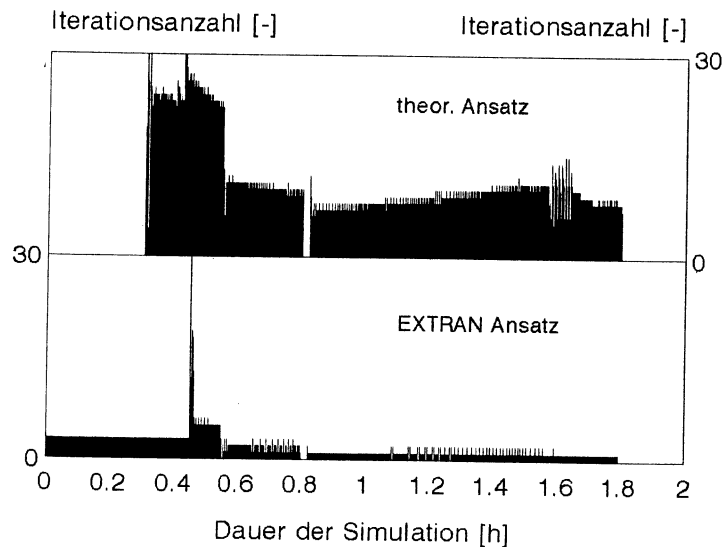


Abbildung 21: Anzahl der Iterationen (Ganglinie)

Es ist erkennbar, daß sich bei der 'normalen' EXTRAN - Simulation zu Simulationsbeginn an die Berechnung der Zustandsgrößen der unbekannten Zeitebene jeweils Iterationen anschließen, obwohl es sich theoretisch um einen stationären Fließzustand handelt. Die Simulation mit dem theoretisch abgeleiteten Ansatz benötigt in diesem Zeitraum keine Iterationen, was insofern sinnvoll ist, als die Zustandsgrößen bei stationärer Belastung zeitlich unveränderlich sein müssen.

Nach dem Erreichen des Zeitpunktes, an dem beide Simulationen dieselben Ergebnisse liefern, zeigt sich, daß der in EXTRAN verwendete Ansatz deutlich schneller, d.h. mit weniger Iterationen zur Lösung konvergiert und damit Berechnungszeit eingespart wird.

Diese Unterschiede im Konvergenzverhalten waren auch bei anderen Vergleichssimulationen mit verschiedenen Systemen und Belastungen zu beobachten. Es kann daher im Rahmen dieser Arbeit keine Auskunft gegeben werden, ob die in EXTRAN implementierte Form der $Q - \Delta h$ -Beziehung der Beschleunigung der Konvergenz dienen soll oder ob es sich tatsächlich um einen Fehler in der Programmierung handelt. Letztendlich werden mit EXTRAN jedoch in einigen Ausnahmefällen unzuverlässige Ergebnisse berechnet, wie anhand der Ganglinien für die als Beispiel ausgewählte Simulation dokumentiert werden konnte, so daß eine Änderung des Programmcodes sinnvoll ist, auch wenn sich die Berechnungszeit erhöht.

3.2.2.2 Änderung des Iterationsverfahrens

Innerhalb dieses Kapitels soll zum einen beispielhaft gezeigt werden, wie Änderungen des Durchflusses in einer Haltung zu unrealistischen Wasserstandsänderungen in den angrenzenden Schächten führen können und zum anderen anhand der verwendeten Gleichungen dargestellt werden, wie diese Schwankungen vermieden werden können.

Betrachtet wird wiederum das in Kapitel 3.2.1.3 vorgestellte System '4HALTUNG' (Abbildung 14). Das System wird in diesem Beispiel mit den in Abbildung 22 dargestellten Zuflußganglinien belastet, wobei diese künstlichen Oberflächenabflußwellen erneut nur Schacht 1 zugegeben werden. Nach der Berechnung eines stationären Fließzustandes für einen konstanten Oberflächenabfluß von $0,25 \text{ m}^3/\text{s}$ bzw. $0,28 \text{ m}^3/\text{s}$ wird der Zufluß innerhalb eines Zeitschrittes von $\Delta t=10\text{s}$ auf jeweils $0,30 \text{ m}^3/\text{s}$ erhöht.

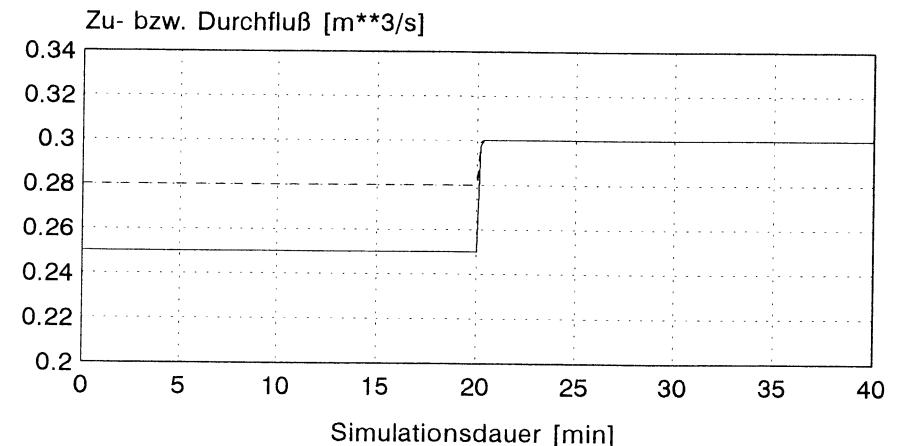


Abbildung 22: Zuflußganglinien zum Schacht 1 des Systems '4HALTUNG'

Zur Erfüllung der Kontinuitätsbedingung $\Sigma Q = 0$ an Schacht 1 muß sich folglich auch der Durchfluß in Haltung 1 innerhalb des betrachteten Zeitschritts von 0.25 bzw. 0.28 auf 0.30 m³/s erhöhen. Daher muß sich zur Erfüllung der Kontinuitätsbedingung an Schacht 2 auch der Durchfluß in Haltung 2 innerhalb desselben Zeitschrittes auf 0.3 m³/s erhöhen usw.. Die Durchflußganglinien in allen vier Haltungen entsprechen somit den in Abbildung 22 gezeigten Zuflußganglinien zum Schacht 1 (nach diesem Prinzip würden sich bei einer ausreichenden Anzahl an Iterationen die Durchflußganglinien in einer beliebigen Anzahl von hintereinandergeschalteten Haltungen aufgrund einer Veränderung des Zuflusses zum obersten Schacht einstellen).

Die Durchflüsse in den an einstauenden Schächten angrenzenden Haltungen sind damit zu jedem Zeitpunkt nur abhängig vom aktuellen Oberflächenzufluß und unabhängig von den Durchflüssen zum Zeitpunkt t.

Im Gegensatz dazu besitzen die Durchflüsse zum Zeitpunkt t einen Einfluß auf die Wasserstände zum Zeitpunkt t+Δt, obwohl die bei der Einstauiteration angewendeten Formeln für die Berechnung der Druckhöhen keine Zustandsgrößen der bekannten Zeitebene t beinhalten (siehe 3.2.2.1). Dieser scheinbare Widerspruch liegt darin begründet, daß nur für die Berechnung der Wasserstände eine Iterationsformel benutzt wird, die Berechnung der Durchflüsse jedoch wie bei dem Verfahren ohne Einstauiteration mit Hilfe der Bewegungsgleichung

$$Q_{t+\Delta t} = \frac{1}{1 + \frac{\Delta t \cdot |v_t| \cdot \lambda}{2 \cdot D_{hy}}} \cdot \left(Q_t - g \cdot A \cdot \Delta t \cdot \frac{\Delta h}{L} \right)$$

vorgenommen wird, in der zwar für die Geschwindigkeit v und den Widerstandsbeiwert λ die Werte des letzten Iterationsschrittes, für Q_t jedoch jeweils der Durchfluß des letzten Zeitschrittes verwendet wird.

In dem betrachteten Beispiel erfordert die Erfüllung der Kontinuitätsbedingung das Anwachsen der Durchflüsse in den Haltungen auf Q_{t+Δt} = 0.3 m³/s innerhalb eines Zeitschrittes. Daraus folgt, daß Δh innerhalb desselben Zeitschrittes umso größer berechnet werden muß, je größer der Unterschied zwischen Q_{t+Δt} und Q_t ist. Dieses führt kurzfristig zu unrealistischen Wasserstandsänderungen in den Schächten, wie Ausschnitte der Ganglinien für die Schächte 1 bis 4 in Anlage 5 B belegen.

Das Lösungsverfahren ist folglich insofern inkonsistent, als Durchflüsse unabhängig von Zustandsgrößen zum Zeitpunkt t, Wasserstände (Druckhöhen) jedoch abhängig von Zustandsgrößen des Zeitpunktes t berechnet werden.

Zur Vermeidung dieser Schwankungen müßte entsprechend der Vorgehensweise bei der Ableitung der Iterationsformel zur Ermittlung der Wasserstände die Bewegungsgleichung ebenfalls in eine iterative Form überführt werden:

$$Q_k = \frac{1}{1 + \frac{\Delta t \cdot |v_{k-1}| \cdot \lambda_{k-1}}{2 \cdot D_{hy}}} \cdot \left(Q_{k-1} - g \cdot A \cdot \Delta t \cdot \frac{\Delta h_{k-1}}{L} \right)$$

Für Q_k = Q_{k-1} ergibt sich dann eine Beziehung zwischen Q und Δh, die derjenigen entspricht, die bei der theoretischen Ableitung der Iterationsformel zur Berechnung der Druckhöhen in Kapitel 3.2.2.1 verwendet wurde:

$$\frac{Q}{\Delta h} = \frac{2 \cdot D_{hy} \cdot g \cdot A^2}{\lambda \cdot L \cdot |Q|}$$

3.2.2.3 Numerische Instabilitäten

In einem weiteren Beispiel soll ein möglicher Einfluß der die Iterationsschleife steuernden Parameter MAXSUR und TOLSUR auf die Ergebnisse gezeigt werden. In der EXTRAN-Modellbeschreibung wird empfohlen, mit einer maximalen Anzahl von 30 Iterationsschritten und einer Fehlergrenze von 0.005 zu rechnen. Sofern am Ende der Simulation dennoch ein relativ großer Volumenfehler auftritt, also eine bedeutende Differenz zwischen Zuflußvolumen einerseits und der Summe aus Abfluß- und Restvolumen im System andererseits, so sollten beide Parameter variiert und die Simulation wiederholt werden. Theoretisch ist zu erwarten, daß eine Berechnung mit einer größeren Iterationsanzahl und kleinerer Fehlergrenze ein verbessertes Ergebnis liefert.

Es zeigte sich jedoch bei der Simulation komplexerer Systeme keine Abhängigkeit des Volumenfehlers von der Größe der Parameter MAXSUR und TOLSUR. Tatsächlich konnten bei Berechnungen mit einer sehr großen Anzahl an Iterationen und sehr kleiner Fehlergrenze zum Teil extreme Schwankungen in den Wasserstandsganglinien beobachtet werden, deren Ursachen offensichtlich in numerischen Ungenauigkeiten infolge der Vielzahl der durchgeführten Berechnungsschritte liegen.

Für bestimmte Belastungen kann das Auftreten dieser numerischen Instabilitäten auch an einfachen Systemen wie dem System '4HALTUNG' gezeigt werden. Die Simulationen wurden jeweils mit der in Anlage 5 C (oben) gezeigten Zuflußganglinie zu Schacht 1 durchgeführt. Der künstliche Oberflächenabfluß wird nach Berechnung eines stabilen (stationären) Zustandes für 0.2 m³/s innerhalb von 5 Minuten auf 0.18 m³/s reduziert und bleibt in der Folgezeit konstant.

Den Parametern MAXSUR und TOLSUR wurden folgende Werte zugewiesen:

- i. MAXSUR = 30 TOLSUR = 0.005 (gestrichelte Linie)
- ii. MAXSUR = 1000 TOLSUR = 0.0001 (durchgezogene Linie)

Da die Vollfüllungsleistung der Haltungen für drucklosen Abfluß 0.169 m³/s beträgt (siehe 3.2.1.3), müssen alle Schächte auch nach Reduzierung des Oberflächenzuflusses weiterhin eingestaut sein. Die Durchflußganglinien in allen Haltungen müssen sich zur Erfüllung der Kontinuitätsbedingung an allen Schächten entsprechend dem in Kapitel 3.2.2.2 dargestellten Beispiel ohne zeitliche Verzögerung dem veränderten Zufluß zu Schacht 1 anpassen, womit die Durchflußganglinien auch in diesem Beispiel exakt der Zuflußganglinie entsprechen. Erstaunlicherweise zeigen jedoch die in Anlage 5 C dargestellten Wasserstandsganglinien in den Schächten 1 und 2 für die beiden Parameterkombinationen deutliche Abweichungen voneinander. Da die Simulation mit der größeren Anzahl an Iterationen und der kleineren Fehlergrenze theoretisch ein verbessertes Ergebnis liefern müßte (der Fehler bei der Erfüllung der Kontinuitätsbedingung an allen Schächten ist kleiner), sind die starken Schwankungen in den Wasserstandsganglinien nur mit numerischen Ungenauigkeiten infolge der wesentlich größeren

Anzahl an Berechnungen zu erklären. Die Wasserstandsganglinien der Schächte 3 und 4 weisen einen qualitativ ähnlichen Verlauf auf.

3.3 Schlußbemerkung zum hydrodynamischen Transportmodell EXTRAN

Die Darstellung der in EXTRAN implementierten Lösungsalgorithmen und die für den Berechnungsablauf mit und ohne Einstauiteration gezeigten Beispiele haben gezeigt, daß das Modell für bestimmte Systeme und Belastungen nicht oder nur für bestimmte Kombinationen von Modell- und Steuerungsparametern in der Lage ist, sinnvolle Ergebnisse zu berechnen. Natürlich handelt es sich bei den in dieser Arbeit gezeigten Simulationsergebnissen überwiegend um Beispiele, die verschiedene Unzulänglichkeiten von EXTRAN dokumentieren, obwohl diese nicht die Regel sind oder sich nicht immer in der gezeigten Deutlichkeit auswirken. Die dargestellten Beispiele sind jedoch nicht zufällig ausgewählt, sondern beruhen auf Erfahrung bei der Anwendung des Modells einerseits und der detaillierten Auseinandersetzung mit den in EXTRAN implementierten Berechnungsabläufen andererseits. Die in Kapitel 3 vorgestellten Zusammenhänge können damit eventuell dazu beitragen, das Modell EXTRAN und innerhalb dessen insbesondere den hydrodynamischen Berechnungsteil über die Modellbeschreibung hinaus besser kennenzulernen und mögliche Probleme bei der Anwendung zu lösen. Auf eine Beschreibung der für die Sonderbauwerke verwendeten Berechnungsabläufe und ihrer Einbindung in den hydrodynamischen Berechnungsteil wurde im Rahmen dieser Arbeit verzichtet. Letztendlich können jedoch auch dort Ursachen für Instabilitäten liegen.

4 Das hydrodynamische Transportmodell IMTRAN

Die erste und bei Abschluß dieser Arbeit aktuelle Version des hydrodynamischen Transportmodells IMTRAN wurde im Zeitraum Mai bis August 1992 von AMAR KHELIL und VOLKER HUHNS am Institut für Wasserwirtschaft (IfW) der Universität Hannover entwickelt. Als Grundlage diente die in Kapitel 3.1.2 beschriebene Programmstruktur des Modells EXTRAN (Version IV.2). Auch IMTRAN ist ein Vorprogramm zur Überprüfung der Eingabedaten vorgeschaltet (IMVOR), an das sich das eigentliche Berechnungsprogramm anschließt. Das Modell IMTRAN gliedert sich entsprechend der in Abbildung 7 gezeigten EXTRAN-Struktur in folgende Berechnungsabschnitte:

- Initialisierung der Variablen
- Einlesen der Übergabedatei INDAT des Vorprogramms
- Hydrologische Trockenwettersimulation
- Hydrodynamische Trockenwettersimulation
- Hydrodynamische Abflußberechnung
- Ausgaben

Zum Teil wurden Unterprogramme neu erstellt, teilweise jedoch auch zusammengefaßt und übersichtlicher programmiert.

Während die Programmstruktur weitgehend erhalten geblieben ist, ist der hydrodynamische Berechnungsteil, sowohl zur Simulation von Trockenwetter als auch zur Simulation des Abflußtransportes aufgrund von Oberflächenabfluß, grundlegend verändert worden. Veranlassung für die Modifizierungen waren die in Kapitel 3 dokumentierten Probleme bei der Anwendung des Modells EXTRAN. Dabei waren insbesondere bei der Simulation von Druckabfluß sinnvolle Ergebnisse in erster Linie abhängig von Modell- und Steuerungsparametern, die ein Anwender vor Simulationsbeginn angeben muß. Wie gezeigt werden konnte, existieren aufgrund der Abhängigkeit von der Systemkonfiguration und der jeweiligen Belastung für diese Eingabeparameter keine Werte, für die numerische Instabilitäten oder unrealistische Schwankungen in Ganglinien mit Sicherheit vermieden werden können.

In dem entwickelten Modell IMTRAN wird der Einfluß von Modell- und Steuerungsparametern durch einen veränderten Lösungsalgorithmus reduziert. Das SAINT-VENANT'SCHE Differentialgleichungssystem wird mit Hilfe eines impliziten Differenzenverfahrens gelöst (**IMTRAN** = **IM**plizite **TRAN**sportberechnung). Zudem wird die Stabilität der Lösung für jeden berechneten Zeitschritt überprüft und die Berechnung mit kleineren Zeitschritten durchgeführt, falls die Kriterien für eine stabile Lösung nicht erfüllt sind.

Im Rahmen dieser Arbeit werden die ersten mit dem neuen Modell berechneten Ergebnisse vorgestellt.

4.1 Lösung des SAINT – VENANT'SCHEN Gleichungssystems

Entsprechend der Vorgehensweise in EXTRAN wird auch in IMTRAN die Kontinuitätsgleichung zur Berechnung der Schachtwasserstände und die Bewegungsgleichung zur Berechnung der Abflüsse in den Haltungen angewendet. Beiden Modellen ist folglich gemeinsam, daß der Fließzustand in einer Haltung insofern undifferenziert betrachtet wird, als für jeden Zeitschritt ein repräsentativer Abfluß berechnet wird. In EXTRAN werden die unbekannten Zustandsgrößen mit Hilfe des –expliziten– modifizierten Euler-Verfahrens ermittelt, in IMTRAN ist ein implizites Schema implementiert.

In Kapitel 2.3.2.2 wurden bereits die Grundzüge eines impliziten Differenzenverfahrens beschrieben. Der wichtigste Unterschied zu einer expliziten Methode, bei der eine unbekannte Zustandsgröße Z direkt (explizit) aus bekannten Zustandsgrößen ermittelt wird, besteht in der Verknüpfung der unbekannten Zustandsgrößen untereinander. Es entsteht damit ein Gleichungssystem, in dem die einzelnen Gleichungen in der Regel mehr als eine unbekannte Zustandsgröße enthalten. Diese können somit nur durch Lösung des gesamten Gleichungssystems bestimmt werden.

Dieser prinzipielle Unterschied soll im folgenden an einem Beispiel erläutert werden. Vereinfachend wird dafür das Charakteristikum des in EXTRAN verwendeten Verfahrens, Hilfsgrößen zum Halbschritt $t + \Delta t/2$ zu berechnen, vernachlässigt. Betrachtet wird der in Abbildung 23 dargestellte Teil eines Systems:

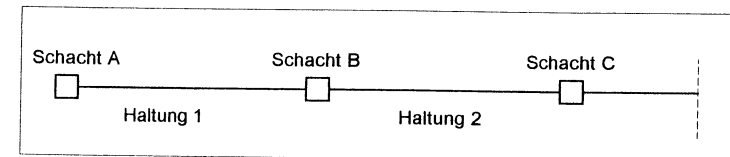


Abbildung 23: Prinzipskizze eines Beispielsystems zur Veranschaulichung der unterschiedlichen Vorgehensweisen bei der Berechnung der unbekannten Zustandsgrößen mit einem expliziten und einem impliziten Differenzenverfahren

Unter der Voraussetzung, daß zu einem Zeitpunkt t alle Schachtwasserstände $h_{A,t}$, $h_{B,t}$ und $h_{C,t}$ sowie die Abflüsse in den Haltungen $Q_{1,t}$ und $Q_{2,t}$ bekannt sind, werden die Zustandsgrößen zum Zeitpunkt $t + \Delta t$ bei Anwendung eines expliziten Differenzenverfahrens im allgemeinen wie folgt bestimmt:

$$\begin{vmatrix} 1 & \alpha_2 & 0 & . & . & . \\ \beta_1 & 1 & \beta_3 & 0 & . & . \\ 0 & \chi_2 & 1 & \chi_4 & 0 & . \\ . & 0 & \varepsilon_3 & 1 & \varepsilon_5 & . \\ . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} h_{A,t} \\ Q_{1,t} \\ h_{B,t} \\ Q_{2,t} \\ h_{C,t} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} h_{A,t+\Delta t} \\ Q_{1,t+\Delta t} \\ h_{B,t+\Delta t} \\ Q_{2,t+\Delta t} \\ . \end{vmatrix}$$

Die erste Matrix beinhaltet die Koeffizienten, die bei Anwendung eines expliziten Verfahrens alle zum Zeitpunkt t berechnet werden. Durch Multiplikation dieser Koeffizientenmatrix mit dem Zustandsvektor zum Zeitpunkt t wird der Zustandsvektor zum Zeitpunkt $t+\Delta t$ ermittelt. Da in dem betrachteten Systemausschnitt keine Verzweigungen existieren, sind in der Koeffizientenmatrix lediglich die Diagonal- sowie die benachbarten Werte besetzt. Damit ist beispielsweise der Wasserstand im Schacht B zum Zeitpunkt $t+\Delta t$ nur abhängig von $h_{B,t}$ und den Abflüssen in den am Schacht angeschlossenen Haltungen $Q_{1,t}$ und $Q_{2,t}$.

Tatsächlich ist eine unbekannte Zustandsgröße zum Zeitpunkt $t+\Delta t$ natürlich auch abhängig von Zustandsgrößen der gleichen Zeitebene. So wird der Wasserstand im Schacht B nicht nur von den Abflüssen in den angrenzenden Haltungen zum Zeitpunkt t , sondern auch durch $Q_{1,t+\Delta t}$ und $Q_{2,t+\Delta t}$ beeinflusst - und umgekehrt. Dieses wird bei der Anwendung eines impliziten Verfahrens berücksichtigt. Es entsteht ein Gleichungssystem, in dem der Wert einer unbekannten Zustandsgröße zum Zeitpunkt $t+\Delta t$ abhängig von Zustandsgrößen zu den Zeitpunkten t und $t+\Delta t$ bestimmt wird. In IMTRAN wird dieses Gleichungssystem mit Hilfe von Iterationen gelöst. Dabei wird für jeden Iterationsschritt i ein verbesserter Zustandsvektor für die unbekannte Zeitebene berechnet. Der unbekannte Zustandsvektor (links vom Gleichheitszeichen) sowie die Koeffizientenmatrizen beinhalten die Zustandsgrößen und Koeffizienten für die Lösung des letzten Iterationsschrittes $i-1$. Die Lösung für den Zustandsvektor zum Zeitpunkt $t+\Delta t$ ist erreicht, wenn die Abweichung jeder einzelnen, neu berechneten Zustandsgröße gegenüber dem Wert des letzten Iterationsschrittes eine bestimmte Grenze unterschritten hat.

1 Koeffizientenmatrix
Iterationsschritt i-1

Zustandsvektor t

2 Koeffizientenmatrix
Iterationsschritt i-1

Zustandsvektor t+Δt
Iterationsschritt i-1

Zustandsvektor t+Δt
Iterationsschritt i

$$\begin{vmatrix} 1 & \eta_2 & 0 & 0 & 0 & . \\ \iota_1 & 1 & \iota_3 & 0 & 0 & . \\ 0 & \kappa_2 & 1 & \kappa_4 & 0 & . \\ 0 & 0 & \mu_3 & 1 & \mu_5 & . \\ . & . & . & . & . & . \\ . & . & . & . & . & . \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} h_{1,t} \\ Q_{1,t} \\ h_{2,t} \\ Q_{2,t} \\ h_{3,t} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 0 & \nu_2 & 0 & 0 & 0 & . \\ \vartheta_1 & 0 & \vartheta_3 & 0 & 0 & . \\ 0 & \sigma_2 & 0 & \sigma_4 & 0 & . \\ 0 & 0 & \omega_3 & 0 & \omega_5 & . \\ . & . & . & . & . & . \end{vmatrix} \cdot \begin{vmatrix} h_{1,t+\Delta t} \\ Q_{1,t+\Delta t} \\ h_{2,t+\Delta t} \\ Q_{2,t+\Delta t} \\ h_{3,t+\Delta t} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} h_{1,t+\Delta t} \\ Q_{1,t+\Delta t} \\ h_{2,t+\Delta t} \\ Q_{2,t+\Delta t} \\ . \end{vmatrix}$$

Es handelt sich bei dieser Beschreibung der Unterschiede in den Lösungsverfahren –wie bereits erwähnt– um eine prinzipielle Darstellung, die die speziellen Charakteristika der verschiedenen expliziten und impliziten Methoden selbstverständlich nicht alle berücksichtigt. Zudem werden in dem betrachteten Beispiel Oberflächenzuflüsse zu den Schächten vernachlässigt, die bei beiden Lösungsverfahren als Konstanten in das Gleichungssystem mit einbezogen werden müssen.

4.1.1 Die Form der Bewegungsgleichung

Ausgehend von der in Kapitel 2.1 abgeleiteten Form der Bewegungsgleichung

$$\frac{\partial Q}{\partial t} - 2 \cdot v \cdot \frac{\partial A}{\partial t} - v^2 \cdot \frac{\partial A}{\partial x} + g \cdot A \cdot \frac{\partial h}{\partial x} + g \cdot A \cdot I_R = 0$$

und der Definition des Reibungsgefälles I_R für den Rauheitsansatz nach COLEBROOK-WHITE

$$I_R = \lambda \cdot \frac{1}{d_{hy}} \cdot \frac{v^2}{2 \cdot g}$$

werden in IMTRAN zur Approximation der partiellen Ableitung einer Zustandsgröße Z folgende Differenzenquotienten benutzt:

$$\frac{\partial Z}{\partial t} = \frac{Z_{t+\Delta t} - Z_t}{\Delta t}$$

$$\frac{\partial Z}{\partial x} = \theta \cdot \frac{Z_{2,t+\Delta t} - Z_{1,t+\Delta t}}{L} + (1-\theta) \cdot \frac{Z_{2,t} - Z_{1,t}}{L}$$

Während sowohl in EXTRAN als auch in IMTRAN derselbe Differenzenquotient zur Annäherung der partiellen Zeitableitung verwendet wird, wird für die Wegableitung in IMTRAN die Differenzenform des in Kapitel 2.3.2.2 beschriebenen Preissmann-4-Punkte-Schemas benutzt. Durch den Crank - Nicholson - Faktor θ erfolgt dabei eine Wichtung innerhalb des Zeitraums zwischen der bekannten und unbekannten Zeitebene. Entsprechend der Definition in EXTRAN entsprechen die Zustandsgrößen Z_1 und Z_2 den Werten am Haltungsanfang und -ende.

In IMTRAN werden alle Koeffizienten sowie der Rauheitsterm ebenfalls mit dem Faktor θ gewichtet, so daß sich folgende, implizite Form der Bewegungsgleichung ergibt (eine gewichtete Zustandsgröße ist dabei mit dem Zusatz " θ " gekennzeichnet):

$$Q_{t+\Delta t} = Q_t + 2 \cdot v_\theta \cdot (A_{t+\Delta t} - A_t) + v_\theta^2 \cdot \Delta t \cdot \frac{(A_{2\theta} - A_{1\theta})}{L} - g \cdot A_\theta \cdot \Delta t \cdot \frac{(h_{2\theta} - h_{1\theta})}{L} - \frac{\lambda_\theta \cdot \Delta t}{2 \cdot d_{hy\theta} \cdot A_\theta} \cdot |Q_\theta| \cdot Q_\theta$$

In Anlehnung an die in 4.1 vorgestellte prinzipielle Vorgehensweise der iterativen Ermittlung der Zustandsgrößen zum Zeitpunkt $t+\Delta t$ ist die Lösung für den Abfluß $Q_{t+\Delta t}$ dann erreicht, wenn sie der des letzten Iterationsschrittes entspricht bzw. sich nur um eine definierte zulässige Abweichung

von dieser unterscheidet. Dieses ist dann der Fall, wenn alle in der Gleichung enthaltenen und vom Fließzustand in der Zeitebene $t+\Delta t$ abhängigen Zustandsgrößen und Koeffizienten auch nach der Berechnung neuer Wasserstände in den angrenzenden Schächten (näherungsweise) konstant bleiben.

4.1.2 Die Form der Kontinuitätsgleichung

Die Ausführungen in den Kapiteln 3.2.1.2 und 3.2.2.1 haben gezeigt, daß die Berechnung der Schachtwasserstände (bzw. Druckhöhen) in EXTRAN je nach gewähltem Berechnungsablauf (mit und ohne Einstauiterationen) zu verschiedenen Ergebnissen führt und die Verfahren bei Einstau grundsätzlich voneinander abweichen. Insbesondere bei Einstau besitzen dabei die vom Anwender anzugebenden Modell- und Steuerungsparameter (minimale Schachtoberfläche, maximale Anzahl der Einstauiterationen, Fehlergrenze zum Abbruch der Einstauiterationen) einen bedeutenden Einfluß auf die Ergebnisse.

In dem Modell IMTRAN wird der Einfluß dieser nicht auf Kanalnetzdaten basierenden Parameter reduziert. Die Ermittlung der Schachtwasserstände erfolgt dabei mit Hilfe einer Kontinuitätsgleichung, deren Form weitgehend der in EXTRAN implementierten Form bei der Berechnung ohne Einstauiteration entspricht. Jeder Schacht besitzt damit auch bei Einstau grundsätzlich eine Oberfläche und damit ein gewisses Speichervolumen, sofern der Wasserstand unterhalb der Geländeöhe liegt. Bei Überstau wird der Wasserstand im Schacht entsprechend der Vorgehensweise in EXTRAN der Geländeöhe gleichgesetzt.

Unterschiede zwischen den beiden Modellen bestehen zum einen in der Berechnung der Schachtoberflächen bei Einstau und in der Berücksichtigung gewichteter Zustandsgrößen zwischen den Zeitpunkten t und $t+\Delta t$. Das Verfahren zur Ermittlung der Schachtoberflächen wird in 4.1.2.1 beschrieben, die Wichtung erfolgt analog zu den Koeffizienten in der Bewegungsgleichung mit einem Faktor θ .

Die in IMTRAN verwendete Form der Kontinuitätsgleichung lautet damit:

$$h_{t+\Delta t} = h_t + \frac{\sum_{i=1}^n Q_{i\theta}}{A_{S\theta}} \cdot \Delta t$$

Der Term $\sum Q$ beinhaltet die Summe aller Zu- und Abflüsse der angeschlossenen Haltungen (und Sonderbauwerke). Zuflüsse zum Schacht werden dabei positiv, Abflüsse negativ definiert. Oberflächenzuflüsse, eingeschlossen eventuelle Überstauvolumina bezogen auf den Zeitschritt Δt , werden ebenfalls in diesem Term berücksichtigt. Diese werden jedoch nicht gewichtet, da in IMTRAN für jeden Zeitschritt und für jeden Schacht ein gemittelter Oberflächenzufluß bestimmt wird.

4.1.2.1 Ermittlung der Schachtoberflächen

In Kapitel 3.2.1.2 'Lösung der Kontinuitätsgleichung' wurde die in EXTRAN implementierte Vorgehensweise zur Ermittlung der Schachtoberflächen bei Freispiegelabfluß beschrieben. In der Regel wird einem Schacht dabei etwa die Hälfte der zu diesem Zeitpunkt vorhandenen Wasserspiegeloberflächen in den an den Schacht angrenzenden Haltungen zugeordnet. Diese Methode wird einschließlich der berücksichtigten Sonderfälle (Anlage 2 B) auch in IMTRAN angewendet, im Gegensatz zu EXTRAN jedoch auch zur Berechnung von Oberflächen bei Einstau eines Schachtes und (näherungsweise) Druckabfluß in den angrenzenden Haltungen beibehalten. Dieses Vorgehen stützt sich auf den in der Literatur [PREISSMANN; 1974] [VERWORN; 1980] [CUNGE, MAZAUDOU; 1984] [DANISH HYDRAULIC INSTITUT; 1989] zahlreich beschriebenen Grundgedanken, daß das für Freispiegelabfluß gültige SAINT-VENANT'SCHE Gleichungssystem in guter Näherung auch zur Berechnung von Druckabfluß ohne freie Oberfläche herangezogen werden kann durch Einführung eines schmalen Spaltes über die Profilhöhe hinaus. Diese Methode, jeden in Realität geschlossenen Querschnitt im Modell als offenen Querschnitt zu betrachten, wurde von PREISSMANN entwickelt, weshalb der fiktive Spalt auch als 'Preissmann - Slot' bezeichnet wird.

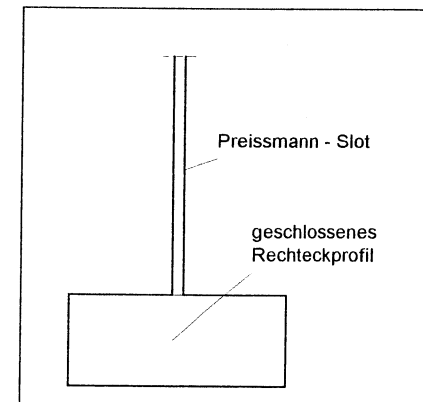


Abbildung 24:

Definition des 'Preissmann-Slot' (Beispiel Rechteckprofil)

Unter der Voraussetzung, daß jede Haltung einen 'Preissmann-Slot' besitzt, der vom Profilscheitel bis zur Geländeoberkante reicht, kann jedem Schacht auch bei Einstau aller angrenzenden Haltungen eine Oberfläche zugeordnet werden. Diese Oberfläche entspricht dann der Hälfte der Summe der Wasserspiegeloberflächen in den 'Preissmann-Slots' der angrenzenden Haltungen.

Die Breite des Spaltes wird in IMTRAN abhängig von den Querschnittswerten einer Haltung bestimmt. Zudem wird eine Übergangsfunktion benutzt, um für den Übergang zwischen Freispiegel- und Druckabfluß in einer Haltung eine sprunghafte Reduzierung der Wasserspiegel- und damit der Schachtoberfläche zu vermeiden. Abbildung 24 zeigt, daß insbesondere bei

Rechteckprofilen die freie Oberfläche schlagartig kleiner wird, sobald der Wasserstand in einer Haltung die Profilhöhe erreicht.

In IMTRAN wird zu diesem Zweck eine exponentielle Übergangsfunktion verwendet, die derjenigen entspricht, die in EXTRAN für den Berechnungsablauf mit Einstauiterationen das Auftreten von Schwingungen vermeiden soll, die durch die Verwendung der unterschiedlichen Ansätze zur Berechnung der Wasserstände in nicht eingestauten und eingestauten Schächten auftreten (Kapitel 3.2.2.1). In EXTRAN wird diese Funktion jedoch lediglich angewendet im Bereich des 0.96 bis 1.25 - fachen des höchsten am Schacht angeschlossenen Rohrscheitels bezogen auf die Schachtsohle. Darüber hinaus wird die Schachtoberfläche zu Null gesetzt.

In IMTRAN wird mit Hilfe dieser Funktion die Breite B des 'Preissmann-Slot' im Bereich des 0.96 bis 1.25 - fachen der Profilhöhe einer Haltung berechnet. Steigt der Schachtwasserstand y –bezogen auf die Haltungssohle– über das 1.25 - fache der Profilhöhe d hinaus, so bleibt B entsprechend der Breite für $y = 1.25 \cdot d$ konstant (Abbildung 25) und beträgt dann ca. 1% der Wasserspiegelbreite für $y = 0.96 \cdot d$:

- $0.96 \cdot d \geq y$ $B = B(y)$
- $0.96 \cdot d < y \leq 1.25 \cdot d$ $B = B(0.96 \cdot d) \cdot e^{-15 \cdot (y - 0.96 \cdot d) / 0.96 \cdot d}$
- $y > 1.25 \cdot d$ $B \approx 0.01 \cdot B(0.96 \cdot d)$

Die einem Schacht zugeordnete Oberfläche kann damit bereits eine fiktive Oberfläche aufgrund des 'Preissmann-Slot' einer Haltung beinhalten, obwohl der Schacht durch den Anschluß von Haltungen mit höher liegendem Rohrscheitel nicht eingestaut ist.

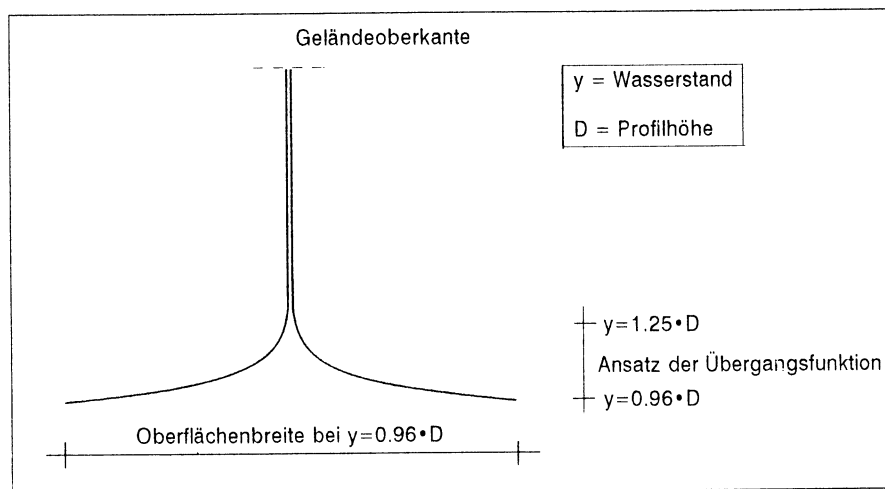


Abbildung 25: Berechnung der Breite des 'Preissmann-Slots' unter Verwendung einer Übergangsfunktion

Die durch die exponentielle Funktion in Abhängigkeit des relativen Wasserstands y/d festgelegte Oberflächenbreite des fiktiven Spaltes entspricht in guter Näherung der im Modell MOUSE [DANISH HYDRAULIC INSTITUT; 1989] implementierten Form des 'Preissmann-Slot'. In der Programmbeschreibung dieses Modells werden für ein Kreisprofil mit einem Durchmesser von $d = 1\text{m}$ folgende Wertepaare y/d und B/d zugeordnet:

y/d	B/d	$y = \text{Wasserstand im Schacht bezogen auf die Rohrsohle [m]}$ $B = \text{Breite des 'Preissmann-Slot' [m]}$ $d = \text{Durchmesser des Kreisprofils [m]}$ (in diesem Fall $d = 1\text{m}$)
0.98	0.3600	
1.00	0.1900	
1.10	0.0166	
1.20	0.0151	
1.50	0.0105	
> 1.50	0.0100	

Zum Vergleich mit der in IMTRAN verwendeten Übergangsfunktion wurden diese Werte im Bereich von $0.96 \cdot y/d$ bis $1.20 \cdot y/d$ an eine exponentielle Funktion angepaßt. Das Ergebnis ist in Abbildung 26 dargestellt.

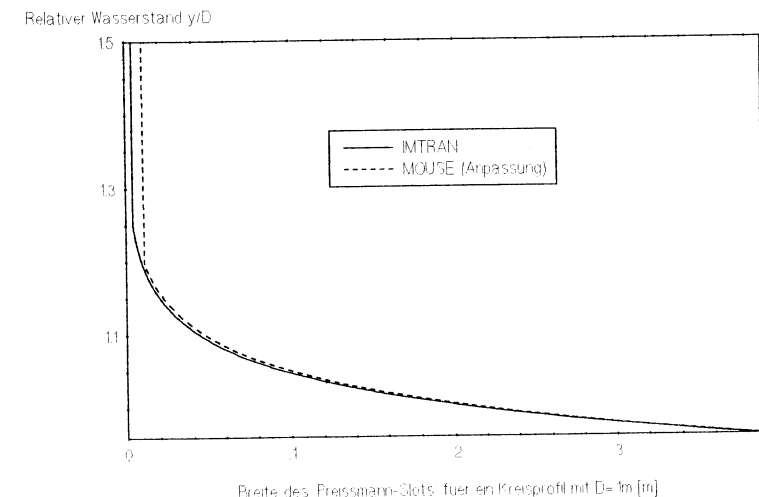


Abbildung 26: Verlauf der Übergangsfunktion zur Berechnung der Breite des 'Preissmann-Slot' in IMTRAN und MOUSE (Vergleich für ein Kreisprofil mit $d=1\text{m}$)

Die exponentielle Abnahme der Oberflächenbreite mit zunehmendem Wasserstand entspricht in MOUSE der Funktion

$$B = B(0.96 \cdot d) \cdot e^{-14.54 \cdot (y - 0.96 d) / 0.96 d}$$

und unterscheidet sich damit nur unwesentlich von der IMTRAN-Beschreibung, bei der die Breite B mit zunehmendem Wasserstand proportional zu e^{-15} reduziert wird. Ein Unterschied besteht im Ansatz der Breite bei höheren Wasserständen. Während die Breite des 'Preissmann-Slot' für das betrachtete Kreisprofil mit einem Durchmesser von 1 m in MOUSE 0.01 m beträgt, wird in IMTRAN mit einem ca. 0.004 m breiten Spalt gerechnet. Die Oberfläche eines eingestauten Schachtes mit zwei angeschlossenen Haltungen der Länge von jeweils 100 m beträgt damit etwa 0.4 m². Die Untersuchung in Kapitel 3.2.1.3 zeigte, daß das in EXTRAN verwendete explizite Lösungsverfahren bei Ansatz von Schachtoberflächen dieser Größenordnung anfällig ist gegenüber numerischen Instabilitäten.

4.1.2.2 Alternative Berechnung der Koeffizienten

In IMTRAN können die Werte innerhalb der Koeffizientenmatrizen abweichend von der Darstellung in den Kapiteln 4.1.1 und 4.1.2, bei der sie mit dem Faktor θ gewichtet werden, alternativ berechnet werden. Der dieser Erweiterung des Programms zugrundeliegende Gedanke soll für die Ermittlung einer repräsentativen Schachtoberfläche zwischen den Zeitpunkten t und $t+\Delta t$ beispielhaft dargestellt werden: Durch die Variable ASCALC kann zur Berechnung einer mittleren Schachtoberfläche A_S zwischen den Zeitpunkten t und $t+\Delta t$ die Anzahl der Berechnungspunkte zwischen $A_{S,t}$ und $A_{S,t+\Delta t}$ bestimmt werden. Damit wird insbesondere im Übergangsbereich zwischen Freispiegelabfluß und angenähertem Druckabfluß berücksichtigt, daß sich die Breite des 'Preissmann-Slot' und damit auch die Schachtoberfläche exponentiell und nicht linear ändert. Zudem kann mit diesem Verfahren auch der Einfluß von Unstetigkeiten reduziert werden, wie sie beispielsweise auftreten, wenn der Wasserstand in einem Schacht die Rohrsohle einer über der Schachtsohle liegenden Haltung erreicht und sich die zugeordnete Schachtoberfläche sprunghaft vergrößert (Abbildung 27).

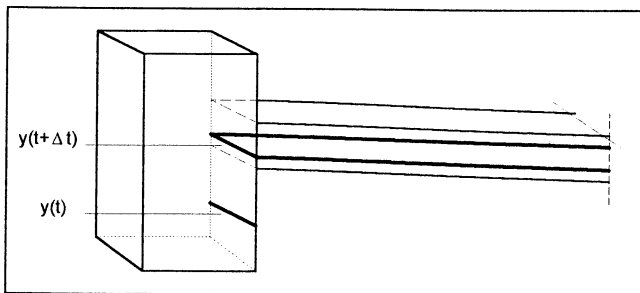


Abbildung 27: Sprunghafte Vergrößerung der Schachtoberfläche bei Erreichen des Wasserstands einer über der Schachtsohle liegenden Rohrsohle (Prinzipskizze)

Abbildung 27 verdeutlicht, daß der Wasserstand $y_{t+\Delta t}$ in dem in Abbildung 27 dargestellten Fall zu niedrig berechnet wird, würde die mittlere ($\theta=0.5$) Schachtoberfläche zwischen den Zeitpunkten t und $t+\Delta t$ in der Kontinuitätsgleichung verwendet. Durch eine Berücksichtigung mehrerer Berechnungspunkte zwischen den Wasserständen y_t und $y_{t+\Delta t}$ wird beachtet, daß das Speichervolumen des Schachtes innerhalb des Zeitschrittes Δt in diesem Beispiel geringer ist als ein Mittelwert der Speichervolumina zwischen beiden Zeitpunkten.

Für ASCALC = n (≥ 2) werden neben der Schachtoberfläche für den Wasserstand $y_t = y_i$ zusätzlich $n-1$ Oberflächen für die Wasserstände

$$y_2 = y_t + 1 \cdot (y_{t+\Delta t} - y_t) / (n-1)$$

$$\text{bis } y_n = y_t + (n-1) \cdot (y_{t+\Delta t} - y_t) / (n-1)$$

ermittelt und die Schachtoberfläche im Anschluß daran durch Mittelwertbildung berechnet:

$$A_S = \frac{A_S(y_t) + \sum_{i=2}^n (A_S(y_i))}{n}$$

Ändert sich die Wasserspiegeloberfläche zwischen den Wasserständen y_t und $y_{t+\Delta t}$ linear, so entspricht die nach diesem Ansatz für beliebiges n berechnete Schachtoberfläche der mittleren Schachtoberfläche zwischen den beiden Wasserständen (entsprechend einem Crank - Nicholson - Faktor $\theta = 0.5$).

4.1.2.3 Berücksichtigung des Wasservolumens bei "negativem" Wasserstand

Ebenso wie in EXTRAN besteht in IMTRAN theoretisch die Möglichkeit, daß der Wasserstand in einem Schacht nach der Lösung der in 4.1.2 dargestellten Kontinuitätsgleichung unterhalb der Schachtsohle liegt, wenn das Abflußvolumen innerhalb des Zeitschrittes Δt größer ist als das zum Zeitpunkt t im Schacht gespeicherte Wasservolumen. Da ein negativer Wasserstand in einem Schacht physikalisch unsinnig ist, wird der Wasserstand der Schachtsohle gleichgesetzt. Durch diese Vorgehensweise wird theoretisch Wasser "erzeugt" und es entsteht ein Volumenfehler. Während dieses virtuelle Wasservolumen in EXTRAN nicht in die Volumenbilanz mit einbezogen wird, wird dieser programminterne Vorgang in der Ausgabedatei von IMTRAN dokumentiert und in der Volumenbilanz berücksichtigt.

Letztendlich ist die Möglichkeit der Berechnung negativer Wasserstände in IMTRAN durch das implizite Lösungsverfahren, bei dem eine gegenseitige Anpassung der Wasserstände und Abflüsse zum Zeitpunkt $t+\Delta t$ stattfindet, kleiner als bei der in EXTRAN implementierten expliziten Methode.

4.2 Berechnungsablauf

Gemäß der Darstellung der Berechnungsabläufe in EXTRAN –mit und ohne Einstauiteration– zeigt Abbildung 28 den Berechnungsablauf bei der Ermittlung der Zustandsgrößen Q und h in IMTRAN. Folgende Größen besitzen dabei einen maßgebenden Einfluß:

- $\Delta t_{\max}$ ist der maximale Berechnungszeitschritt, mit dem die Berechnung der Zustandsgrößen erfolgt. Sofern sich mindestens eine Zustandsgröße Q oder h auch nach Erreichen der maximalen Iterationsanzahl (MAXIT) zur Lösung des Gleichungssystems noch um mehr als einen absoluten Wert (ABBRQ oder ABBRY) von der gleichen Zustandsgröße des letzten Iterationsschrittes unterscheidet, wird der Berechnungszeitschritt halbiert, ganzzahlig gerundet und die Berechnung ausgehend von der bekannten Zeitebene t wiederholt.
- $\Delta t_{\min}$ ist der minimale Berechnungszeitschritt, mit dem die Berechnung der Zustandsgrößen erfolgt. Die Halbierung des Zeitschritts erfolgt folglich nur bis zu einer durch $\Delta t_{\min}$ definierten Grenze. Die Berechnung wird bei Erreichen von $\Delta t_{\min}$ mit dem für diesen Zeitschritt ermittelten Zustandsgrößen fortgesetzt, auch wenn die durch ABBRQ und ABBRY festgelegten Abbruchkriterien nicht erfüllt sind.
- ABBRQ definiert eine absolute Fehlergrenze [m^3/s]. Die Abweichung zwischen dem Abfluß des aktuellen Iterationsschrittes Q_i und des letzten Iterationsschrittes Q_{i-1} muß für jede Haltung (und jedes Sonderbauwerk) kleiner sein als ABBRQ.

Abbruchkriterium (haltungsbezogen):

$$Q_i - Q_{i-1} \leq \text{ABBRQ} \quad (\text{für alle Haltungen})$$

- ABBRY definiert eine absolute Fehlergrenze [m]. Die Abweichung zwischen dem Wasserstand [m] des aktuellen Iterationsschrittes y_i und des letzten Iterationsschrittes y_{i-1} muß für jeden Schacht kleiner sein als ABBRY.

Abbruchkriterium (schachtbezogen):

$$y_i - y_{i-1} \leq \text{ABBRY} \quad (\text{für alle Schächte})$$

- MAXIT ist die Anzahl von Iterationen, die für jeden Zeitschritt Δt zur Lösung des Gleichungssystems maximal durchgeführt werden.

Grundsätzlich erfolgt die Berechnung der unbekannten Zustandsgrößen mit dem Simulationszeitschritt $\Delta t_{\max}$. Dieser Zeitschritt unterliegt im Gegensatz zu dem Berechnungszeitschritt in EXTRAN keiner Limitierung durch die Courant-Bedingung, da das SAINT-VENANT'SCHE Gleichungssystem mit Hilfe eines impliziten Verfahrens gelöst wird. In

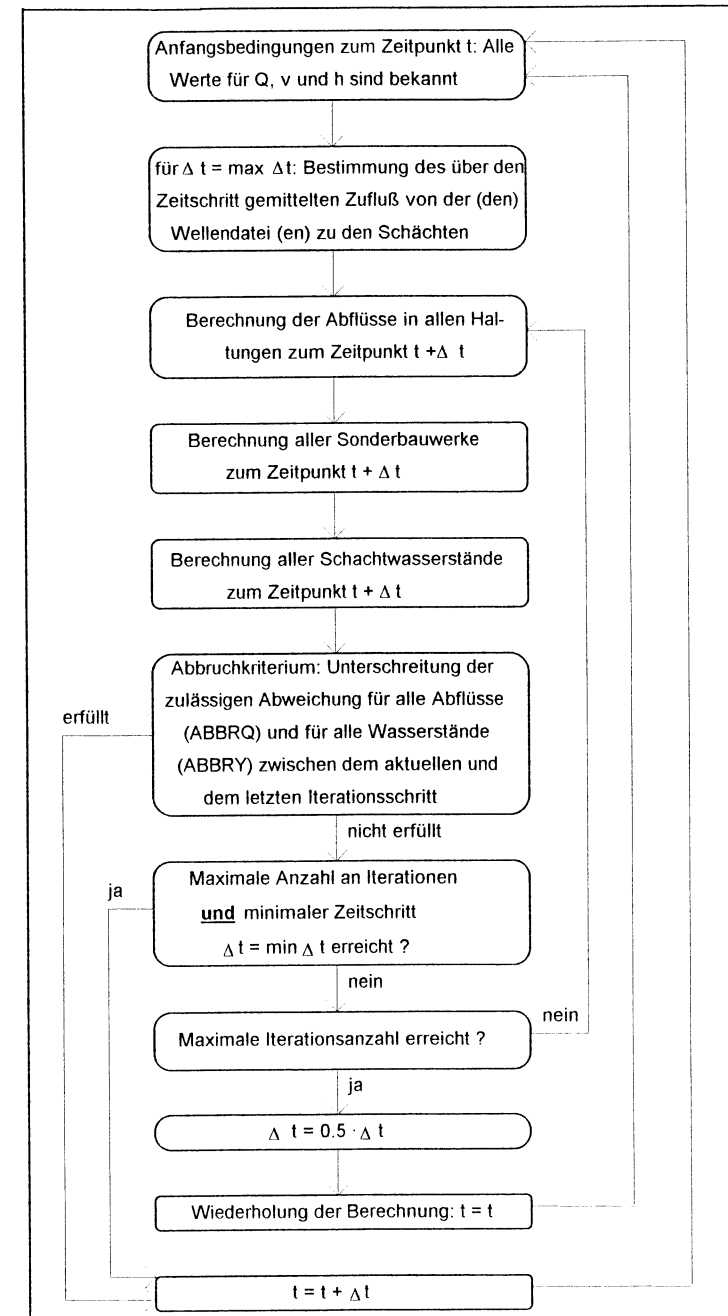


Abbildung 28: Berechnungsablauf in IMTRAN

IMTRAN besteht bei Freispiegelabfluß daher die Möglichkeit, mit einem deutlich größeren Zeitschritt zu rechnen als bei Modellen, deren Lösungsverfahren auf einer expliziten Methode basiert. Sofern trotz der Iterationen keine stabile Lösung erreicht werden kann, wird der Zeitschritt wie beschrieben verkleinert. Je nach Häufigkeit der Halbierungen wird der Zeitschritt $\Delta t_{\max}$ dabei in mehrere kleinere Intervalle unterteilt. An den Intervallgrenzen werden entsprechend der Vorgehensweise für $t = \Delta t_{\max}$ alle Zustandsgrößen berechnet und unter Verwendung dieser Hilfsgrößen die Lösung für den Zeitpunkt $t + \Delta t_{\max}$ ermittelt. Die Gewährleistung dafür, daß die Lösung für den Zeitpunkt $t + \Delta t_{\max}$ auch nach Reduzierung des Zeitschritts und der anschließenden Rundung auf ganzzahlige Sekunden immer berechnet wird, erfolgt programmintern. Nach Berechnung der Zustandsgrößen zum Zeitpunkt $t + \Delta t_{\max}$ wird der Simulationszeitschritt jeweils wieder auf den maximalen Wert gesetzt.

4.3 Beschleunigung der Konvergenz

Abbildung 28 zeigt, daß bei der iterativen Berechnung der Zustandsgrößen die Bewegungsgleichungen jeweils vor den Kontinuitätsgleichungen gelöst werden. Daher haben die für den Zeitschritt Δt maßgebenden Oberflächenzuflüsse im ersten Iterationsschritt keinen Einfluß auf die Berechnung der Abflüsse in den Haltungen. Nach der erstmaligen Berechnung der Schachtwasserstände erfolgt die Abflußberechnung erst im zweiten Iterationsschritt unter Berücksichtigung der aktuellen Oberflächenzuflüsse.

Zur Beschleunigung der Konvergenz kann daher für die Abflüsse im ersten Iterationsschritt die Änderung berücksichtigt werden, die innerhalb des letzten Zeitschritts berechnet wurde. Hierfür kann in IMTRAN der Variablen SLOFAK ein Wert zwischen 0 und 1 zugewiesen werden. Für den ersten Iterationsschritt gilt

$$Q_{t+\Delta t} = Q_t + \text{SLOFAK} \cdot \Delta Q$$

mit

$$\Delta Q = Q_t - Q_{t-\Delta t}$$

Für SLOFAK = 1 entspricht die Änderung der Abflüsse zwischen den Zeitpunkten t und $t + \Delta t$ im ersten Iterationsschritt der berechneten Änderung zwischen den Zeitpunkten $t - \Delta t$ und t . In allen weiteren Iterationsschritten besitzt die Variable SLOFAK auf die Berechnung keinen Einfluß.

5 Erste Simulationsergebnisse des Modells IMTRAN

Die in diesem Kapitel gezeigten Ergebnisse dokumentieren die zur Zeit noch bestehenden Unsicherheiten bei der Berechnung des Abflußtransportes mit IMTRAN. Es treten insbesondere bei der Berechnung von Druckabfluß Instabilitäten auf, die den Schwankungen in den Ganglinien bei Berechnung des Abflußtransportes mit EXTRAN ohne Einstauiteration und Wahl einer kritischen Kombination der Parameter 'Simulationszeitschritt' und 'minimale Schachtoberfläche' äußerlich gleichen (vgl. 3.2.1.3). Die Ursache für das Auftreten der Instabilitäten ist jedoch verschieden, da beide Modelle auf verschiedenen Lösungsverfahren beruhen.

Bis zu diesem Zeitpunkt (August 1992) wurden IMTRAN – Simulationen ausschließlich mit dem innerhalb dieser Arbeit bereits mehrfach vorgestellten System '4HALTUNG' und künstlichen Oberflächenabflußwellen durchgeführt. Da die Ergebnisse dieser Simulationen unabhängig vom Ansatz der den Berechnungsablauf steuernden Parameter Ungenauigkeiten beinhalteten, wurde auf die Berechnung komplizierter Systeme bisher verzichtet.

In dem folgenden Beispiel wird das System '4HALTUNG' mit der in Abbildung 29 dargestellten künstlichen Oberflächenabflußwelle belastet. Diese wird lediglich dem obersten Schacht zugegeben.

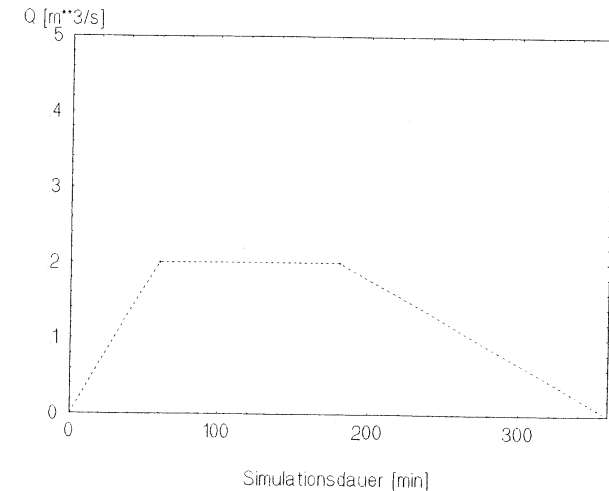


Abbildung 29: Simulation mit IMTRAN: Zuflußganglinie (künstliche Oberflächenabflußwelle) zum Schacht 1 des Systems '4HALTUNG'

Diese Welle entspricht für die ersten drei Stunden der Simulation derjenigen, mit der das Auftreten von Instabilitäten bei der Simulation mit EXTRAN ohne Einstauiteration beispielhaft gezeigt wurde (Abbildung 15). Da die Volfüllungsleistung Q_{voll} der Haltungen bei Normalabfluß $0.169 \text{ m}^3/\text{s}$ beträgt, müssen die Schächte 1 bis 4 des Systems für den Zufluß von $0.2 \text{ m}^3/\text{s}$ einstauen. Die allmähliche Reduzierung des Zuflusses nach der zweistündigen Belastung mit $0.2 \text{ m}^3/\text{s}$ wurde hier

aus dem Grund gewählt, um das Verhalten des Modells beim Übergang von angenähertem Druckabfluß zu Freispiegelabfluß zu untersuchen.

Für die Simulation wurden die folgenden Parameter angesetzt (die Größenordnungen der einzelnen Parameter liegen in Bereichen, die für eine Implementierung in eine zukünftig weiterentwickelte Version von IMTRAN als realistisch angesehen werden können):

- maximaler Berechnungszeitschritt $\Delta t_{\max} = 60$ s
- minimaler Berechnungszeitschritt $\Delta t_{\min} = 1$ s
- maximale Anzahl an Iterationen pro Berechnungszeitschritt MAXIT = 10
- schachtbezogenes Kriterium zum Abbruch der Iterationen ABBRY = 0.005 m
- haltungsbezogenes Kriterium zum Abbruch der Iterationen ABBRQ = 0.005 m³/s
- Crank – Nicholson – Faktor $\theta = 0.6$
- Berücksichtigung der Änderung der Durchflüsse innerhalb des letzten Zeitschritts (Trend) SLOFAK = 0.5

Die Simulation wurde unter der Voraussetzung durchgeführt, daß ein Schacht keine tatsächliche Oberfläche besitzt. Bei Einstau eines Schachtes wird die zur Lösung der Kontinuitätsgleichung erforderliche Speicherfläche ausschließlich aus den fiktiven Oberflächen in den 'Preissmann-Slots' der angrenzenden Haltungen bestimmt.

Abbildung 30 zeigt die berechneten Durchflußganglinien für die Haltungen 1 bis 4.

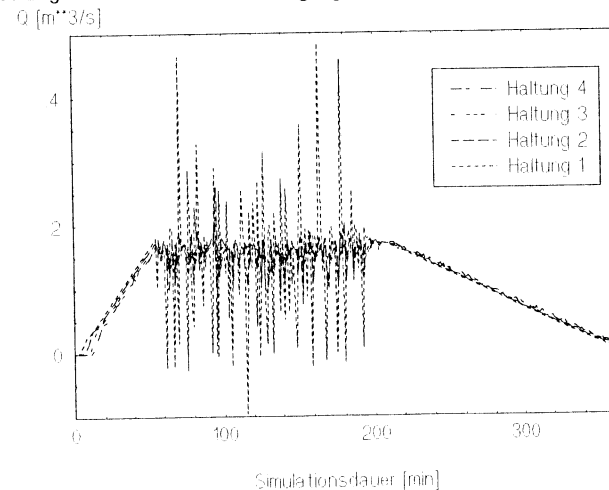


Abbildung 30: Ergebnis der Simulation mit IMTRAN: Durchflußganglinien der Haltungen 1 bis 4

Es wird deutlich, daß IMTRAN für Freispiegelabfluß (0 bis ca. 50 min und ca. 200 bis 360 min der Simulationsdauer) realistische Durchflußganglinien berechnet. Bei Einstau der angrenzenden

Schächte treten jedoch starke Schwankungen auf. Extreme Instabilitäten zeigt dabei die Ganglinie für Haltung 1.

Auch wenn die Ganglinien in der Abbildung, insbesondere im Bereich der Instabilitäten, nicht im einzelnen erkennbar sind, so ist dennoch ablesbar, daß der mittlere Abfluß für jede Haltung deutlich unter dem zu erwartenden Wert von 0.2 m³/s liegt. Der Volumenfehler am Ende der Simulation, also die Differenz zwischen Zuflußvolumen in das System einerseits und der Summe aus Abfluß- und Restvolumen im System andererseits, beträgt daher auch über 13%.

Die Wasserstandsganglinien in Abbildung 31 zeigen ein qualitativ gleichartiges Ergebnis. Für Freispiegelabfluß berechnet IMTRAN plausible Ganglinien, während für angenäherten Druckabfluß extreme Schwankungen auftreten. Dabei liegt der Mittelwert in diesem Zeitraum für alle Schächte unterhalb der Profilhöhe d ($d = 0.5$ m)!

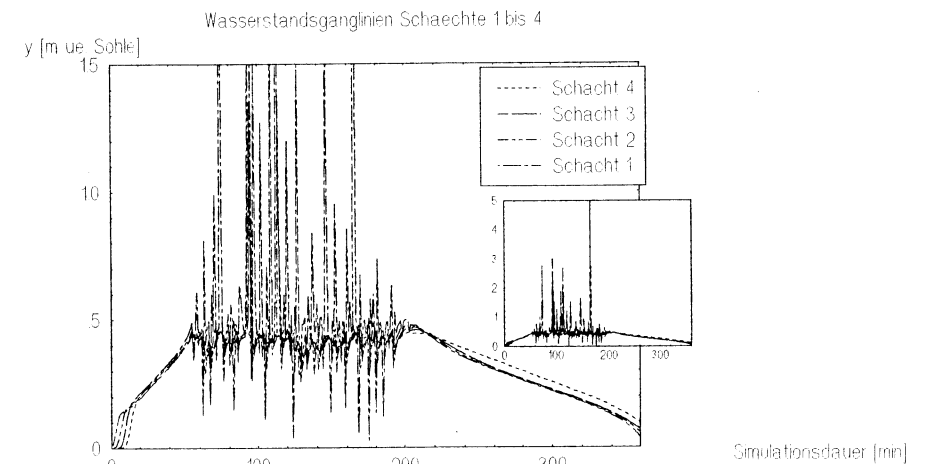


Abbildung 31: Ergebnis der Simulation mit IMTRAN: Wasserstandsganglinien der Schächte 1 bis 4 (Skalierung der Ordinate bis 1.5 m; eingeklinkt: Skalierung bis 5 m)

Dieses Beispiel ist für den gegenwärtigen Entwicklungsstand des Modells IMTRAN repräsentativ. Obwohl der mit 60 s angesetzte Simulationszeitschritt bis auf 1 s reduziert wird, sofern die Kriterien ABBRQ und ABBRY zum Abbruch der Iterationen für größere Zeitschritte nicht erfüllt sind, ist das Modell nicht in der Lage, einen stabilen Zustand für den konstanten Zufluß von 0.2 m³/s zum obersten Schacht zu berechnen.

Das Verhalten des Modells bezüglich der Anpassung des Simulationszeitschrittes an die aktuelle Belastung zeigt Abbildung 32. In dieser Graphik ist der innerhalb des vorgegebenen Berechnungsschrittes $\Delta t_{\max}$ minimal verwendete Zeitschritt über die Dauer der Simulation dargestellt.

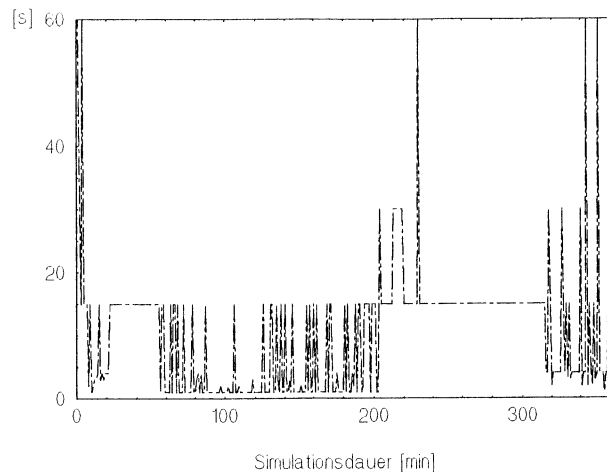


Abbildung 32: Ergebnis der Simulation mit IMTRAN: Minimaler Simulationszeitschritt innerhalb eines Berechnungsschrittes $\Delta t_{\max} = 60$ s

- Bei Freispiegelabfluß beträgt der minimale Berechnungszeitschritt nahezu konstant 15 s. Lediglich bei sehr kleinen Wassertiefen wird der Zeitschritt zum Teil auf unter 5 s reduziert.
- Innerhalb des Simulationszeitraumes, für den theoretisch ein Einstau der Schächte 1 bis 4 berechnet werden sollte, wird bei der überwiegenden Anzahl der Berechnungsschritte der minimale Zeitschritt $\Delta t_{\min} = 1$ s erreicht. Die Durchfluß- und Wasserstandsganglinien beweisen, daß auch für diesen sehr kleinen Zeitschritt keine exakte Lösung berechnet wird. Insgesamt konnte IMTRAN für $\Delta t_{\min}$ in 423 Fällen keine stabile Lösung innerhalb der maximal vorgegebenen Anzahl von 10 Iterationen berechnen.

Die folgende Abbildung zeigt die Gesamtanzahl an Iterationen innerhalb eines Berechnungsschrittes $\Delta t_{\max} = 60$ s (Summe der Iterationen für alle Δt innerhalb von $\Delta t_{\max}$):

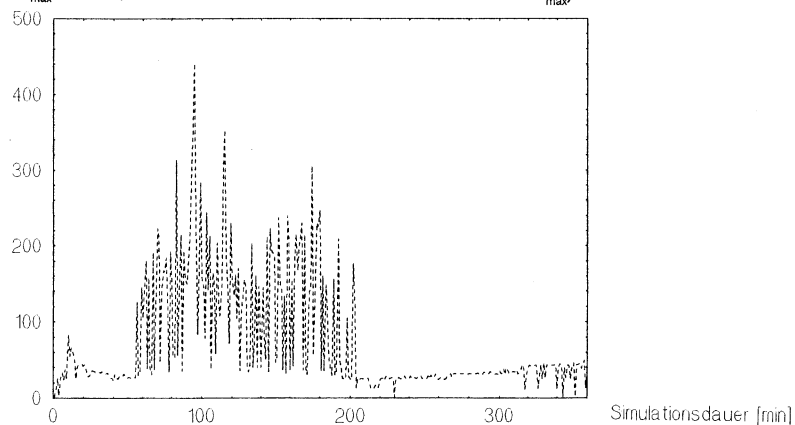


Abbildung 33: Ergebnis der Simulation mit IMTRAN: Gesamtanzahl an Iterationen innerhalb eines Berechnungsschrittes $\Delta t_{\max} = 60$ s

Abbildung 33 bestätigt den erwarteten Zusammenhang zwischen der Größe des Zeitschrittes (Abbildung 32) und der Anzahl an Iterationen. Während des Freispiegelabflusses konvergiert der Iterationsalgorithmus in der Regel bereits für einen Zeitschritt von 15 s zur Lösung. Es werden für jeden Berechnungsschritt daher nur etwa 30 bis 50 Iterationen benötigt. Bei Überlastung des Systems wird der Zeitschritt überwiegend bis auf 1 s reduziert, d.h. die Lösung wurde für größere Δt – und in 423 Fällen auch für $\Delta t_{\min}$ – nach 10 Iterationen nicht erreicht. Innerhalb des maximalen Berechnungszeitschrittes werden daher im Durchschnitt deutlich über 100 Iterationen durchgeführt.

Es wurde bereits darauf hingewiesen, daß die in den Abbildungen 30 und 31 gezeigten Durchfluß- und Wasserstandsganglinien repräsentativ für die mit IMTRAN berechneten Ergebnisse auch bei Variation der einzelnen Parameter sind. Auf die Darstellung weiterer Ganglinien wird daher verzichtet. Statt dessen soll der Einfluß der Veränderung einzelner Parameter auf Bewertungskriterien wie Volumenfehler, Simulationsdauer etc. gezeigt werden. Gegenüber der bisher betrachteten Simulation, die in der nachfolgenden Tabelle als Simulation I bezeichnet wird, wurde in den Simulationen II bis VIII jeweils eine Variable deutlich verändert. Die Veränderung gegenüber Simulation I ist durch die doppelte Umrandung kenntlich gemacht.

Variable	$\Delta t_{\max}$	$\Delta t_{\min}$	MAXIT	ABBRQ	ABBRY	θ	SLOFAK	ASCALC
Simulation	[s]	[s]	[–]	[m³/s]	[m]	[–]	[–]	[–]
I	60	1	10	0.005	0.005	0.6	0.5	–
II	2	1	10	0.005	0.005	0.6	0.5	–
III	60	1	100	0.005	0.005	0.6	0.5	–
IV	60	1	10	0.005	0.005	0.1	0.5	–
V	60	1	10	0.005	0.005	1.0	0.5	–
VI	60	1	10	0.005	0.005	0.6	1.0	–
VII	60	1	10	0.005	0.005	0.6	0.0	–
VIII	60	1	10	0.005	0.005	0.6	0.5	5

Als Kriterien zur Bewertung der Simulationen werden im einzelnen betrachtet:

- Volumenfehler (Differenz zwischen Zuflußvolumen in das System und der Summe aus Restvolumen im und Abflußvolumen aus dem System in Prozent)

- Gesamtanzahl an Iterationen während der Simulation
- Anzahl an Iterationsschritten, für die auch bei der Berechnung mit dem minimalen Zeitschritt $\Delta t_{\min}$ keine stabile Lösung erreicht wurde.
- Dauer der Simulation im Verhältnis zu Simulation I, für die auf einem Computer 386 SX mit Coprozessor eine Zeit von 14 min benötigt wurde.

Kriterium	Volumenfehler	Anzahl an	Keine Lösung	Dauer der Si-
Simulation	[%]	Iterationen	für $\Delta t_{\min}$	mulation [-]
I	13.1	26302	423	1 (Bezug)
II	13.0	26405	423	1.2
III	11.8	158941	411	5.1
IV	39.4	12586	221	0.5
V	13.8	42532	504	1.4
VI	12.2	28769	392	1.0
VII	15.5	18641	141	0.6
VIII	12.7	23813	291	2.7

Alle Simulationen weisen einen sehr hohen Volumenfehler auf, der abgesehen von Simulation IV in der gleichen Größenordnung wie der für Simulation I liegt. Dieses Ergebnis bestätigt, daß die Durchflußganglinien in den Haltungen 1 bis 4 ebenso ungenügend berechnet werden wie die in Abbildung 30 für die Simulation I gezeigten. Simulation IV wurde mit einem Crank – Nicholson Faktor $\theta = 0.1$ durchgeführt. Es wurde bereits bei der Beschreibung der impliziten Differenzenverfahren in Kapitel 2.3.2.2 darauf verwiesen, daß diese für $\theta < 0.5$ nicht stabil sind. Dieses bestätigt sich hier indirekt durch einen annähernd dreimal größeren Volumenfehler gegenüber den anderen Berechnungen.

Ein Vergleich der Simulationen I und II, die sich lediglich im Ansatz des maximalen Simulationszeitschrittes $\Delta t_{\max}$ unterscheiden, zeigt, daß dieser keinen Einfluß auf die Stabilität der Lösung besitzt. Sowohl für $\Delta t_{\max} = 60$ s als auch für $\Delta t_{\max} = 2$ s wird in jeweils genau 423 Iterationsschritten keine Lösung für den minimalen Zeitschritt $\Delta t_{\min}$ erreicht. Die benötigte Simulationszeit erhöht sich für $\Delta t_{\max} = 2$ s, da für Simulation I der Algorithmus in den Zeiträumen mit Freispiegelabfluß bereits für einen Zeitschritt von 15 s zur Lösung konvergiert (siehe Abbildung 32).

Bemerkenswert ist das Ergebnis für Simulation III, bei der trotz einer maximalen Anzahl von 100 Iterationen in über 400 Fällen kein stabiler Zustandsvektor für den minimalen Berechnungs-

zeitschritt ermittelt wird. Dieses kann nicht als Beweis, jedoch als Indiz dafür angesehen werden, daß der in IMTRAN implementierte Iterationsalgorithmus zur Berechnung eines unbekannten Zustandsvektors für Einstaubedingungen nicht konvergiert.

Die Simulationen IV und V, bei denen dem Crank – Nicholson Faktor extreme Werte zugewiesen werden, liefern im Vergleich zu Simulation I plausible Ergebnisse. Für $\theta = 0.1$ wird eine deutlich geringere Gesamtanzahl an Iterationen und damit verbunden eine relativ geringe Simulationszeit benötigt, da die Koeffizientenmatrizen nahezu unabhängig vom Fließzustand der unbekannten Zeitebene bestimmt werden. Die damit verbundene Ungenauigkeit spiegelt sich in dem gegenüber den anderen Simulationen noch einmal deutlich erhöhten Volumenfehler wider. Für $\theta = 1.0$ besitzt der Fließzustand der bekannten Zeitebene keinen Einfluß auf die Größe der einzelnen Koeffizienten. Aus diesem Grund sind wesentlich mehr Iterationen zur Bestimmung der Koeffizientenmatrizen erforderlich.

Die Variation des Parameters SLOFAK, durch den die Änderung der Durchflüsse innerhalb des letzten Zeitschrittes im ersten Iterationsschritt des neuen Zeitschrittes berücksichtigt werden kann ($0 < \text{SLOFAK} \leq 1$) oder nicht ($\text{SLOFAK} = 0$), zeigt einen bedeutenden Einfluß auf die für die Bewertung der Simulationen gewählten Kriterien. Dieser Einfluß muß jedoch insofern relativiert werden, als eine instabile Lösung innerhalb des letzten Zeitschrittes für $\text{SLOFAK} = 1$ einen um so schlechteren Startwert für die Iteration innerhalb des aktuellen Zeitschrittes liefert. Die Bewertung dieser Variable aufgrund der wenigen bisher durchgeführten Simulationen mit IMTRAN ist daher stärker noch als die Bewertung der anderen Parameter von akzeptablen (stabilen) Resultaten abhängig.

Schließlich zeigt das Ergebnis der Simulation VIII, bei der die Koeffizienten nicht mit dem Faktor θ gewichtet, sondern entsprechend der in Kapitel 4.1.2.2 dargestellten Vorgehensweise alternativ berechnet werden, keine entscheidende Verbesserung. Der Volumenfehler ist gegenüber der Simulation I unwesentlich kleiner. Für $\text{ASCALC} = 5$ wird zwar die Anzahl an Iterationen, für die mit dem minimalen Zeitschritt $\Delta t_{\min}$ keine stabile Lösung erreicht wird, um ca. ein Drittel auf 291 Fälle reduziert, gleichzeitig verlängert sich die Simulationszeit um das 2.7 – fache.

Auch wenn es sich bei den hier gezeigten Abhängigkeiten um keine ausführliche Dokumentation des Einflusses der einzelnen Parameter auf die Berechnungsergebnisse handelt, so wird doch deutlich, daß unabhängig von der Größe dieser Variablen Instabilitäten und damit verbundenen ein hoher Volumenfehler auftritt. Die aktuelle Version von IMTRAN ist nicht in der Lage, den Abflußtransport unter Einstaubedingungen stabil zu simulieren. Zur Erforschung der Ursachen muß in diesem Zusammenhang zukünftig insbesondere das Konvergenzverhalten innerhalb der Iterationsschleife untersucht werden. Sofern für eine Iteration i ein neuer Zustandsvektor berechnet wird, der gegenüber dem Vektor des letzten Iterationsschrittes $i-1$ keine Verbesserung darstellt, wird unabhängig von der Anzahl der Iterationen keine Lösung bestimmt werden können. Das in IMTRAN implementierte iterative Verfahren zur Lösung des durch das implizite Verfahren

entstehenden Gleichungssystems müßte dann als ungeeignet angesehen werden. Diese Frage kann im Rahmen dieser Arbeit nicht beantwortet werden. Vielmehr muß zuvor sichergestellt werden, daß die Ursache für das Auftreten von Instabilitäten bei Einstaubedingungen nicht daraus resultiert, daß einer der Vielzahl von Variablen innerhalb des Programms ein falscher Wert zugewiesen wird oder aber die in IMTRAN verwendeten Differenzenformen der SAINT – VENANT'SCHEN Gleichungen eventuell ungeeignet sind für die Berechnung von Druckabfluß.

5.1 IMTRAN – Simulation mit Ansatz einer Schachtoberfläche

Bei den in Kapitel 5 gezeigten Simulationen I bis VIII wurde die tatsächliche Oberfläche eines Schachtes zu Null gesetzt. Bei Einstau wird die zur Lösung der Kontinuitätsgleichung benötigte Oberfläche ausschließlich aufgrund der 'Preissmann-Slots' der angrenzenden Haltungen bestimmt. Die folgenden Graphiken zeigen die Ergebnisse einer Simulation, für die dieselben Parameter angegeben wurden wie für die in Kapitel 5 beschriebene Simulation I. Jedem Schacht wird jedoch eine konstante Oberfläche von 5 m^2 zugeordnet. Es soll damit untersucht werden, ob das Modell IMTRAN ebenso wie EXTRAN sensibel auf Variationen des Parameters 'Schachtoberfläche' reagiert, obwohl durch die Verwendung eines impliziten Differenzenverfahrens und die Einführung des 'Preissmann-Slots' insbesondere die Bedeutung dieses Parameters reduziert werden sollte.

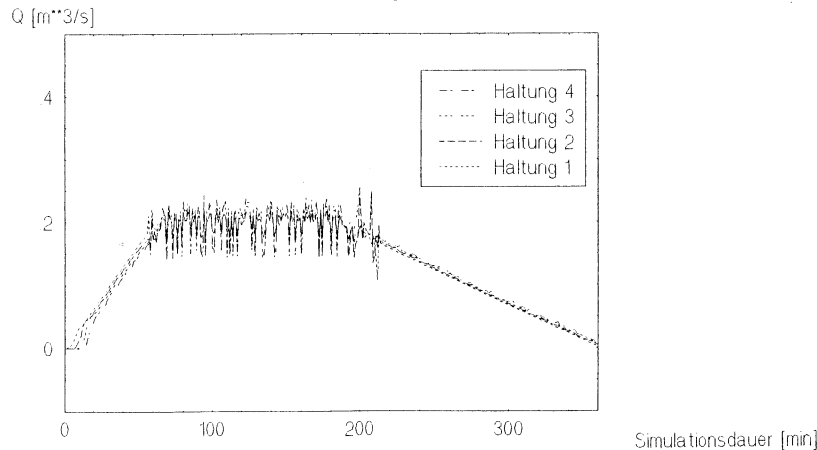


Abbildung 34: Ergebnis der Simulation mit IMTRAN (Schachtoberfläche = 5 m^2): Durchflußganglinien der Haltungen 1 bis 4

Ein Vergleich der Durchflußganglinien in den Abbildungen 30 und 34 zeigt zwei deutliche Unterschiede. Zum einen weisen die Ganglinien bei Ansatz einer Schachtoberfläche ebenfalls Schwankungen auf, auch wenn diese wesentlich geringer sind als für $A_s = 0 \text{ m}^2$. Zum anderen bewegen sich diese Schwankungen jedoch im Gegensatz zu den in Abbildung 30 gezeigten um einen Mittelwert, der bei etwa $0.2 \text{ m}^3/\text{s}$ liegt. Der Volumenfehler beträgt für die Simulation mit $A_s = 0 \text{ m}^2$ exakt 0.03% . Es geht im Gegensatz zu den in Kapitel 5 beschriebenen Simulationen

folglich kein Wasser "verloren". Während die Durchflußganglinien bestätigen, daß der Parameter 'Schachtoberfläche' auch für die Simulation mit der aktuellen Version von IMTRAN einen bedeutenden Einfluß auf die Stabilität der Berechnungsergebnisse besitzt, zeigen die Wasserstandsganglinien in Abbildung 35 weitere interessante Ergebnisse:

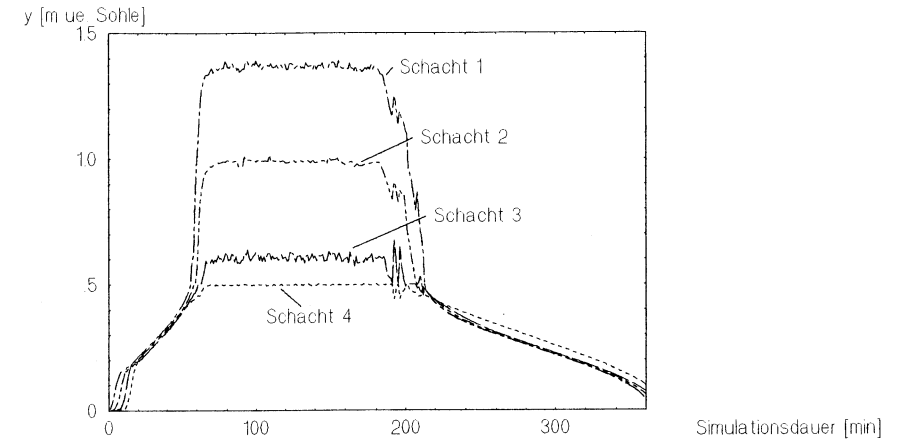


Abbildung 35: Ergebnis der Simulation mit IMTRAN (Schachtoberfläche = 5 m^2): Wasserstandsganglinien der Schächte 1 bis 4

Im Vergleich zu Simulation I (Abbildung 31) sind die Ergebnisse für die hier gezeigte Simulation insofern besser, als die Schächte 1 bis 3 in dem Zeitraum mit einem Zufluß von $0.2 \text{ m}^3/\text{s}$ zu Schacht 1 tatsächlich einstauen und die Ganglinien nur sehr geringe Schwankungen aufweisen. Es müssen im Zusammenhang mit den Durchflußganglinien in Abbildung 34 jedoch folgende Punkte genannt werden, die darauf hindeuten, daß nicht unbedingt das iterative Lösungsverfahren, sondern die in IMTRAN verwendeten Formen der SAINT – VENANT'SCHEN Gleichungen Ursache für auftretende Instabilitäten sein können:

1. Obwohl die Wasserstandsganglinien nur geringe Schwankungen aufweisen, beinhalten die Durchflußganglinien deutliche Instabilitäten.
2. Während die Druckdifferenz Δh (Differenz der Wasserstände y in den Schächten plus Differenz der Sohlhöhen) zwischen beiden Haltungsenden für Haltung 1 und 2 jeweils ungefähr gleich ist, wird für Haltung 3 der im Mittel gleiche Abfluß bei einem deutlich geringeren Δh berechnet.
3. Die Druckdifferenz Δh zwischen den Haltungsenden der Haltungen 1 und 2 beträgt im Zeitraum des konstanten Zuflusses von $0.2 \text{ m}^3/\text{s}$ zu Schacht 1 ca. 0.6 m (in Abbildung 35 beträgt der Unterschied der Schachtwasserstände über Sohle $\Delta y \approx 0.4 \text{ m}$; hinzu kommt die Differenz der Sohlhöhen $\Delta z = 0.2 \text{ m}$). Dieses Ergebnis ist eindeutig falsch, wie ein Vergleich mit der durch EXTRAN berechneten korrekten Lösung in Anlage 4A, Seite 5 zeigt. Dort beträgt die Wasserstands-differenz Δh für die stabile Lösung mit $A_s = 1.4 \text{ m}^2$ etwas mehr als 0.25 m .

Diese drei Punkte dokumentieren, daß innerhalb des Programms offensichtlich ein Fehler in der Beschreibung der physikalischen Gleichungen besteht, der offensichtlich nur bei der Berechnung des Abflußtransportes unter Einstaubedingungen auftritt bzw. erkennbar wird. Inwiefern dieser Fehler Auswirkungen besitzt auf die Konvergenz bei der iterativen Berechnung der unbekannten Zustandsvektoren, kann zur Zeit noch nicht abgeschätzt werden. Eine Bewertung des Iterationsverfahrens darf jedoch erst erfolgen, wenn alle physikalischen Gleichungen und die Berechnungsverfahren zur Ermittlung der darin enthaltenen Koeffizienten im Programm fehlerfrei implementiert worden sind.

6 Zusammenfassung

Die Berechnung des Abflußtransportes mit dem hydrodynamischen Transportmodell EXTRAN erfordert neben der Eingabe von Kanalnetzdaten und der zuvor mit Hilfe eines Oberflächenabflußmodells berechneten Zuflußwelle zusätzlich Modell- und Steuerungsparameter. Insbesondere unter Einstaubedingungen wird die Simulation abhängig von einem dieser Parameter nach verschiedenen Berechnungsverfahren, mit oder ohne Einstauiterationen, durchgeführt. Beide Verfahren wurden im Rahmen dieser Arbeit ausführlich beschrieben und der Einfluß der einzelnen Parameter sowohl theoretisch als auch anhand von Beispielen dokumentiert.

Es konnte gezeigt werden, daß die mit EXTRAN für den Berechnungsablauf ohne Einstauiteration berechneten Ergebnisse abhängig vom Simulationszeitschritt und der Oberfläche eines Schachtes, wobei es sich bei letzterer um einen Modellparameter und nicht um eine auf Kanalnetzdaten basierenden Größe handelt, instabil werden können.

Bei dem Berechnungsablauf mit Einstauiterationen besitzen einstauende Schächte grundsätzlich kein Speichervermögen. Die Druckhöhen in den Schächten müssen daher iterativ ermittelt werden. Dabei konnte gezeigt werden, daß das innerhalb der Iterationen verwendete Lösungsverfahren insofern inkonsistent ist, als Durchflüsse unabhängig, die Druckhöhen jedoch abhängig von den Zustandsgrößen der bekannten Zeitebene berechnet werden. Zudem wurde der Einfluß der die Iterationsrechnung steuernden Parameter auf den Berechnungsablauf dargestellt.

Aus der theoretischen Untersuchung des Modells EXTRAN leitete sich die Schlußfolgerung ab, daß für die beschriebenen Modell- und Steuerungsparameter keine Werte angegeben werden können, für die das Auftreten von Instabilitäten oder hydraulisch unsinnigen Ergebnissen mit Sicherheit vermieden werden kann. Aus diesem Grund wurde ein alternatives Verfahren zur Lösung des SAINT – VENANT'SCHEN Differentialgleichungssystems vorgeschlagen. Dieses basiert im Unterschied zu der in EXTRAN verwendeten expliziten auf einer impliziten Differenzenmethode, bei der der unbekannte Fließzustand durch ein iteratives Berechnungsverfahren ermittelt wird. Ein weiterer wichtiger Unterschied zu EXTRAN besteht darin, daß der Simulationszeitschritt an die jeweilige Belastung des Systems angepaßt wird.

Seit Mai 1992 wird das Modell IMTRAN (IMplizite TRANsportberechnung) am Institut für Wasserwirtschaft programmiert und im Rahmen dieser Arbeit die ersten Simulationsergebnisse vorgestellt. Es konnte dokumentiert werden, daß IMTRAN im aktuellen Entwicklungsstand für Freispiegelabfluß sinnvolle, unter Einstaubedingungen jedoch instabile Ergebnisse liefert. Beispielsimulationen haben bestätigt, daß diese Instabilitäten offensichtlich auf Fehler in der Programmierung zurückzuführen sind, so daß das iterative Verfahren zur Ermittlung des unbekannten Fließzustandes zu keiner stabilen Lösung konvergiert.

Zukünftige Weiterentwicklungen des Programms müssen sich in erster Linie darauf konzentrieren, diese Fehler zu beseitigen, um im Anschluß daran sinnvolle Größenordnungen für diejenigen Parameter festzulegen, die den Berechnungsablauf in IMTRAN steuern. Langfristiges Ziel ist es, eine Parameterkombination in das Programm zu implementieren, für die das Auftreten von Instabilitäten unabhängig von der Systemkonfiguration und der Belastung des Systems vermieden werden kann.

Literaturverzeichnis

- | | |
|----------------------------|--|
| ABRAHAM, C. | Zur instationären Berechnung von Abwasserabfluß und Abwasserbeschaffenheit in städtischen Entwässerungssystemen, Teil 1 , |
| LYONS, T.C. | Korrespondenz Abwasser, Heft 3 , 1976 |
| SCHULZE, K.W. | |
| STOTTMANN, W. | |
| CUNGE, J.A. | Mathematical Modelling of Complex Surge Systems: |
| MAZAUDOU, B. | Difficulties in Computation and Simulation of Physical Situations, Proceedings of the Third International Conference on URBAN STORM DRAINAGE, Göteborg, 1984 |
| DANISH HYDRAULIC INSTITUTE | Documentation for the MOUSE system, 1989 |
| FUCHS, L. | Mikrocomputer in der Stadtentwässerung, Kanalnetzberechnung, Modellbeschreibung, ITWH, Hannover, 1990 |
| VERWORN, H.-R. | |
| KHELIL, A. | Quantifizierung der Unsicherheiten bei der Abflußberechnung in städtischen Entwässerungssystemen, Forschungsbericht DFG SI 242/7-2, Institut für Wasserwirtschaft, Hydrologie und landw. Wasserbau, Universität Hannover, 1991 |
| SEMKE, M. | |
| LYONS, T.C. | Zur instationären Berechnung von Abwasserabfluß und Abwasserbeschaffenheit in städtischen Entwässerungssystemen, Teil 2 und 3 , Korrespondenz Abwasser, Heft 6 und 10 , 1976 |
| MEHLER, H. | |
| SCHULZE, K.W. | |
| PREISSMANN, A. | Numerische Verfahren zur Berechnung instationärer Gerinne-strömungen, in: Elektronische Berechnung von Rohr- und Gerinne-strömungen (Hrsg. Zielke, W.), Erich Schmidt Verlag, 1974 |

SCHEFFER, C. Verfahren zur Lösung des Saint-Venant'schen Differentialgleichungssystems für den Wellenablauf in Kanalnetzen, Diplomarbeit am Institut für angewandte Mathematik / Institut für Wasserwirtschaft der Universität Hannover, 1986

SMITH, G.D. Numerische Lösung von partiellen Differentialgleichungen, Vieweg Verlag, Braunschweig, 1970

STRELKOFF, TH. Numerical Solution of Saint - Venant Equations , Journal of the Hydraulics Division , Proceedings of the American Society of Civil Engineers, 1970

STROUD, A.H. Numerical Quadrature and Solution of Ordinary Differential Equations, Springer Verlag New York · Heidelberg · Berlin, 1974

VERWORN, W. Hydrodynamische Kanalnetzberechnung und die Auswirkungen der Vereinfachungen der Berechnungsgleichungen, Mitteilungen des Instituts für Wasserwirtschaft, Hydrologie und landwirtschaftlichen Wasserbau der Universität Hannover, Heft 47, 1980

YEVJEVICH, V. Flood Routing Through Storm Drains, Part 1, Solution Problems Of Unsteady Free Surface Flow In Storm Drains , Hydrology Papers 43 , Colorado State University , Fort Collins , Colorado , 1970

ZIELKE, W. Strömungsmechanik für Bauingenieure Teil I , Institut für Strömungsmechanik und Elektronisches Rechnen im Bauwesen der Universität Hannover , 1984

ZIELKE, W. Strömungsmechanik für Bauingenieure Teil II , Institut für Strömungsmechanik und Elektronisches Rechnen im Bauwesen der Universität Hannover , 1987

ZIELKE, W.

RATKE, R.

Prozeßsimulation, Numerische Berechnung von Strömungsvorgängen -ausgewählte Kapitel der Vorlesung-, Institut für Strömungsmechanik und Elektronisches Rechnen im Bauwesen der Universität Hannover, 1990

**Institut für Wasserwirtschaft, Hydrologie
und landwirtschaftlichen Wasserbau
der Universität Hannover**

Prof. Dr.-Ing. F. Sieker

Untersuchung der Instabilitäten bei der Lösung des Saint - Venant'schen Gleichungssystems in EXTRAN

**Diplomarbeit
Anlagen**

Volker Huhn

August 1992

Inhalt der Datei INDAT

Dateibezeichnungen

OUTEXT	Ausgabedatei EXTRAN
OUTVOR	Ausgabedatei VOR
NETNAM	Kanalnetzdatei
WELNM1	1. Wellendatei
WELNM2	2. Wellendatei
SONNAM	Sonderprofildatei
DRYNMR	Trockenwetterdatei (Eingabe)
DRYNMS	Trockenwetterdatei (Ausgabe)
LAUNAM	Laufende Ausgabedatei
TEINAM	Teilnetz ausgabedatei

Zeitvariablen

IDTANF(I) I=1,5	Zeitpunkt des Simulationsbeginns (1=Tag, 2=Monat, 3=Jahr, 4=Stunde, 5=Minute)
IDTEND(I) I=1,5	Zeitpunkt des Simulationendes (1=Tag, 2=Monat, 3=Jahr, 4=Stunde, 5=Minute)
DELT	Simulationszeitschritt [s]
IDELET	=0 INDAT wird nach der EXTRAN-Simulation gelöscht =1 INDAT wird nach der EXTRAN-Simulation nicht gelöscht

allgemeine Variablen

KBW	=0 Rauigkeitsansatz nach MANNING-STRICKLER =1 Rauheitsansatz nach COLEBROOK-WHITE
MISCH	=0 Trennsystem =1 Mischsystem (nur dann erfolgt eine Trockenwetteriteration)
DOWNJC	Zufluß zum unteren Schacht einer Haltung [%]
SURFJC	Schachtoberfläche [m²]
NJ	Anzahl an Schächten
NC	Haltungsanzahl
NTC	Haltungsanzahl + Grund-/ Seitenauslässe (NC+NORIF)
NTL	Anzahl an Haltungen + Grund-/ Seitenauslässen + Pumpen + Wehren + Freiauslässen + Auslässen mit Tidetor (NC+NORIF +NPUMP +NWEIR+NFREE+NGATE)
NTEZG	Anzahl an Teileinzugsgebieten

Variablen für die Trockenwettersimulation

MAXDRY	Maximale Anzahl an Trockenwetteriterationen [-]
TOLDRY	Absolute Fehlergrenze als Kriterium für den Abbruch der Trockenwetteriteration [L/s]
DELDRY	Zeitschritt für die Trockenwetteriteration [s]
RCLDRY	=1 Einlesen einer bereits vorhandenen Trockenwetterdatei =0 Kein Einlesen
STODRY	=1 Abspeichern der Trockenwetterwerte =0 Kein Abspeichern

Variablen für die Ein- und Überstauberechnung

JSWTH	=0 Keine Wasserrückführung bei Überstau =1 Wasserrückführung bei Überstau
MAXSUR	Maximale Anzahl der Iterationen bei der Ein- und Überstauberechnung
TOLSUR	Maximale Fehlergrenze bei der Ein- und Überstauberechnung [-]

Ausgabeparameter

OUTFUL	=1 Ausführliche EXTRAN-Ausgabe (inklusive Statistik der Maximalwerte)
OUTATV	=1 EXTRAN-Ausgabe nach dem ATV-Regelwerk A 120
OUTABC	=1 Alphabetisch sortierte Ausgabe des Vorprogramms

Variablen für die Ganglinienausgabe

OUTPRT	=1 Ganglinienausgabe =0 keine Ganglinienausgabe
IDTOUT(I) I=1,5	Zeitpunkt Beginn Ganglinienausgabe (1=Tag, 2=Monat, 3=Jahr, 4=Stunde, 5=Minute)
DELOUT	Zeitschritt der Ganglinienausgabe [s]
NQPRT	Elementanzahl Ganglinienausgabe (MAX20)
KPRT(I) I=1,NQPRT	Nummer des Elements (zwischen 1 und NTL)

Variablen für die Printer-Plot-Ausgabe

IFEST	Ausgabeumfang Printerplot =0 jeder Plot einzeln skaliert =1 Wasserstand bis Scheitel / Gelände; Durchflüsse einheitlich skaliert =2 Wasserstand bis Scheitel/Gelände; Durchflüsse einzeln skaliert
NPLT	Anzahl der Schächte für Printerplot (MAX20)
JPLT(I)	Nummer des Schachtes (zwischen 1 und NJ) I=1,NPLT
LPLT	Anzahl der Elemente für Printerplot (MAX20)
KPLT(I)	Nummer des Elementes (zwischen 1 und NTL) I=1,LPLT

Variablen für die laufende Ausgabe

OUTLAU	=1 Laufende Ausgabe =0 Keine laufende Ausgabe
IDTLAU(I) I=1,5	Zeitpunkt Beginn laufende Ausgabe (1=Tag, 2=Monat, 3=Jahr, 4=Stunde, 5=Minute)
INTLAU	Ausgabeumfang der laufenden Ausgabe =0 Maximalwerte =1 entsprechend Ganglinien- und Printerplotausgabe =2 zu jedem Zeitschritt

Variablen für die Teilnetzausgabe

OUTTEI	=1 Teilnetzausgabe =0 Keine Teilnetzausgabe
IDTTEI(I) I=1,5	Zeitpunkt Beginn Teilnetzausgabe (1=Tag, 2=Monat, 3=Jahr, 4=Stunde, 5=Minute)
DELTEI	Zeitschritt der Teilnetzausgabe [s]
NTEIL	Anzahl der Elemente für Teilnetzausgabe (MAX25)
KTEIL(I)	Nummer des Elementes (zwischen 1 und NTL) I=1,NTEIL

Variablen zur Beschreibung von Sonderprofilen

NSOND	=4 Keine Sonderprofile >4 Anzahl (NSOND - 4) an Sonderprofilen (MAX19)
IOFFEN(I)	=0 Geschlossenes Profil I=1,NSOND =1 Offenes Profil
NORM(I)	=1 Normierbares Profil I=1,NSOND =0 Nicht normierbares Profil
ANORM(I,J)	Durchflossene Querschnittsfläche [m²] I=1,26 J=5,NSOND
HRNORM(I,J)	Hydraulischer Radius [m] I=1,26 J=5,NSOND
TWNORM(I,J)	Oberflächenbreite [m] I=1,26 J=5,NSOND

Elementbezogene Variablen

I	=1,NTL
NCOND(I)	Bezeichnung des Elementes
NJUNC(I,1)	Interne Nummer des am Element I liegenden Schachtes mit der höheren Rohrsohle
NJUNC(I,2)	Interne Nummer des am Element I liegenden Schachtes mit der tieferen Rohrsohle (=0 für Auslaßwehr, Freiauslaß und Auslaß mit Tidetor)
ZP(I,1)	Höhere Rohrsohle des am Element I liegenden Schachtes (=0 außer für I<NTC) [mNN]
ZP(I,2)	Tiefere Rohrsohle des am Element I liegenden Schachtes (=0 außer für I<NTC) [mNN]
AGES(I)	Gesamte am Element I angeschlossene Fläche (=0 außer für I<NC) [ha]
AUND(I)	Undurchlässige am Element I angeschlossene Fläche (=0 außer für I<NC) [ha]

I	=1,NTC
HLEN(I)	Haltungslänge (Ersatzrohrlänge für Grund-/Seitenauslaß) [m]
ROUGH(I)	Rauhigkeit bzw. Rauheit (Ersatzrauhigkeit für Grund-/Seitenauslaß) [mm] bei Ansatz nach PRANDTL-COLEBROOK [m ^{-1/3} .s] bei Ansatz nach MANNING-STRICKLER (Kehrwert des in der deutschsprachigen Literatur als MANNING-STRICKLER Rauhigkeitsbeiwert definierten Wertes mit der Einheit [m ^{1/3} /s])
NKLASS(I)	Klassifizierung des Profils 1=Kreisprofil 2=Rechteckprofil 3=Eiprofil 4=Maulprofil 900=Trapezprofil (offen) 901=Seitenauslaß 902=Grundauslaß > 4 und < 900 Sonderprofil
DEEP(I)	Profilhöhe (Ersatzhöhe für Grund-/Seitenauslaß) [m]
WIDE(I)	Profilbreite (Ersatzbreite für Grund/Seitenauslaß) (nur anzugeben für Rechteck- Trapez- und Sonderprofile) [m]
AFULL(I)	Profilfläche (nur anzugeben für Sonderprofile) [m²]
STHETA(I)	Trapezgefälle links [m/1m Höhe]
SPHI(I)	Trapezgefälle rechts [m/1m Höhe]

I	I=1,NJ
JUN(I)	Bezeichnung des Schachtes
GRELEV(I)	Maximale Geländehöhe am Schacht [mNN]
QINST(I)	Konstanter Zufluß zum Schacht [L/s]
Z(I)	Sohlhöhe des Schachtes (minimale Höhe aller Rohrsohlen der am Schacht I angeschlossenen Haltungen) [mNN]
ZCROWN(I)	Scheitelhöhe des Schachtes (maximale Summe von Rohrsohle und Profilhöhe der am Schacht I angeschlossenen Haltungen) [mNN]
JSKIP(I)	=1 für den Pumpensumpf einer OFF-LINE Pumpe =1 für den als Freiauslaß deklarierten Schacht =1 für den als Auslaß mit Tidetor deklarierten Schacht =0 für alle anderen Schächte
JSTORE(I)	Zuordnung Schacht/Speicherschacht (JSTORE(X)=Y bedeutet, Schacht X ist Speicherschacht Nr. Y)
NCHAN(I,K) K=1,8	Zuordnung Schacht/Elemente (das K-te am Schacht I angeschlossene Element ist Element Nr.X ($1 < X < NTL$))
SURFAC(I)	minimale Schachtoberfläche [m²]

I	=1,NTC (NTC=NC+NORIF)
RFULL(I)	Hydraulischer Radius bei Vollfüllung [m²]
QVOLL(I)	Abfluß bei Vollfüllung (Normalabfluß) [m³/s]
VVOLL(I)	Geschwindigkeit bei Vollfüllung (Normalabfluß) [m/s]

NSTORE	Anzahl an Speicherschächten
I	=1,NSTORE
LSTORE(I)	Interne Numerierung (LSTORE(X)=Y: Speicherschacht X ist Schacht Nr.Y)
ZSTORE(I,K)	Höhenangaben [mNN]
K=1,4	
ASTORE(I,K)	Zugehörige Oberflächen [m²]
K=1,4	
KSTORE(I)	Anzahl an Wertepaaren ZSTORE/ASTORE (minimal 2)

NORIF	Anzahl an Grund-/Seitenauslässen
I	=1,NORIF
LORIF(I)	Interne Numerierung (LORIF(X)=Y: Grund-/Seitenauslaß Nr.X ist Element Nr. Y)
AORIF(I)	Querschnittsfläche des Auslasses [m²]
CORIF(I)	Auslaßbeiwert [-]

NTIDE	Anzahl an Tidedaten
I	=2,NTIDE
ITIDE(I)	Tidennummer
ATIDE(I,J)	Tidekoeffizient J
J=1,7	
WTIDE(I)	Tideperiode

Variablen für Pumpen

NPUMP	Anzahl an Pumpen
I	=1,NPUMP
LPUMP(I)	Interne Numerierung (LPUMP(X)=Y: Pumpe Nr. X ist Element Nr. Y)
KPUMP(I)	=1 OFF-LINE Pumpe mit Pumpensumpf =2 ON-LINE Pumpe =3 ON-LINE Pumpe mit Kennlinie
VWELL(I)	Anfangsvolumen im Pumpensumpf [m³] (für KPUMP(I)=1)
VSUMP(I)	Pumpensumpfvolumen [m³] (für KPUMP(I)=1)
PRATE(I,K)	Pumpenleistung der K-ten Stufe [m³/s] K=1,5
VRATE(I,L)	Schaltstufe in die nächsthöhere Stufe [m] bzw. [m³] L=1,4
VRATE(I,L)	Schaltstufe in die nächstniedrigere Stufe [m] bzw. [m³] L=5,8

Variablen für Wehre

NWEIR	Anzahl an Wehren
I	=1,NWEIR
LWEIR(I)	Interne Numerierung (LWEIR(X)=Y: Wehr Nr. X ist Element Nr. Y)
KWEIR(I)	=1 Querwehr =2 Querwehr mit Tidetor =3 Seitenwehr =4 Seitenwehr mit Tidetor
YCREST(I)	Schwellenhöhe über Sohle [m]
YTOP(I)	Kammerhöhe [m] (Schwellenhöhe + Öffnungsweite)
WLEN(I)	Länge der Wehrschwelle [m]
COEF(I)	Überfallbeiwert [-]
COEFS(I)	=0 (programmintern für jedes Wehr)
IWEIR(I)	nur für Auslaßwehre: =0 kein Wasserspiegel =1 konstanter Wasserspiegel =2...999 Tidennummer
HWEIR(I)	konstanter Wasserspiegel [mNN] (für IWEIR(I)=1)

Variablen für Freiauslässe

NFREE	Anzahl an Freiauslässen
I	=1,NFREE
JFREE(I)	Interne Numerierung (JFREE(X)=Y: Freiauslaß Nr. X ist Schacht Nr. Y) (innerhalb des Programms wird unterhalb des als Freiauslaß deklarierten Schachtes eine Haltung mit dem Namen "FR. AUS" erzeugt)
IFREE(I)	=0 kein Wasserspiegel =1 konstanter Wasserspiegel =2...999 Tidennummer
HFREE(I)	konstanter Wasserspiegel [mNN] (für IFREE(I)=1)

Variablen für Freiauslässe mit Tidetor

NGATE	Anzahl an Auslässen mit Tidetor
I	=1,NGATE
JGATE(I)	Interne Numerierung (JGATE(X)=Y: Auslaß mit Tidetor Nr. X ist Schacht Nr. Y) (innerhalb des Programms wird unterhalb des als Auslaß mit Tidetor deklarierten Schachtes eine Haltung mit dem Namen "TIDETOR" erzeugt)
IGATE(I)	=0 kein Wasserspiegel =1 konstanter Wasserspiegel =2...999 Tidennummer
HGATE(I)	konstanter Wasserspiegel [mNN] (für IGate(I)=1)

Innerhalb des Vorprogramms berechnete statistische Größen

GESLEN	Gesamtlänge des Kanalnetzes [m]
ATOTAL	Gesamte angeschlossene Fläche [ha]
ATOTU	Gesamte angeschlossene undurchlässige Fläche [ha]
ATEZGT	Gesamtlänge aller Teileinzugsgebiete [ha]
QTOTAL	Konstanter Zufluß in das Kanalnetz [ha]
QTEZGT	Zufluß aus den Teileinzugsgebieten [L/s]

Variablen der 1. Wellendatei

MJSW	Anzahl an Zuflußschächten innerhalb der 1. Wellendatei
I	=1,MJSW
ISW(I)	Interne Schachtnummer

Variablen der 2. Wellendatei

NJSW	Anzahl an Zuflußschächten innerhalb der 2. Wellendatei
I	=1,NJSW
JSW(I)	Interne Schachtnummer

Variablen, falls eine Trockenwetterdatei eingelesen werden soll (RCLDRY=1)

I	=1,NTL
Q(I)	Durchfluß Element I [m³/s]
V(I)	Geschwindigkeit Element I [m/s]
J	=1,NJ
Y(J)	Wasserstand im Schacht J [m]

Berechnung von Ersatzrohren für Grund- und Seitenauslässe

Innerhalb des Vorprogramms wird für jeden im Kanalnetz enthaltenen Grund-/Seitenauslaß ein Ersatzrohr berechnet. Diese Berechnung erfolgt, unabhängig davon, ob es sich um einen Grund- oder Seitenauslaß handelt, in gleicher Weise und basiert auf der in der Kanalnetzdatei angegebenen Querschnittsfläche des Auslasses AORIF [m²] sowie dem Auslaßbeiwert CORIF [-].

1) Profilfläche AFULL

$$A = AORIF$$

2) Hydraulischer Durchmesser D_{hy} (Kreisprofil)

$$D_{hy} = \sqrt{\frac{4 \cdot A}{\pi}}$$

3) Hydraulischer Radius r_{hy}

$$r_{hy} = \frac{D_{hy}}{4}$$

4) Ersatzrohrlänge L

$$L = 2 \cdot \Delta t \cdot \sqrt{g \cdot D_{hy}}$$

(mindestens 50m)

mit Δt = Simulationszeitschritt

5) Ersatzrauigkeit bzw. -rauheit

Äquivalente Rauheit k für den Ansatz nach COLEBROOK-WHITE

Die Geschwindigkeit beim Ausfluß aus einer Öffnung läßt sich unter Berücksichtigung der Einschnürung des Strahles durch den Faktor μ mit der Formel von TORICELLI berechnen.

$$v = \mu \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$

Einsetzen von v in das allgemeine Widerstandsgesetz für Rohrströmungen

$$h_v = \lambda \cdot \frac{L}{D_{hy}} \cdot \frac{v^2}{2 \cdot g}$$

und Auflösen nach λ

$$\lambda = \frac{D_{hy}}{L} \cdot \frac{1}{\mu^2} \quad (1)$$

Die allgemeine Bestimmungsgleichung für λ nach COLEBROOK-WHITE lautet

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \cdot \log \left(\frac{2.51}{\text{Re} \sqrt{\lambda}} + \frac{k/D_{hy}}{3.71} \right)$$

Unter Vernachlässigung des ersten Quotienten innerhalb der Klammer (turbulente Strömung in einem rauen Rohr) ergibt sich eine direkte Abhängigkeit des Reibungsbeiwertes λ von der äquivalenten Rauheit k

$$k = 3.71 \cdot D_{hy} \cdot 10^{-1/(2 \sqrt{\lambda})} \quad (2)$$

Die Verknüpfung der Gleichungen (1) und (2) ergibt den Zusammenhang zwischen k und μ

$$k = 1000 \cdot 3.71 \cdot 4 \cdot r_{hy} \cdot 10^{-\mu/(2 \sqrt{D_{hy}}/L)}$$

Rauhigkeitsbeiwert k_{St} für den Ansatz nach MANNING-STRICKLER

Bemerkung: Innerhalb des Programms wird der Kehrwert des in der deutschen Literatur angegebenen Rauheitsbeiwertes k_{St} berechnet.

Geschwindigkeit beim Ausfluß aus einer Öffnung:

$$v = \mu \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$$

Geschwindigkeit nach MANNING-STRICKLER:

$$v = k_{St} \cdot r_{hy}^{2/3} \cdot I_E^{1/2}$$

Gleichsetzen beider Beziehungen (mit $I_E = h_v / L$)

$$k_{St} = \frac{\mu \cdot \sqrt{2 \cdot g \cdot L}}{r_{hy}^{2/3}}$$

Berechnung der Geschwindigkeiten und Abflüsse bei Vollfüllung

Die innerhalb des Vorprogramms errechneten Vollfüllungswerte (Durchfluß, Geschwindigkeit) gelten für drucklosen Abfluß. Sie werden in Abhängigkeit vom gewählten Rauigkeitsansatz für Haltungen und Ersatzrohre bestimmt.

Eingangswerte für beide Ansätze ist zum einen der hydraulische Radius r_{hy} des Profils und zum anderen das Sohlgefälle I_{SO} , was für den betrachteten Fall des Normalabflusses dem Energiegefälle I_E entspricht.

$$I_{SO} = \frac{z_1 - z_2}{L}$$

mit z_1 = höhere Rohrsohle [mNN]
 z_2 = niedrigere Rohrsohle [mNN]
 L = Haltungslänge [m]

Rauheitsansatz nach COLEBROOK-WHITE

Durch Verknüpfung der allgemeinen Widerstandsformel (aufgelöst nach der Geschwindigkeit v)

$$v = \sqrt{\frac{8 \cdot g \cdot r_{hy} \cdot I_{SO}}{\lambda}}$$

mit der COLEBROOK-WHITE Formel zur Bestimmung des Widerstandsbeiwertes λ

$$\frac{1}{\sqrt{\lambda}} = -2 \cdot \log \left(\frac{2.51}{Re \sqrt{\lambda}} + \frac{k/d_{hy}}{3.71} \right)$$

folgt

$$v = -2 \cdot \sqrt{8 \cdot g \cdot r_{hy} \cdot I_{SO}} \cdot \log \left(\frac{2.51}{Re \sqrt{\lambda}} + \frac{k/d_{hy}}{3.71} \right)$$

Unter Verwendung der Definition der Reynoldszahl Re

$$Re = \frac{4 \cdot v \cdot r_{hy}}{v}$$

mit $v = 1.31 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ (kinematische Zähigkeit von Wasser bei 10°C)

und

$$v \cdot \sqrt{\lambda} = \sqrt{8 \cdot g \cdot r_{hy} \cdot I_{SO}} \quad (\text{allgemeines Fließgesetz})$$

ergibt sich

$$v_{voll} = -2 \cdot \sqrt{8 \cdot g \cdot r_{hy} \cdot I_{SO}} \cdot \log \left(\frac{0.000003288}{4 \cdot r_{hy} \cdot \sqrt{8 \cdot g \cdot r_{hy} \cdot I_{SO}}} + \frac{k}{14.84 \cdot r_{hy}} \right)$$

Rauigkeitsansatz nach MANNING-STRICKLER

Die Berechnung der Fließgeschwindigkeit erfolgt nach MANNING-STRICKLER mit der Formel

$$v_{voll} = k_{St} \cdot r_{hy}^{2/3} \cdot I_{SO}^{1/2}$$

(programmintern wird der Kehrwert des aus der deutschen Literatur bekannten MANNING-STRICKLER Beiwertes k_{St} benutzt)

Durchfluss bei Vollfüllung

Nach der Bestimmung der Geschwindigkeit bei Vollfüllung wird der Durchfluß durch Multiplikation von v_{voll} mit dem Profilquerschnitt A errechnet

$$Q_{voll} = v_{voll} \cdot A$$

Das EXTRAN-Unterprogramm DEPTHX

Das Programm DEPTHX berechnet den Grenz- sowie den Normalwasserstand in einer Haltung bei vorgegebenem Durchfluß.

Übergabe vom aufrufenden Programm:

- Haltungsnummer N
- Durchfluß Q_{vorh}

Berechnung und Übergabe an das aufrufende Programm:

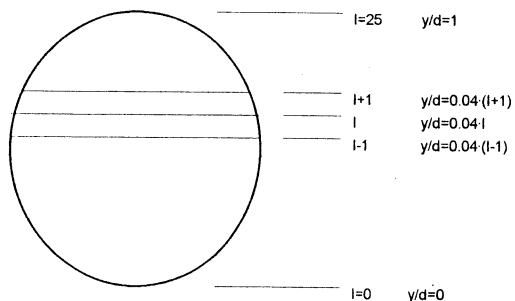
- Grenzwasserstand y_{grenz}
- Wasserstand bei Normalabfluß y_{norm}

Die Berechnung der Wasserstände für Trapezprofile erfolgt gesondert. Grund- und Seitenauslässe werden wie Kreisrohre behandelt (Ersatzrohr).

Die Ermittlung der Wasserstände erfolgt unter Benutzung der normierten Querschnittswerte der einzelnen Profile. Für die Profiltypen 1 bis 4 (Kreis, Rechteck, Ei, Maul) sind diese Werte programmintern gespeichert (Unterprogramm BDEXT), für Sonderprofile sind sie in einer zusätzlichen Eingabedatei anzugeben.

Bezeichnet man das Verhältnis von Wasserstand y zu Profilhöhe d als relativen Wasserstand, so sind Normierungen für alle Profile möglich, bei denen sich eindeutige Abhängigkeiten zwischen einem relativen Wasserstand y/d und der durchströmten Querschnittsfläche A , der Oberflächenbreite B sowie dem hydraulischen Radius r_{hy} angeben lassen. Für die Standardprofile 1 bis 4 ist dieses möglich. Lediglich der hydraulische Radius für ein Rechteckprofil ist nicht normierbar, da dieser sowohl von y als auch von der Breite b des Profils abhängig ist.

Die normierten Querschnittswerte sind programmintern gespeichert für ganzzahlige Vielfache l des 0.04-fachen des Verhältnisses von Wasserstand y zu Profilhöhe d . Ein Profil wird folglich über die Höhe in 25 Intervalle eingeteilt, wobei die Querschnittswerte an den jeweiligen Intervallgrenzen vorliegen (siehe Abbildung).



Die prinzipielle Vorgehensweise zur Ermittlung von Grenz- und Normalwasserstand für eine bestimmte Haltung bei vorgegebenem Abfluß ist für alle Profile gleich. Beginnend mit $l = 1$ werden Q_{grenz} und Q_{norm} für die Wassertiefe y an der ersten Intervallgrenze bestimmt und mit dem vorhandenen Durchfluß verglichen. Dieser Berechnungsablauf wird für steigendes l solange wiederholt, bis der an der aktuellen Intervallgrenze ermittelte Abfluß größer als der vorhandene ist. Der Grenz- bzw. Normalwasserstand wird dann durch lineare Interpolation entsprechend dem Verhältnis der Abflüsse für die aktuelle (l) und der letzten Intervallgrenze ($l-1$) bestimmt:

Grenzwasserstand:

$$y_{\text{grenz}} = 0.04 \cdot \left(l - 1 + \frac{Q_{\text{vorh}} - Q_{\text{grenz}}(l-1)}{Q_{\text{grenz}}(l) - Q_{\text{grenz}}(l-1)} \right) \cdot d$$

Normalwasserstand:

$$y_{\text{norm}} = 0.04 \cdot \left(l - 1 + \frac{Q_{\text{vorh}} - Q_{\text{norm}}(l-1)}{Q_{\text{norm}}(l) - Q_{\text{norm}}(l-1)} \right) \cdot d$$

Die Ermittlung von y_{grenz} erfolgt mit Hilfe der Definition der Grenzbedingung, bei der die Fließgeschwindigkeit v der Ausbreitungsgeschwindigkeit c kleiner Störungen an der Wasseroberfläche entspricht

$$v_{\text{grenz}} = c = \sqrt{\frac{g \cdot A}{B}}$$

Die Ermittlung von y_{norm} basiert in Abhängigkeit vom gewählten Rauigkeitsansatz (COLEBROOK-WHITE oder MANNING-STRICKLER) auf den gleichen Formeln, die bei der Berechnung der Vollfüllungswerte angewendet werden (siehe Anlage 1 C). Für die Querschnittswerte A und r_{hy} müssen dabei natürlich die an den Intervallgrenzen gültigen Werte eingesetzt werden.

Die Berechnung der Wasserstände für Trapezprofile, für die keine allgemeingültigen Normierungen angegeben werden können, erfolgt ebenfalls nach dem oben geschilderten Prinzip der Unterteilung der Profile in 25 Intervalle. Die Querschnittswerte A , B und r_{hy} müssen an den Intervallgrenzen jedoch mit Hilfe der angegebenen Neigungen ϑ und φ jeweils berechnet werden.

Können Normal- oder Grenzwasserstand nach der beschriebenen Vorgehensweise nicht bestimmt werden, da sie rein rechnerisch größer als die Profilhöhe d sind, so werden sie gleich der Profilhöhe gesetzt.

Das EXTRAN-Unterprogramm HYDRAD

Das Programm HYDRAD berechnet für ein Haltungsprofil den hydraulischen Radius, die durchströmte Querschnittsfläche sowie die Oberflächenbreite bei vorgegebenem Wasserstand.

Übergabe vom aufrufenden Programm:

- Haltungsnummer N
- Wasserstand y

Berechnung und Übergabe an das aufrufende Programm:

- Hydraulischer Radius r_{hy}
- Durchströmte Querschnittsfläche A
- Oberflächenbreite B

Die Berechnung erfolgt für Trapez- und Rechteckprofile gesondert, da ihre Querschnittswerte (teilweise) nicht normierbar sind.

Für alle Profile gilt, daß der hydraulische Radius auf den Wert 0.01 m gesetzt wird, sofern er geringer errechnet wird.

Zusätzlich zu den bereits aufgelisteten benutzte Variablen:

- Profilhöhe d
- Profilbreite b
- gesamte Querschnittsfläche A_{ges}
- Hydraulischer Radius bei Vollfüllung $r_{hy(ges)}$
- Links- und rechtsseitige Trapezneigung ϑ , φ

Rechteckprofil

$y < d$:

$$B = b$$

$$A = B \cdot y$$

$$r_{hy} = \frac{A}{B + 2 \cdot y}$$

$y > h$ (Vollfüllung) :

$$B = b$$

$$A = A_{ges}$$

$$r_{hy} = r_{hy(ges)}$$

Anmerkung: Die Oberflächenbreite für ein Rechteckprofil bei Vollfüllung muß Null sein, da es sich um ein geschlossenes Profil handelt.

Trapezprofil

$$B = b + y \cdot (\vartheta + \varphi)$$

$$A = 0.5 \cdot y \cdot (B + b)$$

$$r_{hy} = \frac{A}{b + y \cdot (\sqrt{1 + \varphi^2} + \sqrt{1 + \vartheta^2})}$$

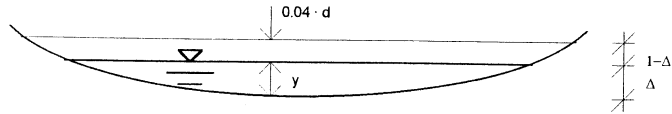
Anmerkung: Die Berechnung dieser Querschnittswerte erfolgt unabhängig von der angegebenen Profilhöhe. Das bedeutet, daß jedes Trapezprofil als offenes Profil ("unendlich hoch") behandelt wird und die Querschnittswerte theoretisch auch für Wasserstände über der angegebenen Profilhöhe berechnet werden können.

Alle übrigen Profile (Kreis, Ei, Maul, Sonderprofile)

Grund- und Seitenauslässe werden wie Kreisrohre behandelt.

Grundlage der Berechnungen sind die Normierungen der einzelnen Profile (BDEXT.FOR bzw. Sonderprofildatei). Innerhalb dieser Normierungen sind Breite, Fläche und hydraulischer Radius in Schritten von 4% der Profilhöhe, also 26 Werte, angegeben (siehe auch Anlage 2 A). Es werden abhängig von der Wassertiefe 3 Fälle unterschieden ($y < 0.04 \cdot d$; $0.04 \cdot d \leq y < d$; $y \geq d$)

$$y < 0.04 \cdot d :$$



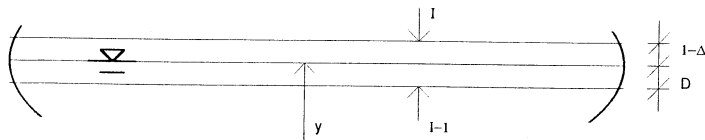
Die Oberflächenbreite B wird mit Hilfe von Δ durch lineare Interpolation zwischen den normierten Oberflächenbreiten für $y = 0$ und $y = 0.04 \cdot d$ bestimmt.

Anmerkung zum Kreis-, Ei- und Maulprofil: Obwohl bei diesen Profilen die Oberflächenbreite für $y = 0$ Null betragen müßte, sind in BDEXT Werte angegeben. Das gleiche gilt für die Oberflächenbreite bei Vollfüllung. Der Fehler gegenüber der exakten Lösung ist durch die Berechnung mit nachstehenden Formeln verschwindend gering.

$$A = 0.5 \cdot y \cdot (B(y=0) + B(y))$$

$$r_{hy} = \frac{A}{B(y=0) + 2 \cdot \sqrt{[0.5 \cdot (B(y) - B(y=0))]^2 + y^2}}$$

$$0.04 \cdot d \leq y < d :$$



In diesem Fall erfolgt für alle Querschnittswerte eine lineare Interpolation durch Wichtung mit dem Faktor Δ .

$$B = B(I-1) + [(B(I) - B(I-1)) \cdot \Delta]$$

$$A = A(I-1) + [(A(I) - A(I-1)) \cdot \Delta]$$

$$r_{hy} = r_{hy}(I-1) + [(r_{hy}(I) - r_{hy}(I-1)) \cdot \Delta]$$

$$y \geq h :$$

Oberflächenbreite:

- geschlossenes Profil $B = 0$
- offenes Profil $B = B(d)$

Querschnittsfläche:

- $A = A_{ges}$

Hydraulischer Radius:

- $r_{hy} = r_{hy(ges)}$

Das EXTRAN-Unterprogramm HEAD

Vom aufrufenden Programm werden folgende bekannten Größen übergeben:

- Haltungsnummer N (einschließlich Ersatzrohre $N \leq NTC$)
- Interne Nummer des oberen Schachtes NL
- Interne Nummer des unteren Schachtes NH
- Wasserstand im Schacht oben h_1 [mNN]
- Wasserstand im Schacht unten h_2 [mNN]
- Abfluß Q in der Haltung [m³/s]

Innerhalb des Unterprogramms HEAD werden unter Berücksichtigung der oben genannten Größen und bei Benutzung der Programme DEPTHX und HYDRAD folgende Größen berechnet und an das aufrufende Programm übergeben:

- mittlere durchströmte Querschnittsfläche A in der Haltung N [m²]
- mittlere Fließgeschwindigkeit v in der Haltung N [m/s]
- mittlerer hydraulischer Radius r_{hy} für den aktuellen Fließzustand in der Haltung N [m]
- durchströmte Querschnittsfläche A_2 in der Haltung N am Schacht unten [m²]
- durchströmte Querschnittsfläche A_1 in der Haltung N am Schacht oben [m²]
- hydraulischer Radius r_{hy1} für den aktuellen Fließzustand in der Haltung N am Schacht oben [m]

Zusätzlich werden den Schächten J-in Abhängigkeit von den Schachtwasserständen h und unter Berücksichtigung der Rohrsohlhöhen z_i Oberflächen AS(J) zugeordnet (gilt nicht für Ersatzrohre). Diese werden jedoch nicht als Formalparameter an das aufrufende Programm übergeben (die Variable AS ist in EXTRAN.CMN enthalten und damit in jedem Unterprogramm verfügbar). Prinzipiell wird dabei die Haltungsfläche B · L auf die beiden Schächte aufgeteilt (B ist die Oberflächenbreite für den mittleren Wasserstand y in der Haltung; L ist die Haltungslänge).

Innerhalb des Programms werden grundsätzlich 4 verschiedene Zustände unterschieden (Abbildung nächste Seite). Zum Teil erfolgt innerhalb der 4 Zustände noch eine weitere Differenzierung:

- Zustand 1 : Beide Schachtwasserstände liegen nicht oberhalb der Rohrsohlen

$$h_1 \leq z_{r1} \text{ und } h_2 \leq z_{r2}$$

- Zustand 2 : Der obere Schachtwasserstand liegt nicht oberhalb der Rohrsohle; der untere über der Rohrsohle

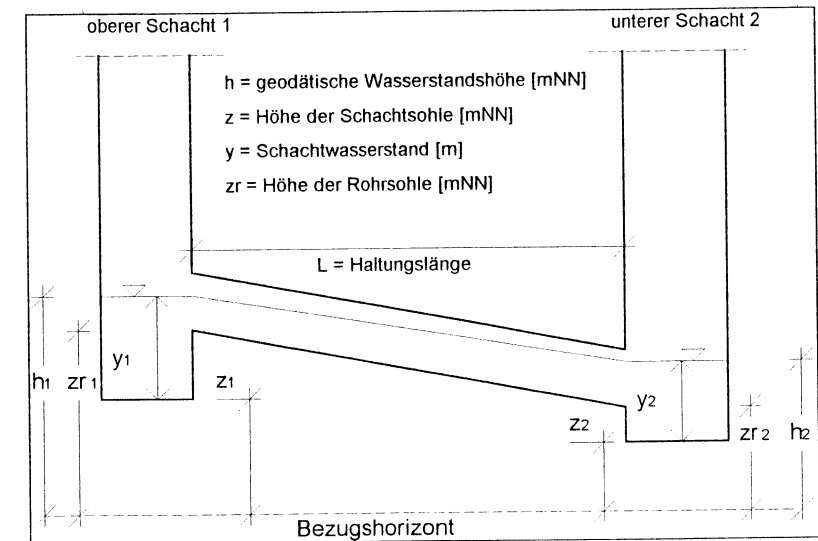
$$h_1 \leq z_{r1} \text{ und } h_2 > z_{r2}$$

- Zustand 3 : Der untere Schachtwasserstand liegt nicht oberhalb der Rohrsohle; der obere über der Rohrsohle

$$h_1 > z_{r1} \text{ und } h_2 \leq z_{r2}$$

- Zustand 4 : Beide Schachtwasserstände liegen über den Rohrsohlen

$$h_1 > z_{r1} \text{ und } h_2 > z_{r2}$$



$$1) h_1 \leq z_{r1} \text{ und } h_2 \leq z_{r2}$$

$$A = 0.$$

$$v = 0.$$

$$r_{hy} = 0.01 \text{ m}$$

$$A_2 = 0.$$

$$A_1 = 0.$$

$$r_{hy1} = 0.01 \text{ m}$$

$$\text{zusätzlich: } Q = 0.$$

Den Schächten wird keine zusätzliche Oberfläche zugewiesen.

Sonderfälle:

$$h_1 = z_{r1} \text{ und } h_2 = z_{r2} \quad (\text{kein Aufsprung oben und kein Absturz unten})$$

Die Haltungsfläche $L \cdot B$ wird zu gleichen Teilen den beiden Schächten zugewiesen.

$$h_1 = z_{r1} \text{ und } h_2 < z_{r2} \quad (\text{kein Aufsprung oben und Absturz unten})$$

Die gesamte Haltungsfläche $L \cdot B$ wird dem oberen Schacht zugeordnet.

$$h_1 < z_{r1} \text{ und } h_2 = z_{r2} \quad (\text{Aufsprung oben und kein Absturz unten})$$

Die gesamte Haltungsfläche $L \cdot B$ wird dem unteren Schacht zugeordnet.

B ist die für $y = 0$ angegebene Oberflächenbreite (siehe Anmerkung zum Ei-, Kreis- und Maulprofil in Anlage 2 B)

$$2) \ h_1 \leq z_{r1} \text{ und } h_2 > z_{r2}$$

Innerhalb dieses Zustandes werden noch einmal Fallunterscheidungen getroffen

a) unterer Schachtwasserstand unterhalb der oberen Rohrsohlhöhe

$$A = 0.25 \cdot (A_1 + 2 \cdot A_{mit} + A_2)$$

$$\text{mit } A_1 = 0$$

A_{mit} = durchströmte Querschnittsfläche in Haltungsmitte

A_2 = durchströmte Querschnittsfläche unten

$$v = 0$$

$$r_{hy} = 0.5 \cdot (r_{hy(mit)} + r_{hy2})$$

mit $r_{hy(mit)}$ = hydraulischer Radius in Haltungsmitte

r_{hy2} = hydraulischer Radius unten

für $z_{r1} = z_1$ (kein Aufsprung am oberen Schacht)

Die Haltungsfläche wird beiden Schächten zugeordnet

für $z_{r1} > z_1$ (Aufsprung am oberen Schacht)

Die Haltungsfläche wird ausschließlich dem unteren Schacht zugeordnet

b) Aufsprung am oberen Schacht und unterer Schachtwasserstand größer als obere Rohrsohlhöhe

$$y_2 = y_{crit}(Q)$$

$$h_1 = z_{r1} + y_2$$

$$A = 0.25 \cdot (A_1 + 2 \cdot A_{mit} + A_2)$$

$$r_{hy} = 0.25 \cdot (r_{hy1} + 2 \cdot r_{hymit} + r_{hy2})$$

$$v = Q / A$$

Die Haltungsfläche wird ausschließlich dem unteren Schacht zugeordnet

c) Kein Aufsprung am oberen Schacht (= trockener Schacht) und unterer Schachtwasserstand oberhalb der oberen Rohrsohlhöhe

$$A = 0.25 \cdot (A_1 + 2 \cdot A_{mit} + A_2)$$

$$r_{hy} = 0.25 \cdot (r_{hy1} + 2 \cdot r_{hymit} + r_{hy2})$$

$$v = Q / A$$

Aufteilung der Haltungsfläche auf beide Schächte

$$3) h_1 > z_{r_1} \text{ und } h_2 \leq z_{r_2}$$

Es erfolgt eine weitere Differenzierung dahingehend, ob am unteren Schacht ein Absturz existiert oder nicht.

a) Absturz am unteren Schacht ($z_2 > z_2$)

$$h_2 - z_{r_2} = \text{Minimum von } y_{\text{crit}}(Q) \text{ und } y_{\text{norm}}(Q)$$

$$A = 0.25 \cdot (A_1 + 2 \cdot A_{\text{mit}} + A_2)$$

$$r_{\text{hy}} = 0.25 \cdot (r_{\text{hy}1} + 2 \cdot r_{\text{hymit}} + r_{\text{hy}2})$$

$$v = Q / A$$

Die gesamte Haltungsfläche wird dem oberen Schacht zugeordnet

b) Kein Absturz am unteren Schacht ($z_{r_2} = z_2$)

$$A = 0.25 \cdot (A_1 + 2 \cdot A_{\text{mit}} + A_2)$$

$$r_{\text{hy}} = 0.25 \cdot (r_{\text{hy}1} + 2 \cdot r_{\text{hymit}} + r_{\text{hy}2})$$

$$v = Q / A$$

Aufteilung der Haltungsfläche auf beide Schächte

$$4) h_1 > z_{r_1} \text{ und } h_2 > z_{r_2}$$

Mit Ausnahme der weiter unten beschriebenen Sonderfälle werden für diesen Zustand folgende Größen berechnet:

$$A = 0.25 \cdot (A_1 + 2 \cdot A_{\text{mit}} + A_2)$$

$$r_{\text{hy}} = 0.25 \cdot (r_{\text{hy}1} + 2 \cdot r_{\text{hymit}} + r_{\text{hy}2})$$

$$v = Q / A$$

Aufteilung der Haltungsfläche auf beide Schächte

Sonderfälle:

a) Absturz oben ($z_{r_1} > z_1$) bei negativer Fließrichtung

In diesem Fall wird überprüft, ob der obere Rohrwasserstand kleiner als die für Q berechnete kritische Wassertiefe in Haltung N ist. Sollte dieses zutreffen, erfolgt die gleiche Berechnung der Querschnittswerte und Zuordnung der Haltungsfläche wie in Fall 2 b):

$$h_1 - z_{r_1} = y_{\text{crit}}(Q)$$

$$A = 0.25 \cdot (A_1 + 2 \cdot A_{\text{mit}} + A_2)$$

$$r_{\text{hy}} = 0.25 \cdot (r_{\text{hy}1} + 2 \cdot r_{\text{hymit}} + r_{\text{hy}2})$$

$$v = Q / A$$

Die gesamte Haltungsfläche wird dem unteren Schacht zugeordnet:

b) Absturz unten ($z_{r_2} > z_2$) bei positiver Fließrichtung

Rohrwasserstand unten kleiner als das für Q in der Haltung berechnete Minimum von Normal- und

Grenzwasserstand

$$h_2 - z_{r_2} = \text{Minimum}(y_{\text{crit}}, y_{\text{norm}})$$

-> Berechnung der Querschnittswerte und Schachtoberflächen entsprechend Fall 3 a)

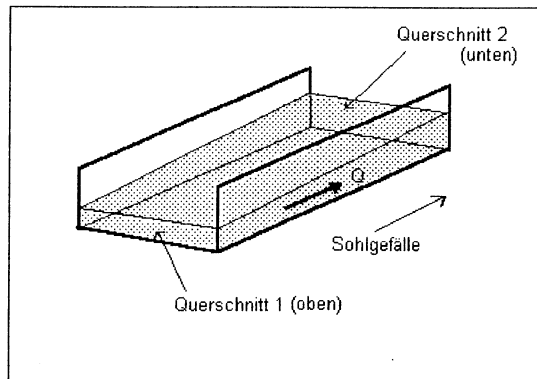
Beschreibung der Sonderfälle bei der Abflußberechnung in den Haltungen

1. Fließumkehr innerhalb eines Zeitschritts

Sofern für $Q_{t+\Delta t/2}$ und $Q_{t+\Delta t}$ innerhalb eines Zeitschritts Werte verschiedenen Vorzeichens berechnet werden, wird $Q_{t+\Delta t}$ gleich $\pm 0.001 \text{ m}^3/\text{s}$ gesetzt, wobei das Vorzeichen dem von $Q_{t+\Delta t}$ entspricht.

2. Begrenzung des Abflusses auf Normalabfluß bei positiver Fließrichtung

Die Überprüfung, ob der Normalabfluß Q_{norm} maßgebend wird, erfolgt bei einem in der folgenden Abbildung gezeigten Fließzustand, bei dem das Wasserspiegelgefälle kleiner als das Sohlgefälle ist (Beispiel Rechteckprofil).



In diesem Fall wird der Normalabfluß für den Wasserstand im Querschnitt 1 berechnet und mit dem aus der Bewegungsgleichung ermittelten Abfluß Q_{S-V} verglichen. Für

$$Q_{\text{norm}} < Q_{S-V}$$

wird der Normalabfluß maßgebend.

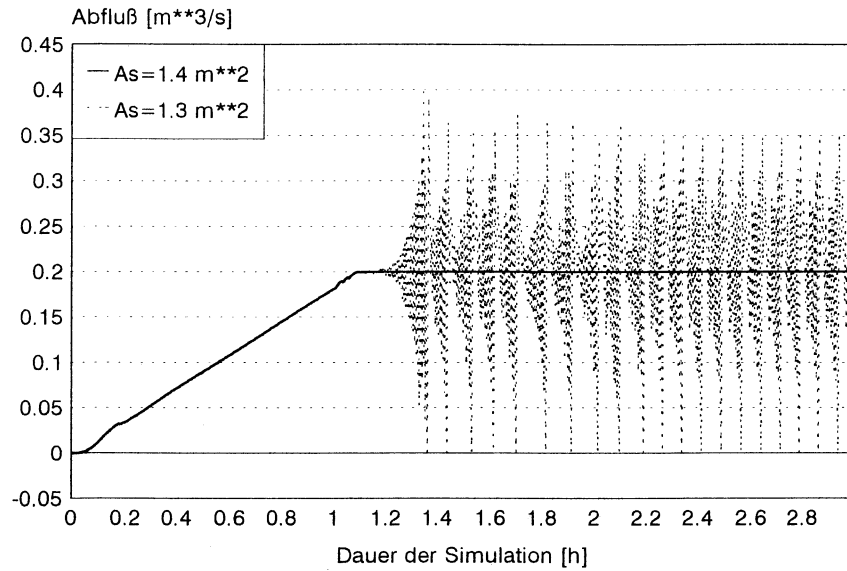
In der laufenden Ausgabedatei wird diese Reduzierung des Abflusses durch ein "*" gekennzeichnet, was entsprechend der EXTRAN - Programmbeschreibung schießenden Abfluß kenntlich macht. Hierzu sind folgende Anmerkungen zu machen:

- Normalabfluß ist nur dann schießender Abfluß, wenn die Neigung des betrachteten Gerinnes größer als das Grenzgefälle ist. In dem betrachteten Fall, in dem das Wasserspiegelgefälle kleiner als das Sohlgefälle ist, handelt es sich um verzögerten Abfluß, der geringer als Q_{norm} ist. Die Möglichkeit, daß der Normalabfluß für den Wasserstand in Querschnitt 1 dennoch kleiner als der nach Saint-Venant berechnete ist, hängt mit dem verwendeten Lösungsalgorithmus zusammen, bei dem für jede

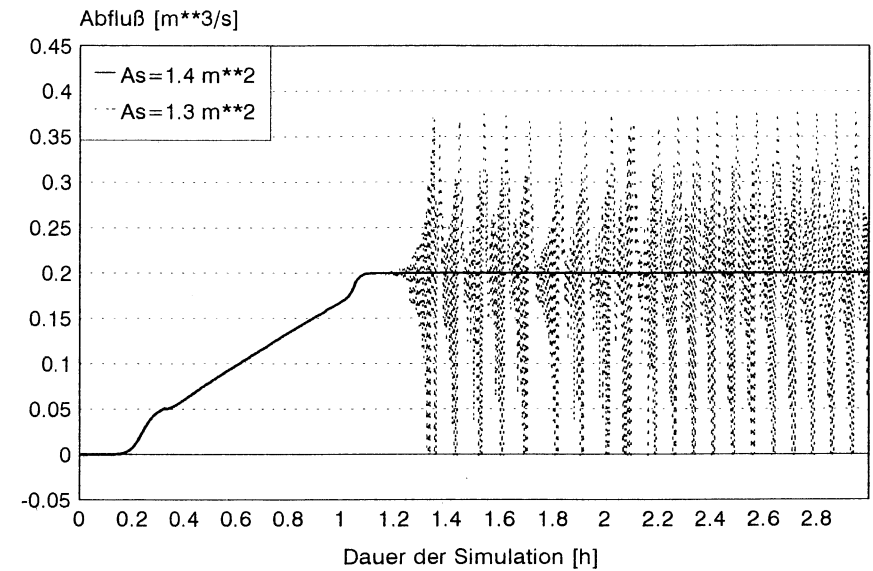
Haltung repräsentative Werte in der Bewegungsgleichung benutzt werden (durchströmte Querschnittsfläche ungefähr in Haltungsmitte).

- es werden bei positiver Fließrichtung keine anderen Fließzustände dahingehend untersucht, ob schießender oder strömender Abfluß herrscht. Der den -angeblich-schießenden Abfluß kennzeichnende Stern "*" wird in der laufenden Ausgabedatei folglich nur bei der Reduzierung des Abflusses für die oben beschriebenen Randbedingungen geschrieben. Es erfolgt für keinen anderen Fließzustand eine genauere Charakterisierung.

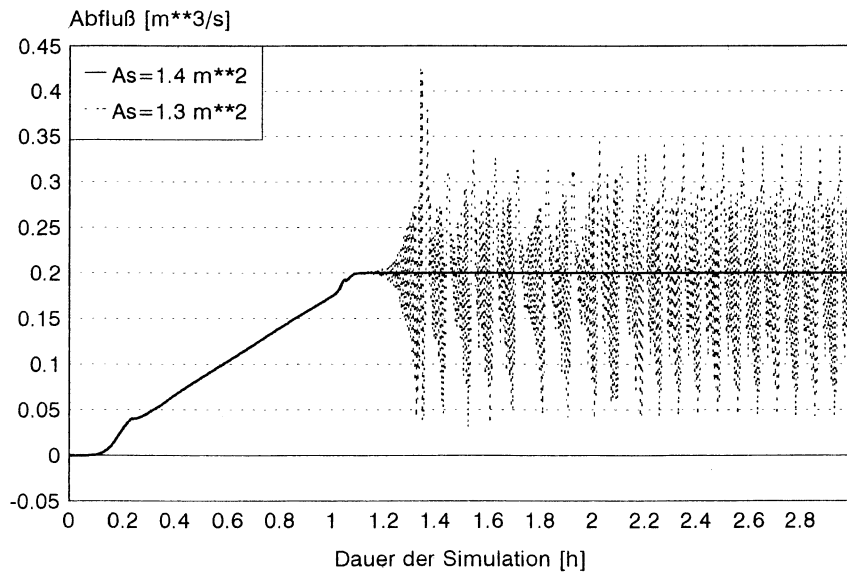
Durchflußganglinie Haltung 1



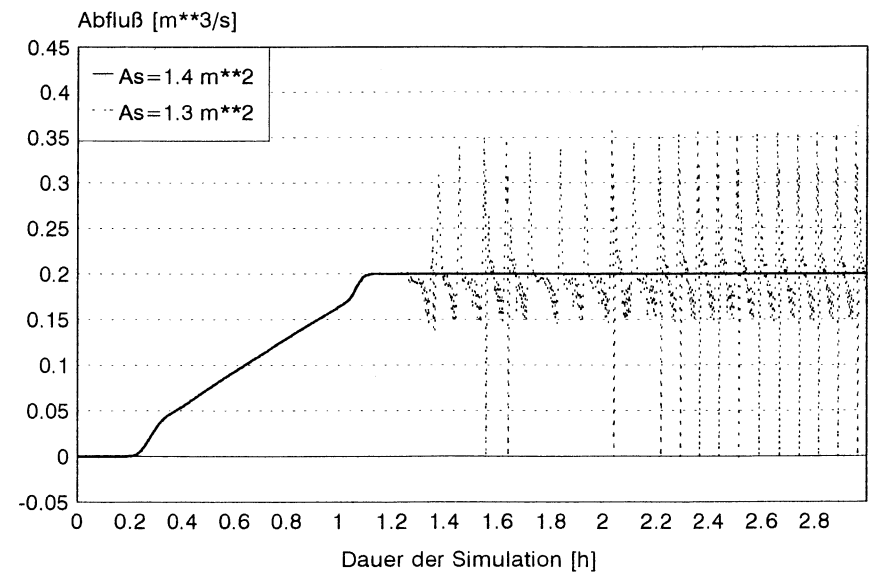
Durchflußganglinie Haltung 3



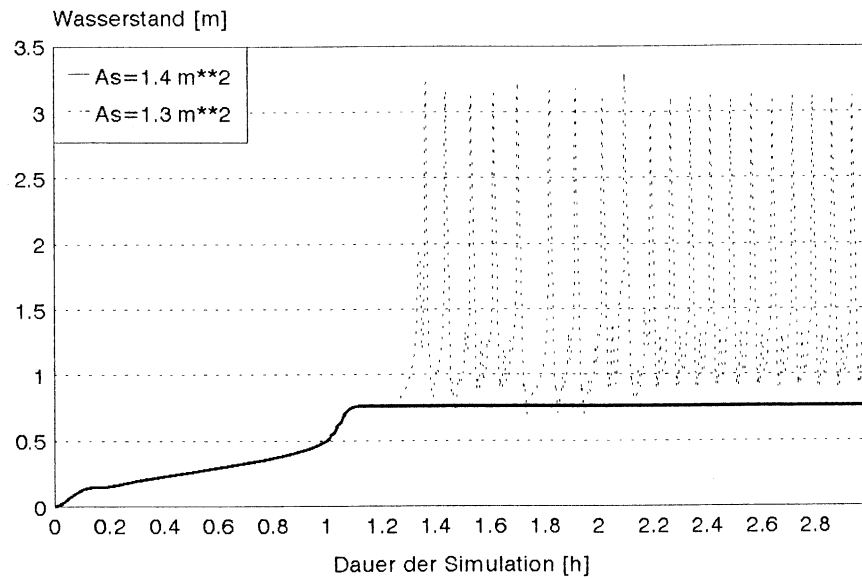
Durchflußganglinie Haltung 2



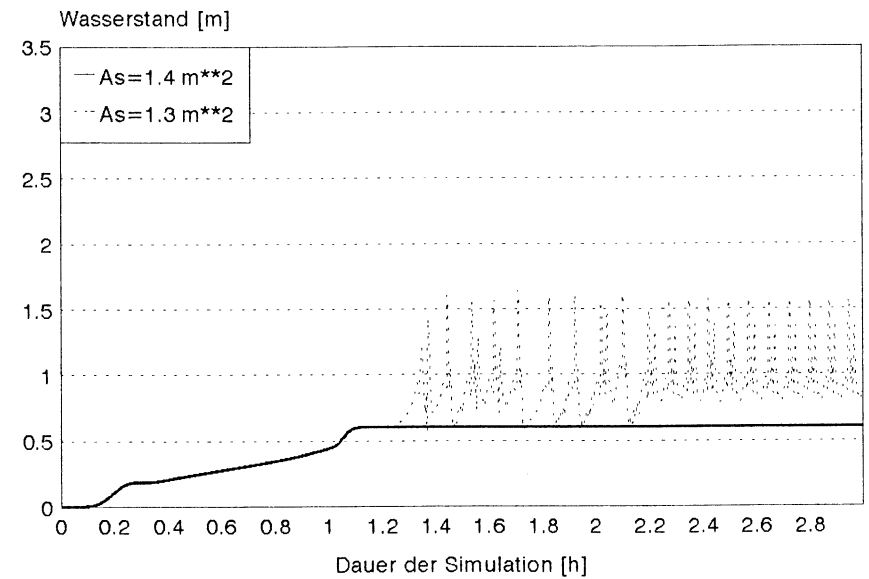
Durchflußganglinie Haltung 4



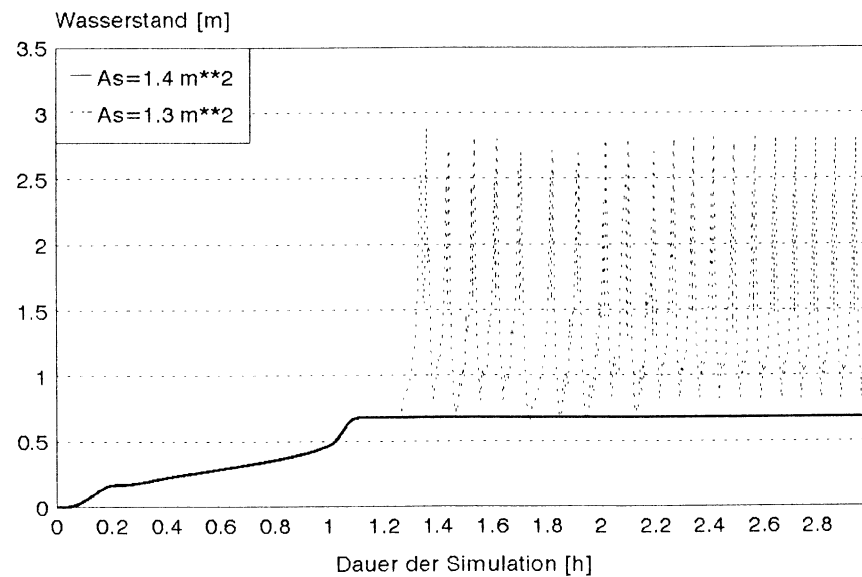
Wasserstandsganglinie Schacht 1



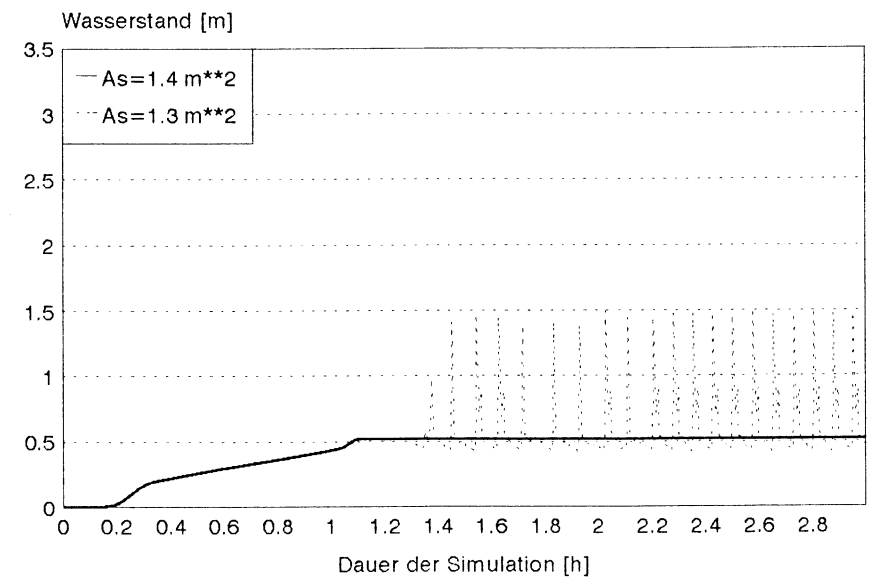
Wasserstandsganglinie Schacht 3



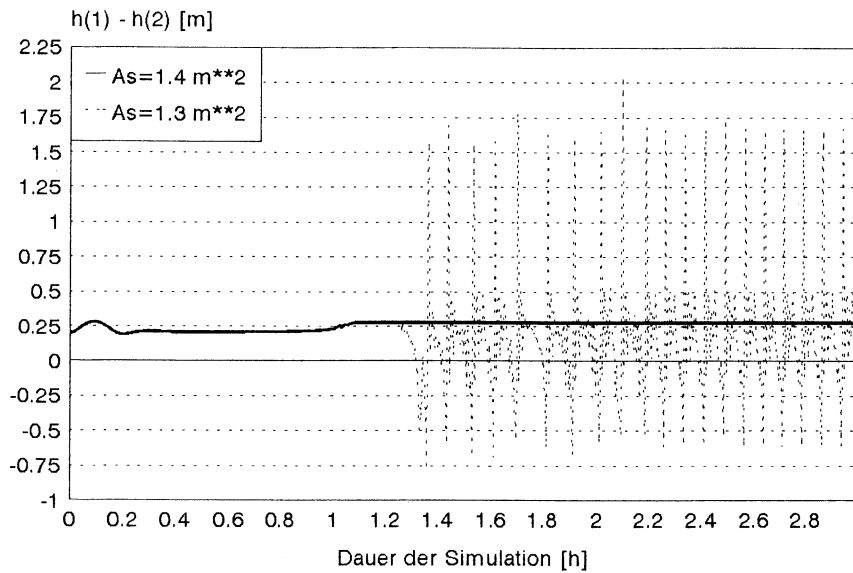
Wasserstandsganglinie Schacht 2



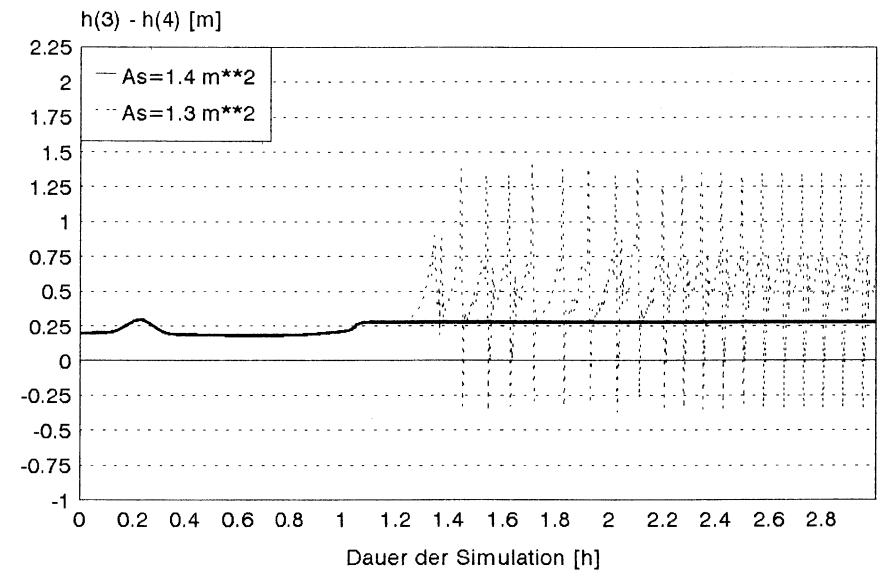
Wasserstandsganglinie Schacht 4



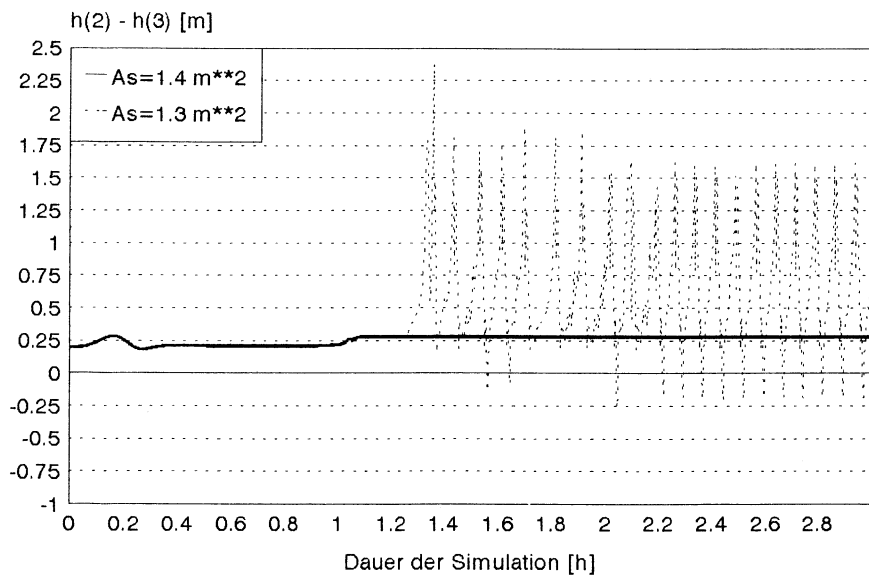
Wasserstandsdifferenz Schacht 1 - Schacht 2



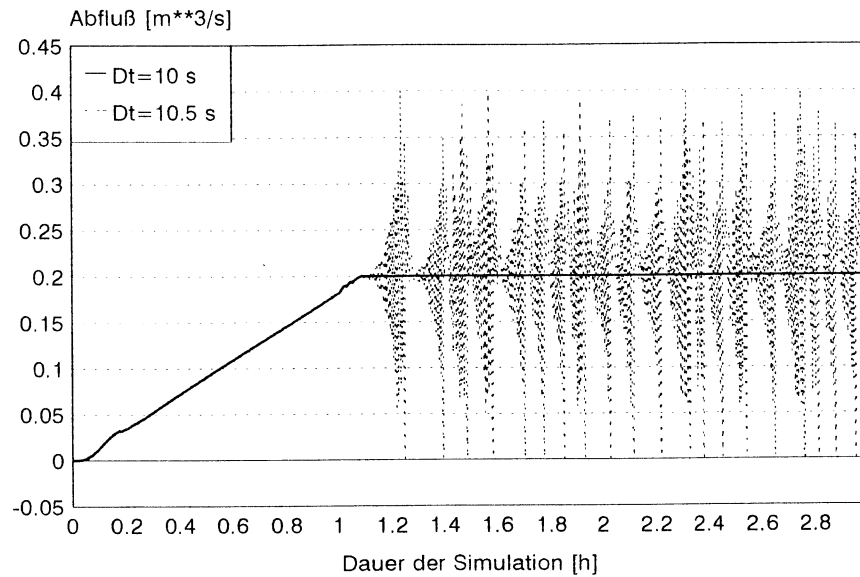
Wasserstandsdifferenz Schacht 3 - Schacht 4



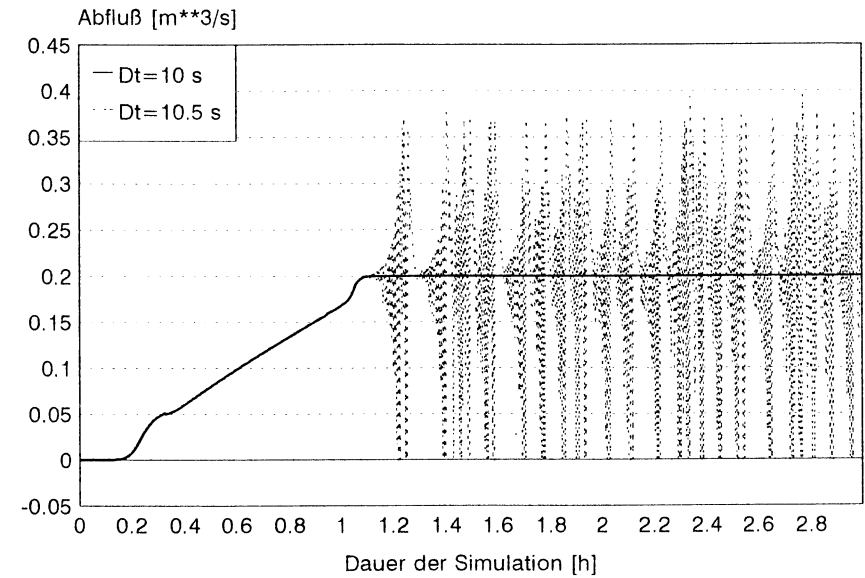
Wasserstandsdifferenz Schacht 2 - Schacht 3



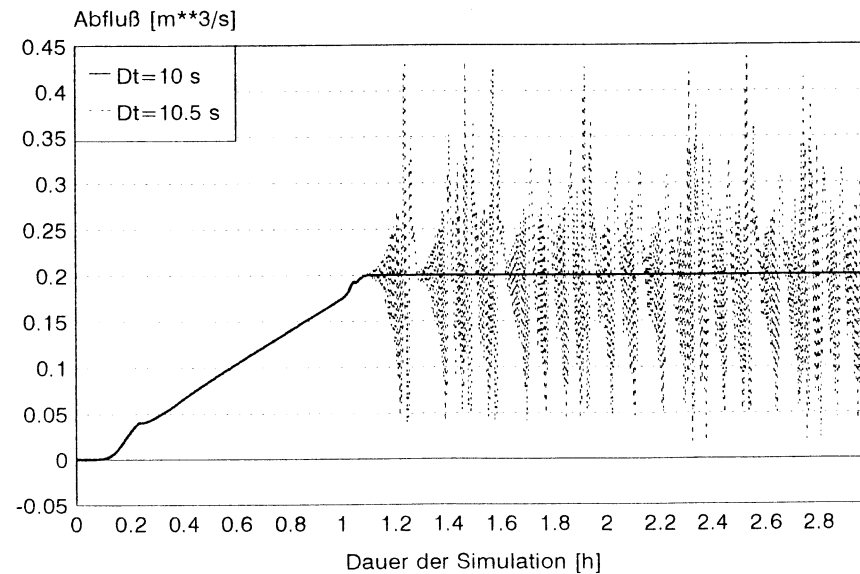
Durchflußganglinie Haltung 1



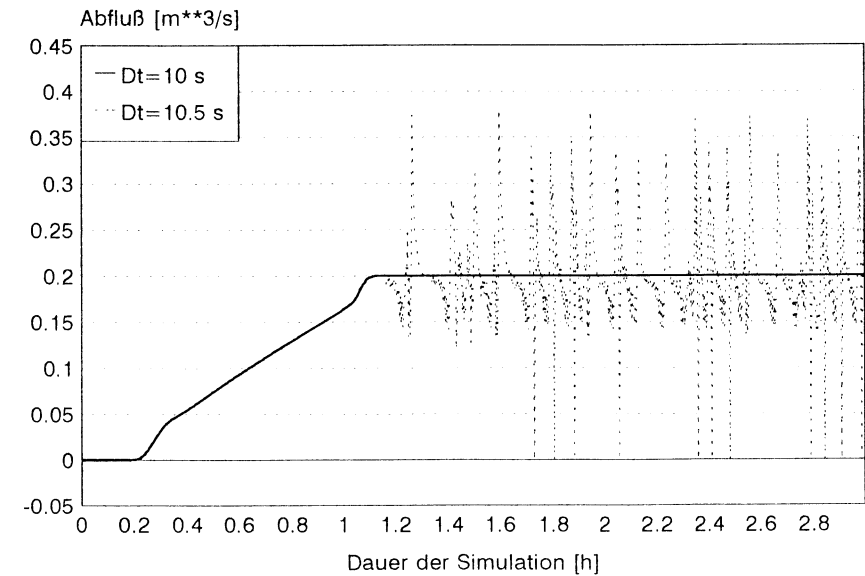
Durchflußganglinie Haltung 3



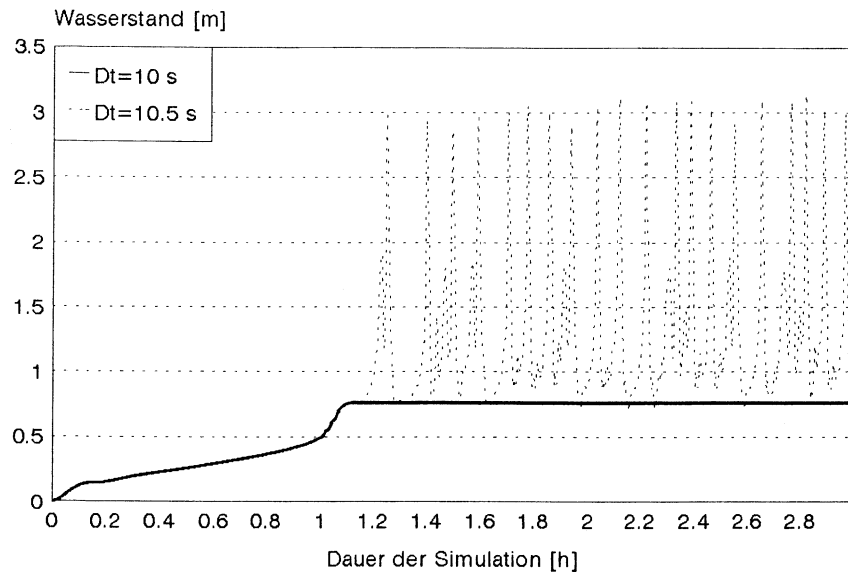
Durchflußganglinie Haltung 2



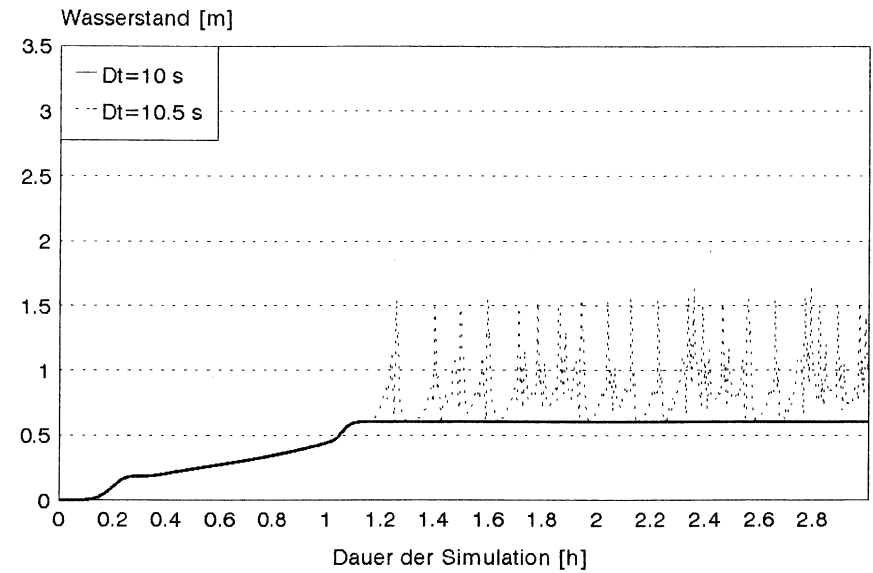
Durchflußganglinie Haltung 4



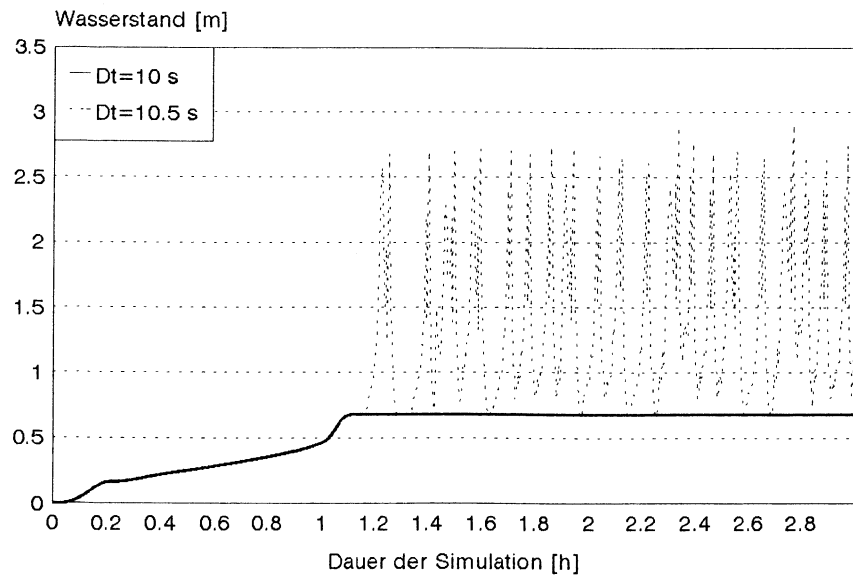
Wasserstandsganglinie Schacht 1



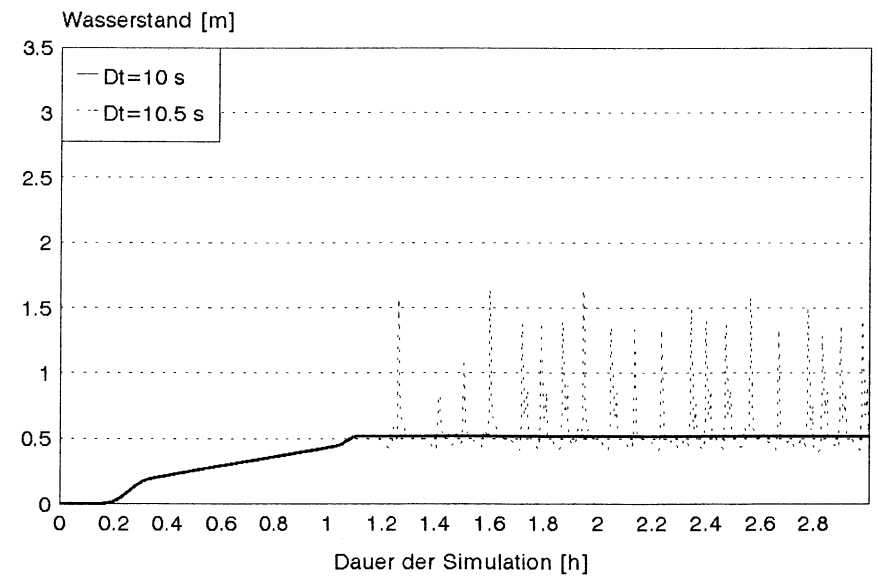
Wasserstandsganglinie Schacht 3



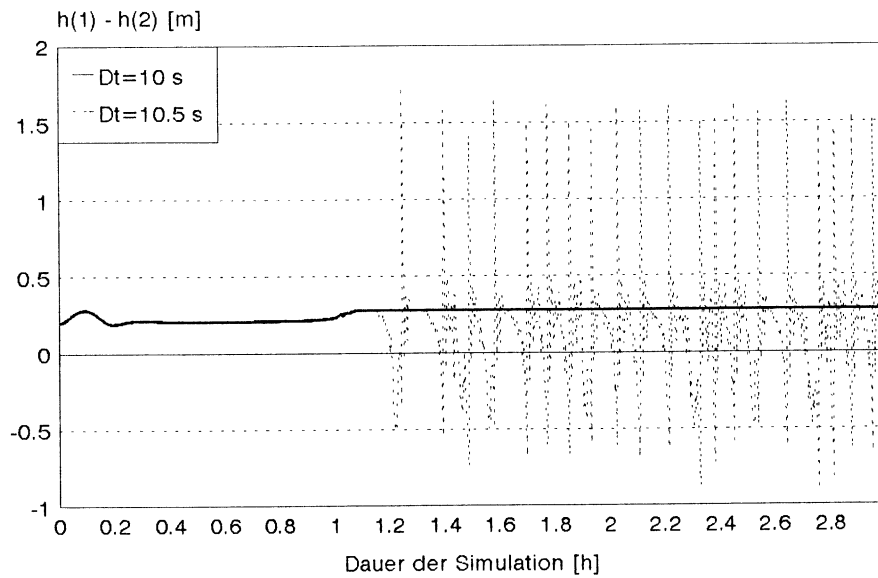
Wasserstandsganglinie Schacht 2



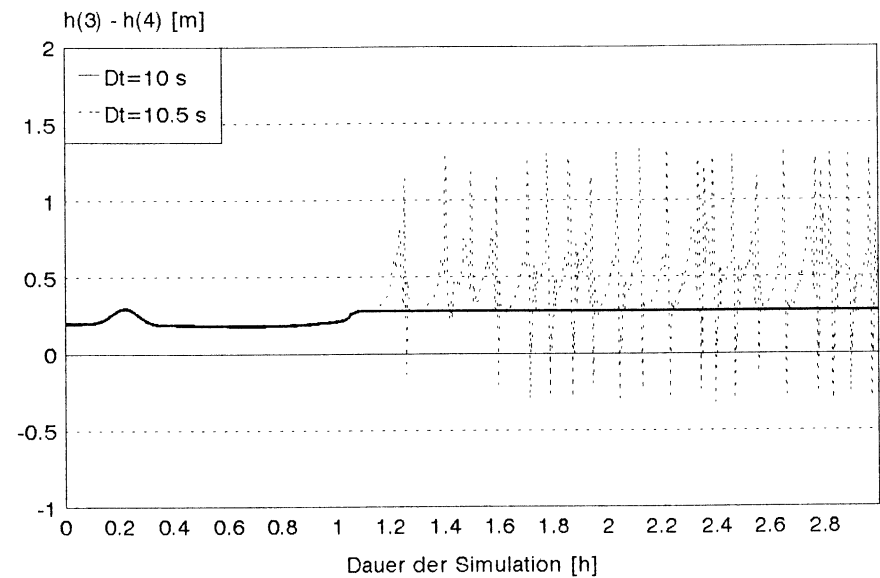
Wasserstandsganglinie Schacht 4



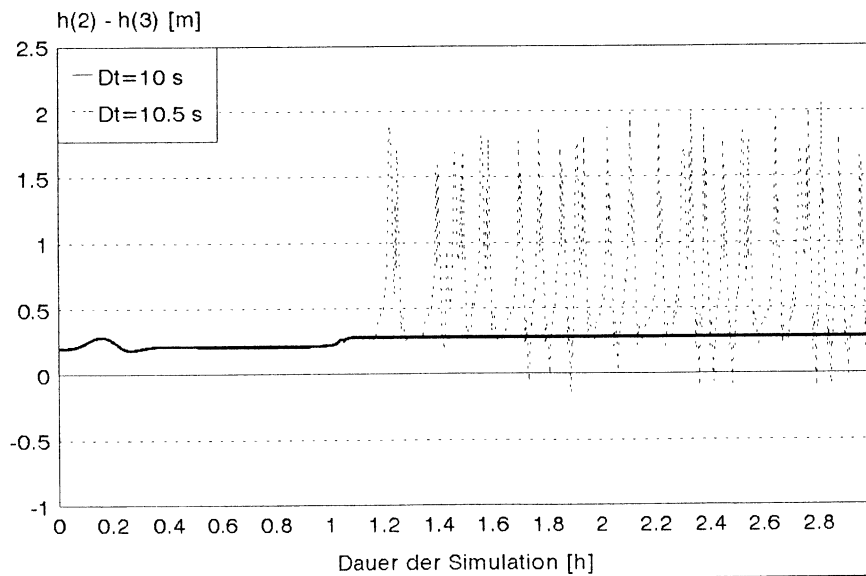
Wasserstandsdifferenz Schacht 1 - Schacht 2



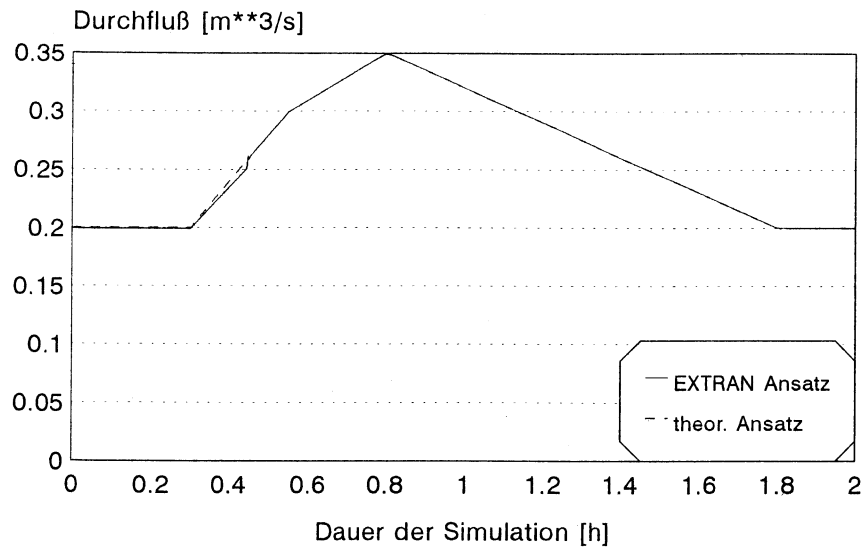
Wasserstandsdifferenz Schacht 3 - Schacht 4



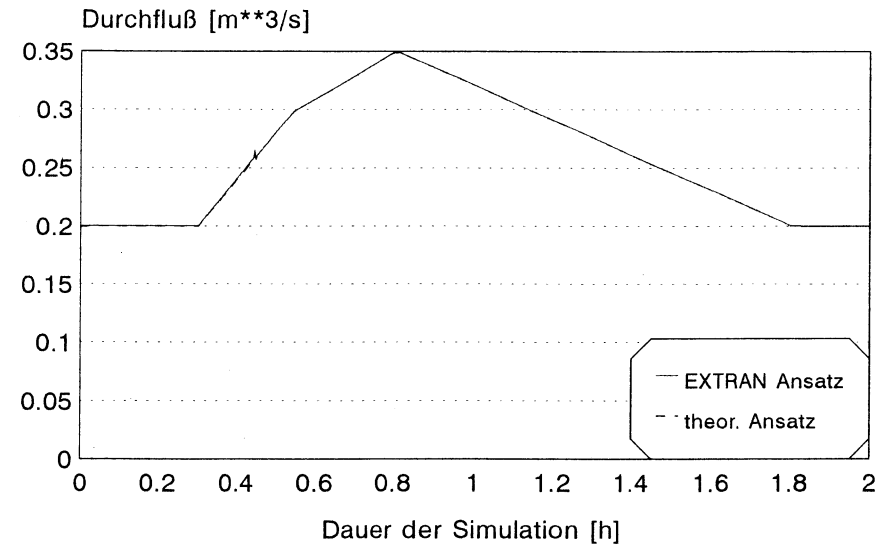
Wasserstandsdifferenz Schacht 2 - Schacht 3



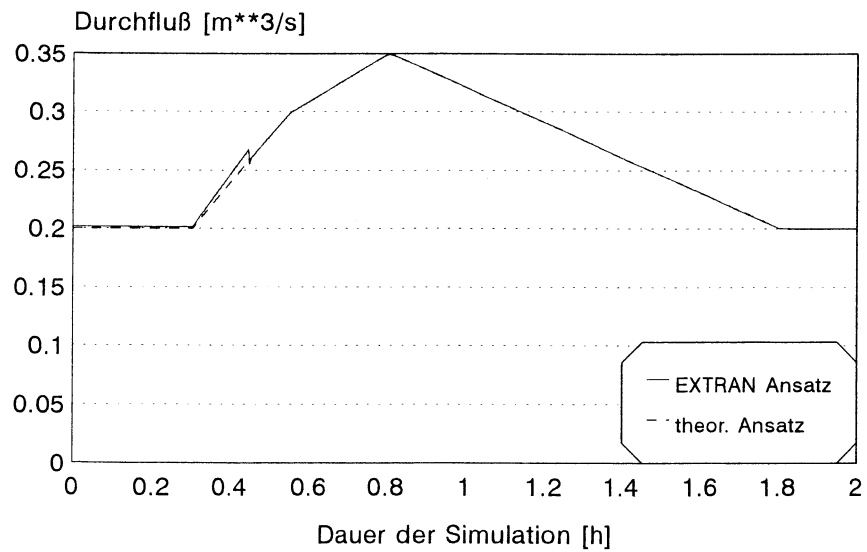
Durchflußganglinien Haltung 1



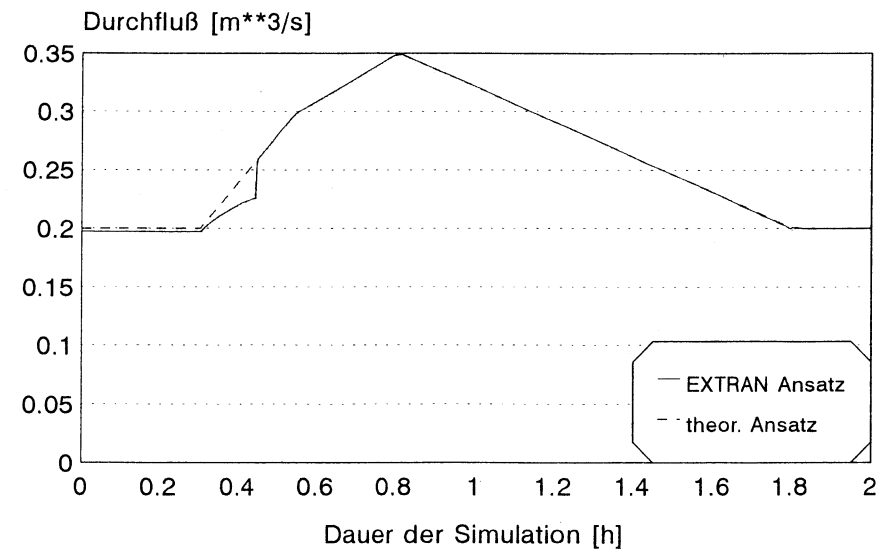
Durchflußganglinien Haltung 3



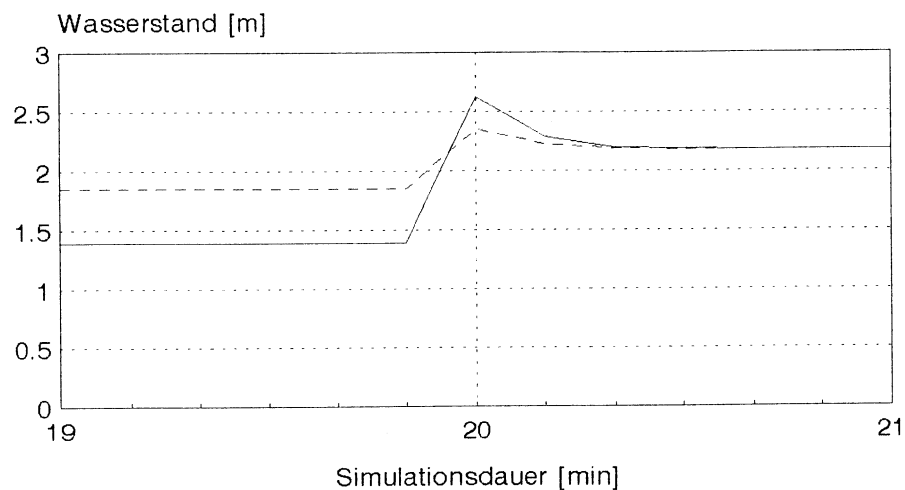
Durchflußganglinien Haltung 2



Durchflußganglinien Haltung 4

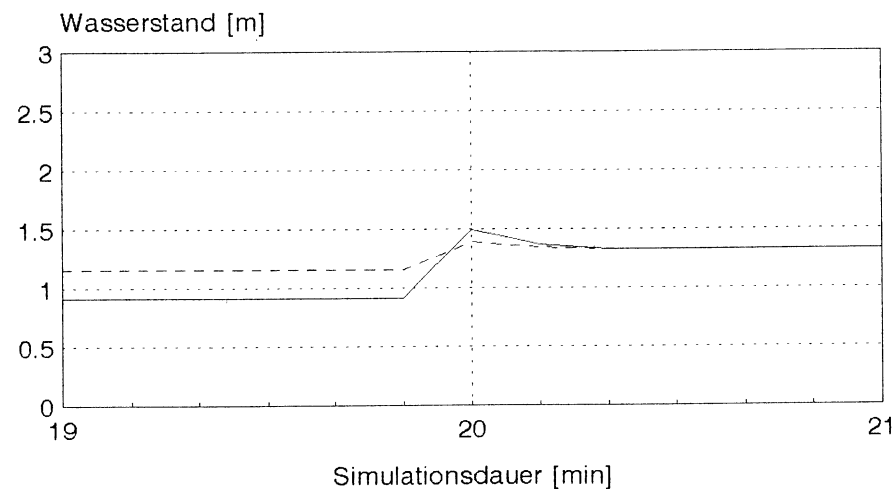


Wasserstandsganglinie Schacht 1



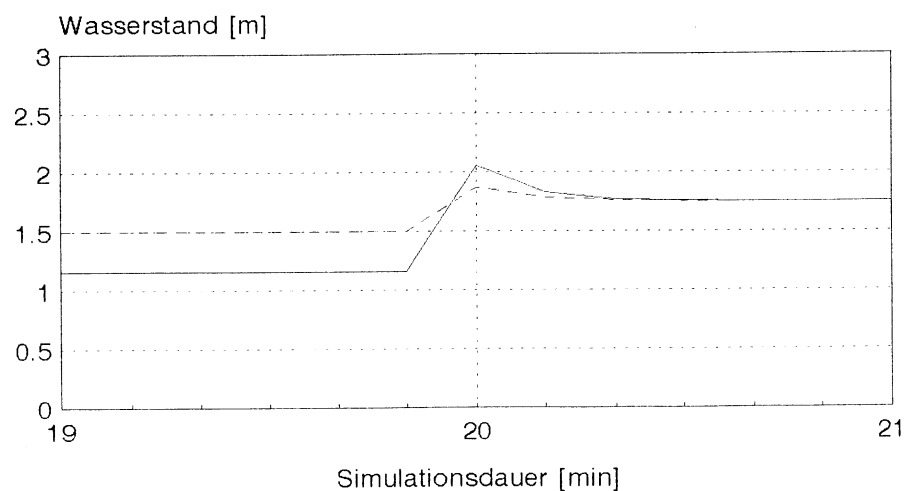
Erhöhung des Zuflusses von 250 bzw. 280 auf 300 L/s
innerhalb eines Zeitschrittes von 10 s
durchgezogene Linie: 250 ->300 / gestrichelte Linie: 280 ->300

Wasserstandsganglinie Schacht 3



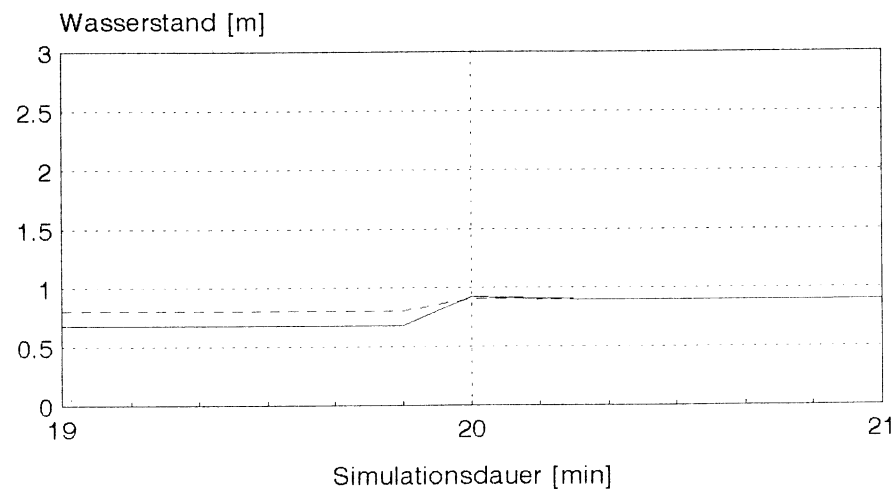
Erhöhung des Zuflusses von 250 bzw. 280 auf 300 L/s
innerhalb eines Zeitschrittes von 10 s
durchgezogene Linie: 250 ->300 / gestrichelte Linie: 280 ->300

Wasserstandsganglinie Schacht 2



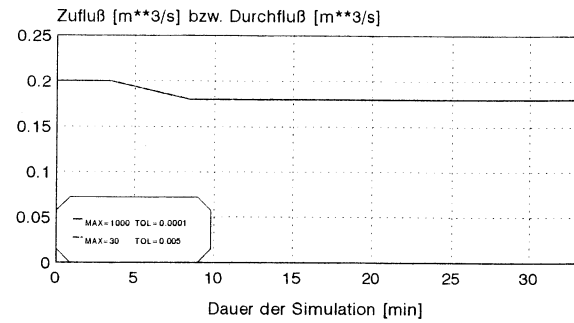
Erhöhung des Zuflusses von 250 bzw. 280 auf 300 L/s
innerhalb eines Zeitschrittes von 10 s
durchgezogene Linie: 250 ->300 / gestrichelte Linie: 280 ->300

Wasserstandsganglinie Schacht 4



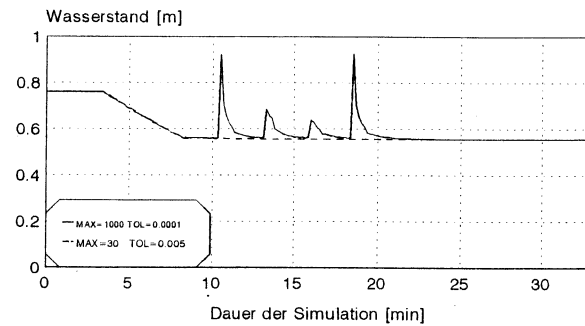
Erhöhung des Zuflusses von 250 bzw. 280 auf 300 L/s
innerhalb eines Zeitschrittes von 10 s
durchgezogene Linie: 250 ->300 / gestrichelte Linie: 280 ->300

Zuflußganglinie Schacht 1
identisch mit der Durchflußganglinie der Haltung 1



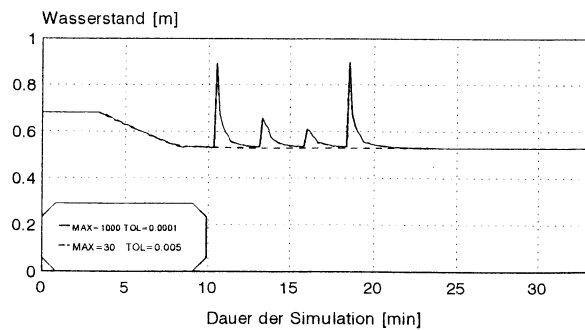
MAX = maximale Anzahl der Iterationen
TOL = zulässige Fehlergrenze zum Abbruch der Iterationen

Wasserstandsganglinie Schacht 1



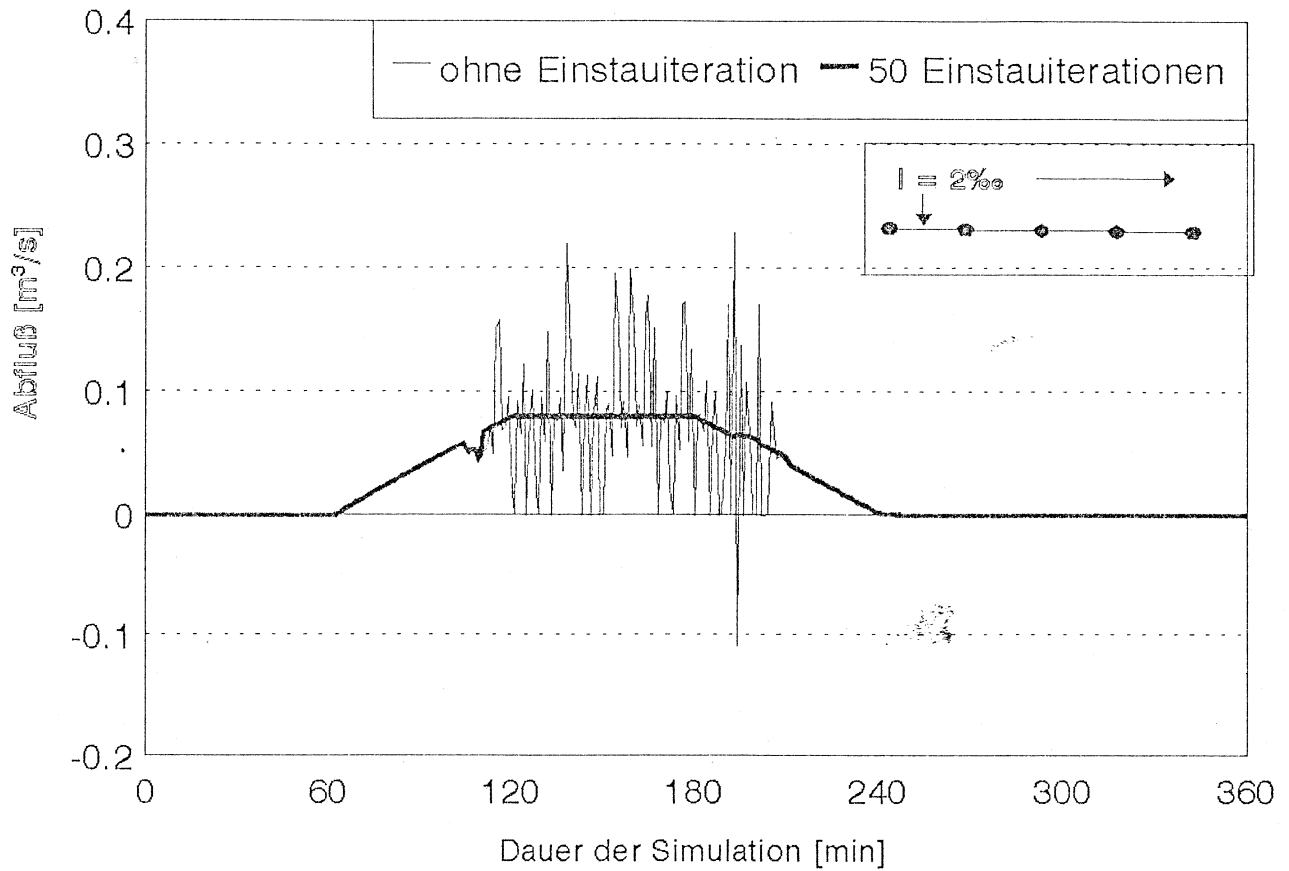
MAX = maximale Anzahl der Iterationen
TOL = zulässige Fehlergrenze zum Abbruch der Iterationen

Wasserstandsganglinie Schacht 2

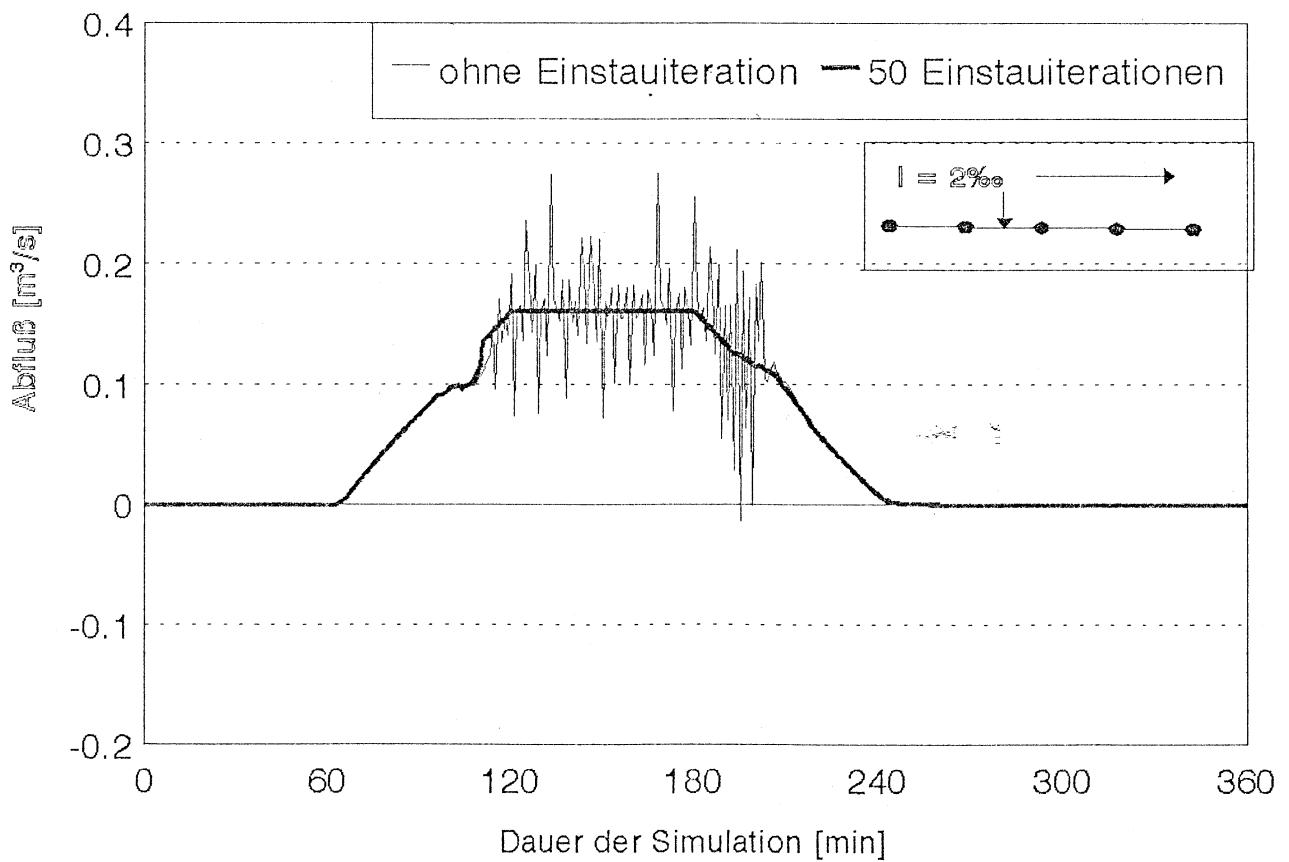


MAX = maximale Anzahl der Iterationen
TOL = zulässige Fehlergrenze zum Abbruch der Iterationen

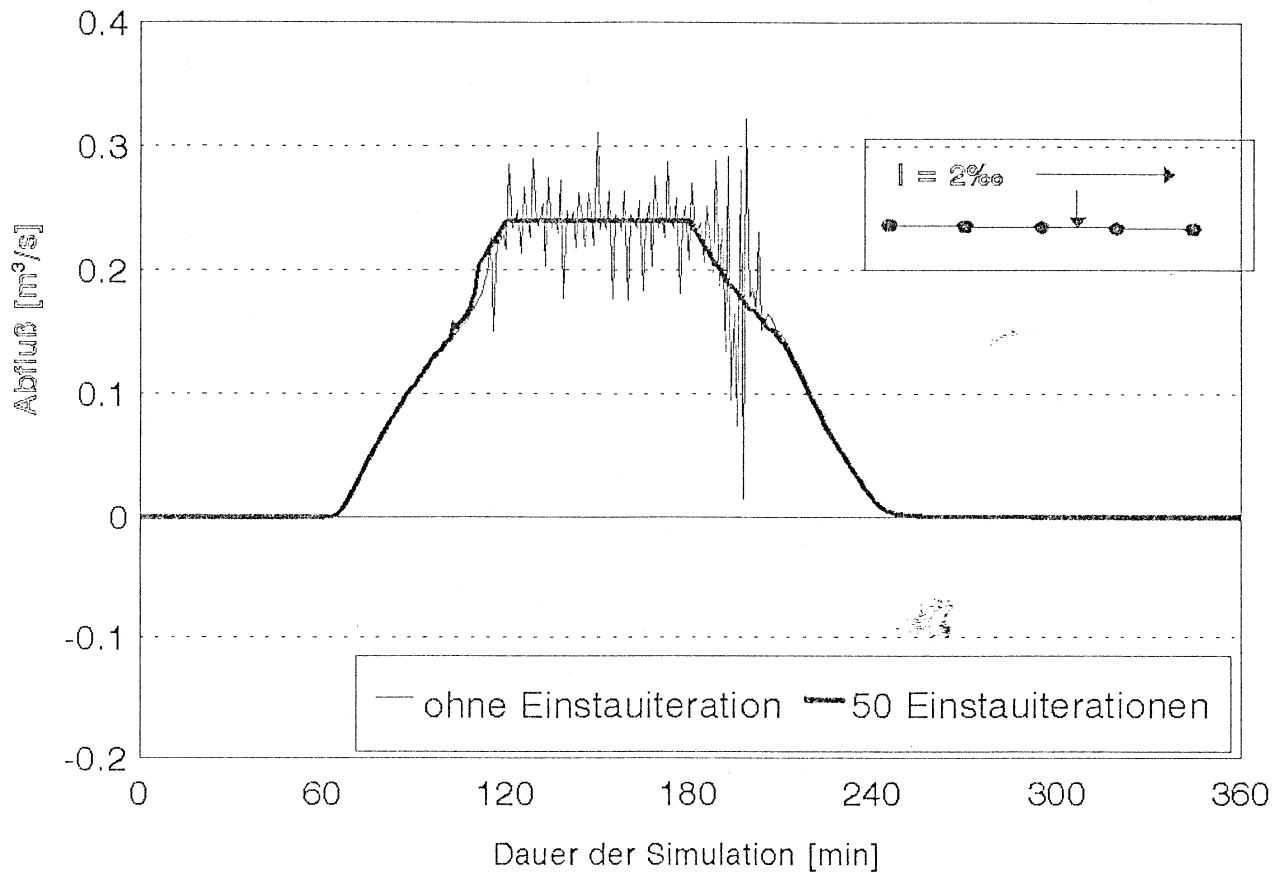
Haltung 1: Vergleich der Abflußganglinien



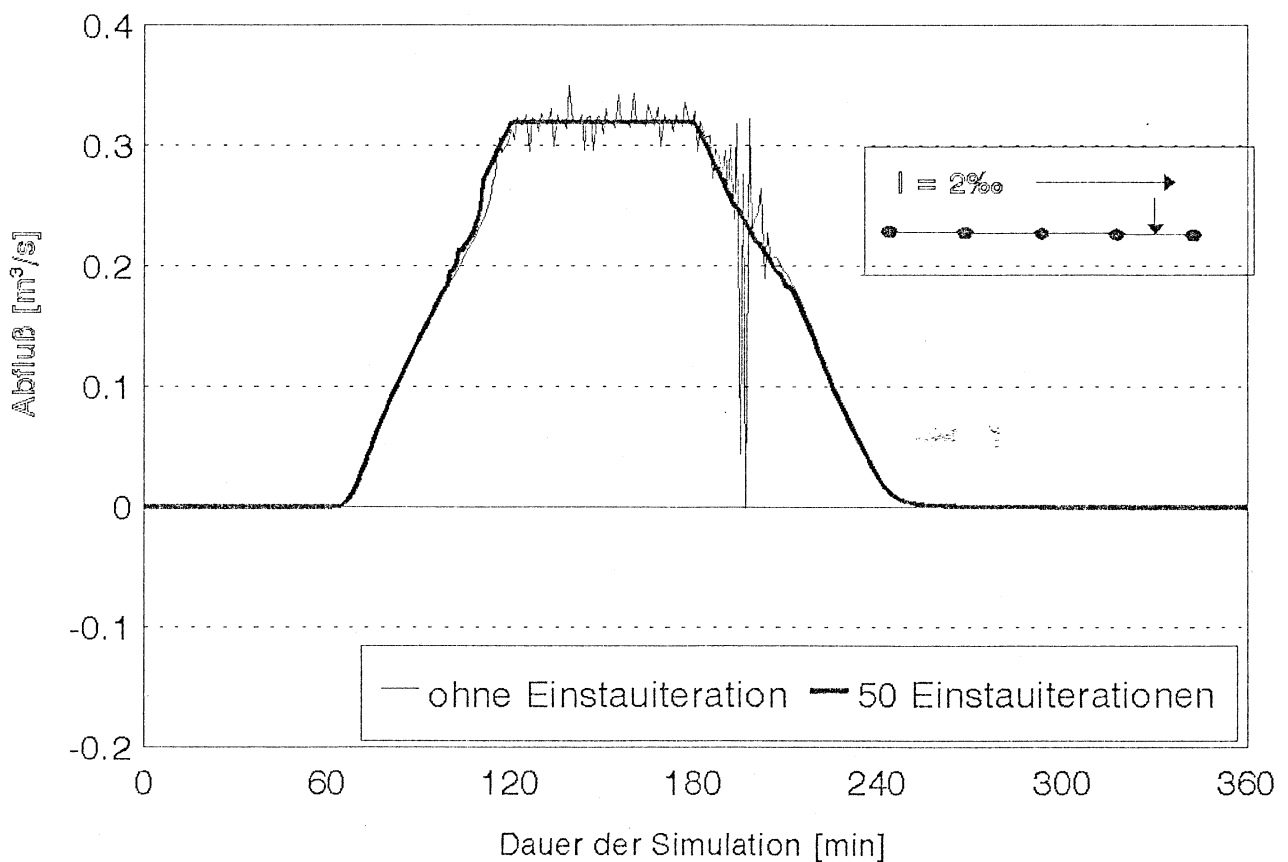
Haltung 2: Vergleich der Abflußganglinien



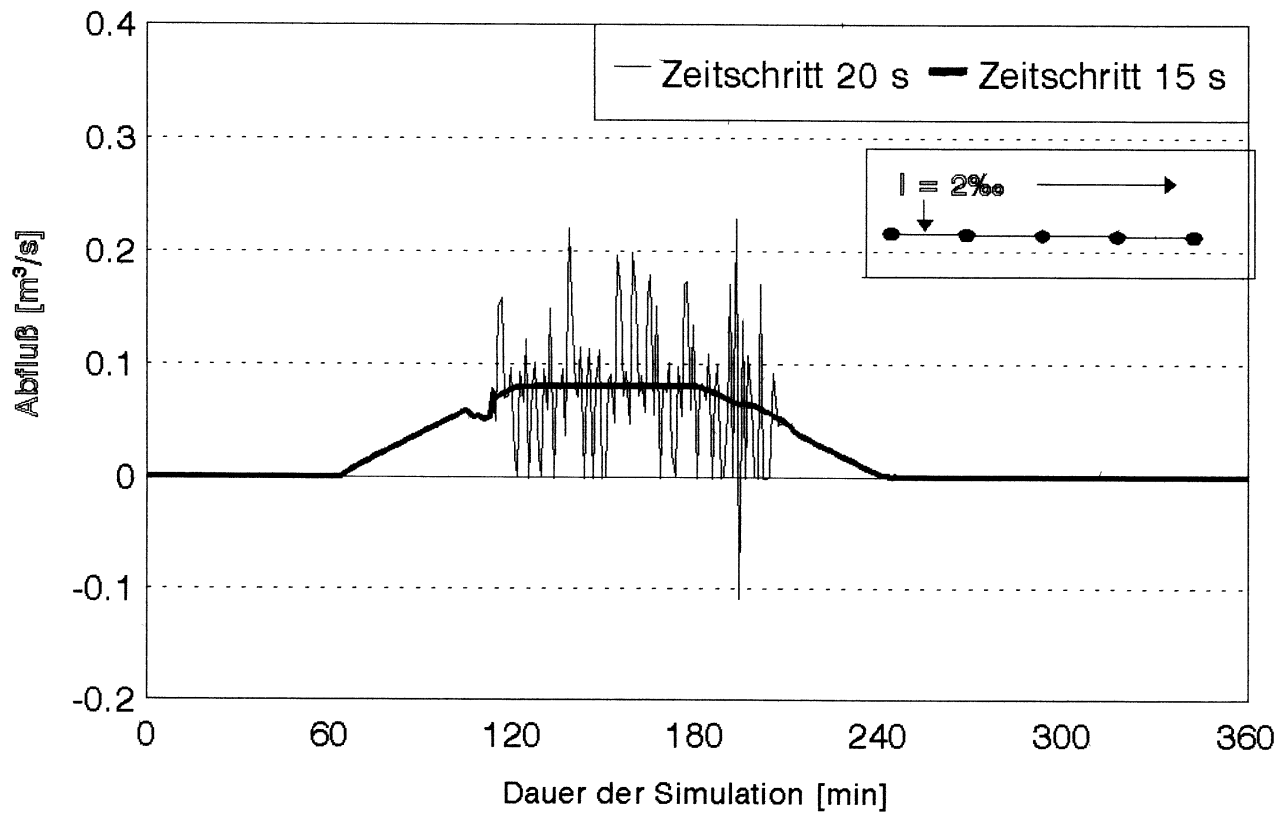
Haltung 3: Vergleich der Abflußganglinien



Haltung 4: Vergleich der Abflußganglinien

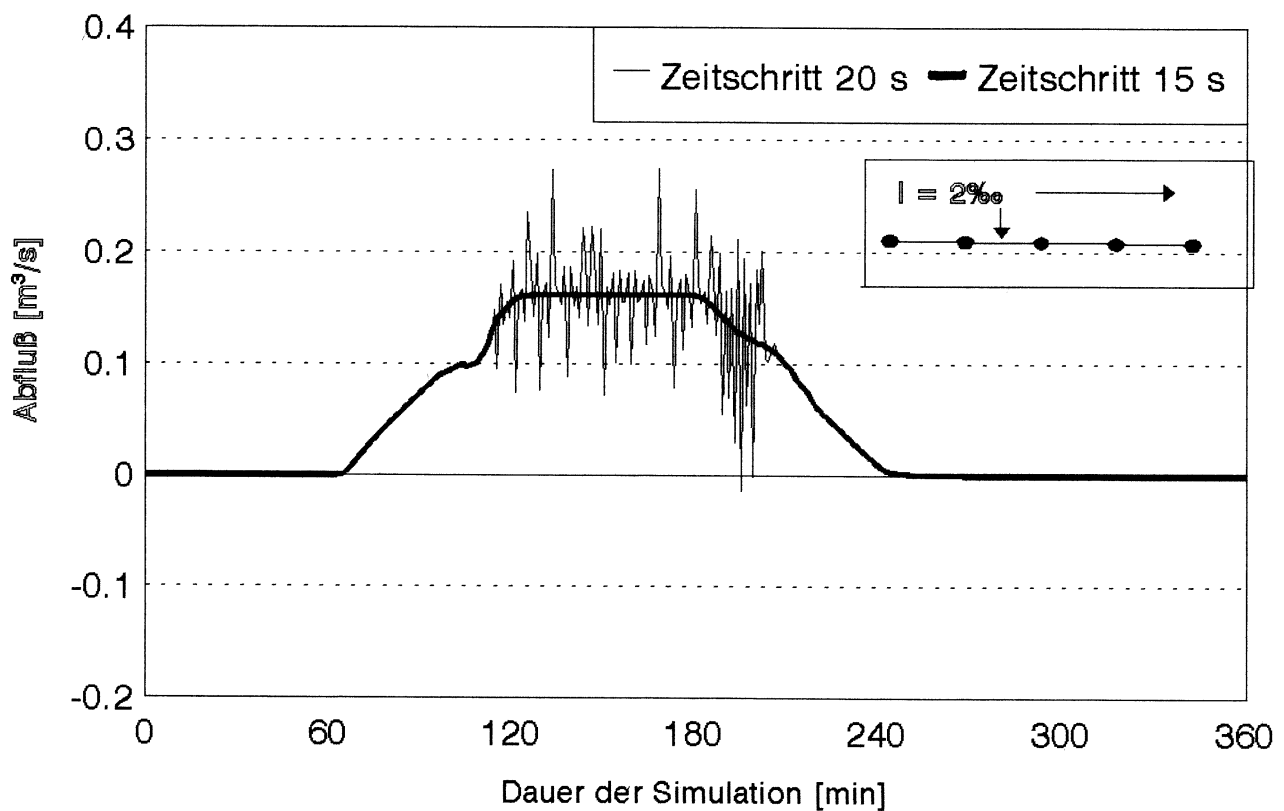


Haltung 1: Vergleich der Abflußganglinien



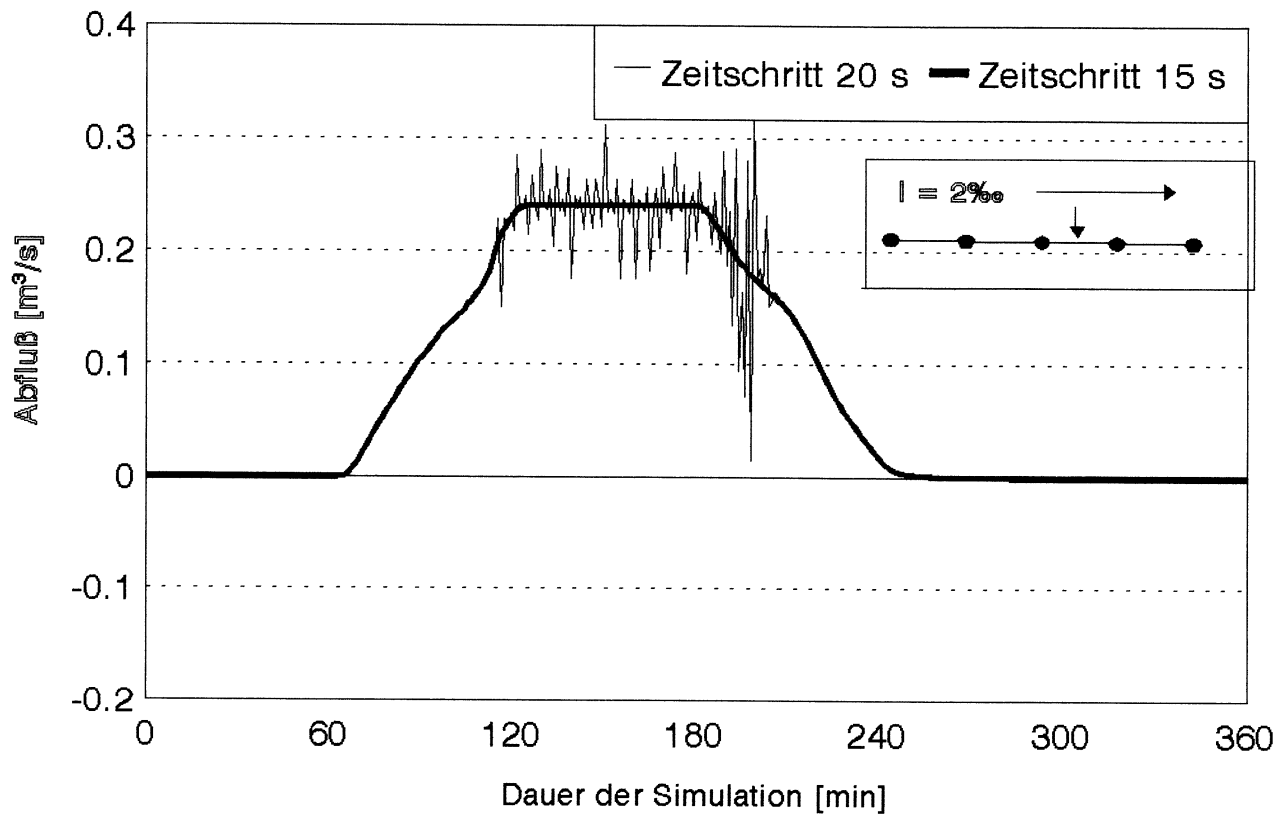
Simulationen jeweils ohne Einstauiterationen

Haltung 2: Vergleich der Abflußganglinien



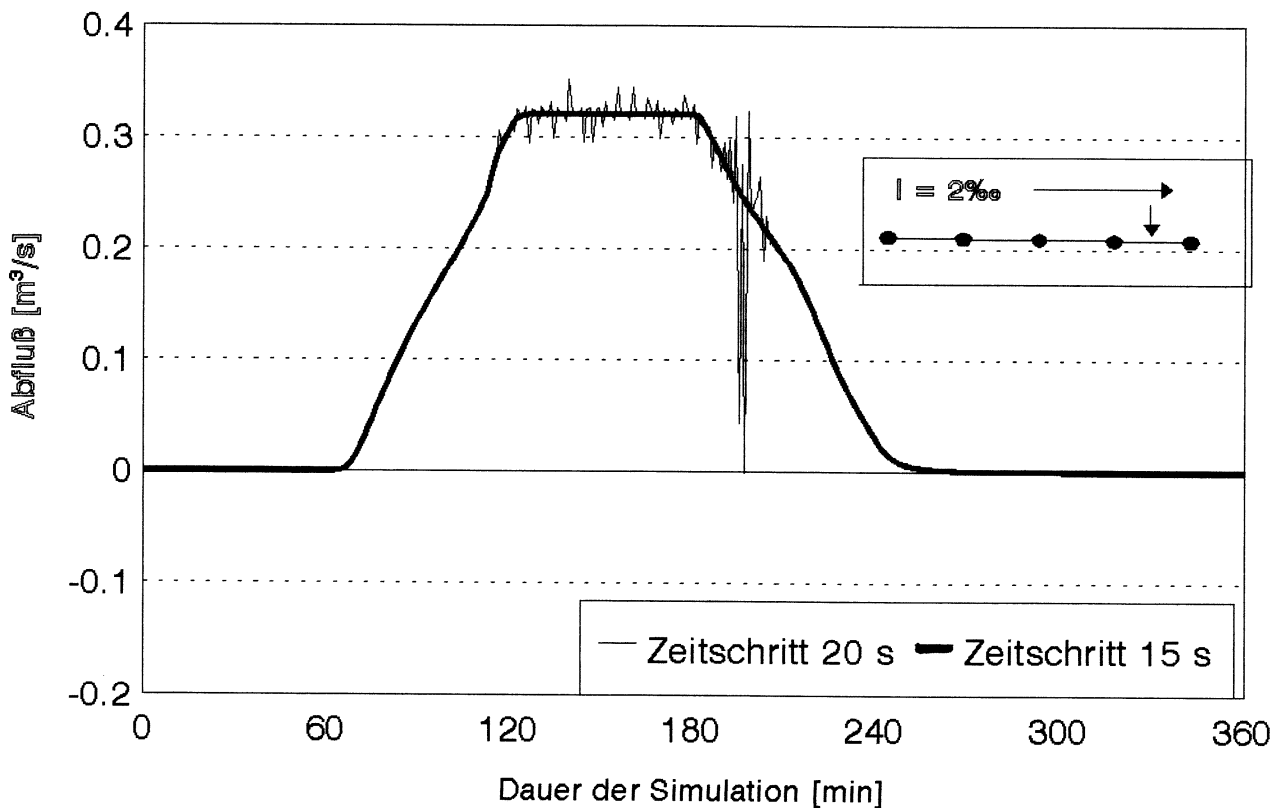
Simulationen jeweils ohne Einstauiterationen

Haltung 3: Vergleich der Abflußganglinien



Simulationen jeweils ohne Einstauiterationen

Haltung 4: Vergleich der Abflußganglinien



Simulationen jeweils ohne Einstauiterationen

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = 2V \frac{\partial A}{\partial t} + v^2 \frac{\partial A}{\partial x} - g A \frac{\partial h}{\partial x} - kvQ$$

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = \frac{Q_{t+\Delta t} - Q_t}{\Delta t}$$

$$\frac{\partial A}{\partial t} \quad A \text{ Mittelwert im Rohr} \quad \frac{A_{t+\Delta t} - A_t}{\Delta t}$$

$$\frac{\partial A}{\partial x} \quad \text{Mittelwert über } t, t+\Delta t.$$

$$\frac{\partial A}{\partial x} = \frac{\theta [A_2(t+\Delta t) - A_1(t+\Delta t)] + (1-\theta) [A_2(t) - A_1(t)]}{2 \Delta x}.$$

$$\frac{\partial h}{\partial x} \quad \text{das gleiche.}$$

$$\boxed{\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{\sum Q}{A_s}}$$

$$\frac{\partial h}{\partial t} = \frac{h(t+dt) - h(t)}{\Delta t}$$

$$\sum Q = \frac{\sum Q(t+dt) + \sum Q(t)}{2}$$

$$A_s = \frac{A_s(t+dt) + A_s(t)}{2}$$