

Grundlagen der Modellierung in HYDROSIM / PREDICT

Redaktion

A. KHELIL

1. Differenzierung der Verlustarten

Unter Abflußbildung versteht man die Ermittlung des abflußwirksamen Niederschlags, d.h. der Niederschlag wird um die auftretenden Verluste auf seinen dem Kanalnetz tatsächlich zufließenden Anteil reduziert - ATV-Arbeitsgruppe 1.2.6 -.

Die Berechnung der Niederschlagsverluste spielt bei der Kalibrierung eines Simulationsprogramms an gemessenen Daten eine entscheidende Rolle, da hierdurch das *Zuflußvolumen* festgelegt wird. Eine Verzerrung der Welle aufgrund unzulänglicher Nachbildung des Strömungsvorganges (sei es an der Oberfläche oder im Kanal) kann u.a. in Kauf genommen werden, besonders wenn nur wenige Charakteristiken der Abflußganglinien (z.B. Spitzenabfluß, Schwerpunktlaufzeit,...) von Interesse sind. Eine falsche Ermittlung der Zuflußvolumina bedeutet dagegen eine Verletzung der *Kontinuitätsgleichung* - Wasser geht verloren oder wird aus dem Nichts erzeugt ! -.

Modellansätze unterscheiden sich in folgenden Punkten:

- Differenzierung der Verlustarten
- Anzahl der Bodenarten, die bei einer Simulation gleichzeitig berücksichtigt werden können
- angenommener Verlauf der berücksichtigten Verluste bzw. mathematische Formulierung.

Die Verluste auf den einzelnen Teilflächen werden zunächst in Oberflächen- und Bodenverluste unterteilt. Oberflächenverluste bestehen aus den *Benetzungs-*, *Mulden-* und *Verdunstungsverlusten*. Die Bodenverluste setzen sich aus den *Versickerungsverlusten* zusammen. Die Größe der Verluste hängt von der Beschaffenheit der Oberfläche und des Bodens sowie von der Vorgeschichte des Ereignisses ab. Nach ATV A 119 sollen, soweit keine anderen Werte nachgewiesen werden, die Parameter je Verlustart innerhalb folgender Grenzen liegen:

Benetzungsverluste: Niederschlagsanteil zur Befeuchtung der Oberfläche vor dem Auftreten jeglichen Abflusses.

befestigte Flächen	0,2-0,5	mm
unbefestigte Flächen	0,2-1,00	mm

- Muldenverluste: Niederschlagsanteil zur Auffüllung von Unebenheiten der Oberfläche.

glatte Dachflächen	0,2-1,0	mm
befestigte Straßen-/Hof-Flächen	0,4-2,0	mm
unbefestigte Fläche	0,8-5,0	mm

Verdunstungsverluste: Die Verdunstung trägt zu den Dauerverlusten bei. Als Verdunstungsverlust darf jedoch nur der Verlust in Ansatz gebracht werden, der nach Auftreffen des Regens auf die Oberfläche auftritt. Verdunstungsverluste in der Luft sind schon im bemessenen Regenwert mit berücksichtigt.

Beschreibung der Modellbausteine	Abflußbildung
----------------------------------	---------------

Ob während eines Regens die Verdunstung berücksichtigt werden soll, ist strittig. Einerseits spricht dafür, daß besonders bei sommerlichen Starkregen nach Sonneneinstrahlung und bei Wind Verdunstung von der Oberfläche auftritt. Dagegen wird gehalten, daß während des Regens die Luft einen hohen Feuchtigkeitsgehalt aufweist und damit die potentielle Verdunstung deutlich reduziert ist. Falls sie bei längerem Regen jedoch berücksichtigt wird, sollte in unserer Breite die Verdunstungsrate zwischen 0,003 und 0,009 mm/min gewählt werden.

- Versickerungsverluste:

Sie sind von der Oberflächen- und Bodenbeschaffenheit abhängig. Auf alle Fälle nimmt die Versickerungsrate mit der Dauer des Regens ab. Je nach Beschaffenheit und Vorbefeuchtung gilt.

Anfangsversickerungsverluste	0,30-1,8 mm/min
Endversickerungsverluste	0,03-0,3 mm/min

Bei allen gängigen numerischen Modellen gibt es die grundsätzliche Trennung zwischen undurchlässigen bzw. befestigten und durchlässigen bzw. unbefestigten Flächen. Während in durchlässigen Flächen die Infiltrationsverluste eine beträchtliche Rolle spielen, treten sie bei undurchlässigen Flächen nicht auf. Auch das relative Gewicht der anderen Verlustarten ist für beide Flächenklassen anders gelegt.

Wenn man Extremregen ($n < 1$) ausnimmt, ist in Europa und Nordamerika die ausschließliche Betrachtung der befestigten Flächen ausreichend zur Ermittlung der Zuflußvolumina in den Kanal. Daher werden in einfachen Niederschlag-Abfluß-Modellen – vgl. ATV-A118; ATV-A119; DESBORDES, 1974 - die abflußwirksamen Flächen gleich den befestigten gesetzt. In detaillierten und/oder kontinuierlichen Modellen müssen sowohl befestigte als auch unbefestigte Flächen berücksichtigt werden. Es findet sogar innerhalb jeder Flächenklasse eine weitere Differenzierung statt. Am häufigsten wird bei den befestigten Flächen eine getrennte Angabe der Dachflächen gegenüber den restlichen Hof- bzw. Straßenflächen vorgenommen, da sich ihre Verlusthöhe, Reaktionszeiten und Regenwasserverschmutzung deutlich unterscheiden.

In Ländern der dritten Welt erscheint die Trennung zwischen undurchlässigen und durchlässigen Flächen nicht zwangsläufig sinnvoll - BOUVIER, 1990 -, weil die aufgenommene Oberflächeninformation nicht ausreicht, um den Modellinput vernünftig zu gestalten.

2. Berechnung der Oberflächenverluste

2.1 *Mathematische Formulierung der Abflußbildungsansätze*

Die meß- und modelltechnische Erfassung der Abflußbildung ist außerordentlich schwierig. Dies hängt mit den physikalischen Gesetzmäßigkeiten zusammen, die für die Bildung einer dünnen, fließenden Wasserschicht an der Gebietsoberfläche verantwortlich sind. Eine realitätsnahe Beschreibung von Vorgängen wie Verdunstung, Evapotranspiration, Retention an der Oberfläche, Versickerung, Percolation, Kapillarität würde den Rahmen einer Kanalnetzberechnung sprengen, da nur ihre globale Auswirkung, d.h. die Ermittlung der abflußwirksamen Regenmenge, für die betrachtete Gebietseinheit – eine einzelne

Beschreibung der Modellbausteine	Abflußbildung
----------------------------------	---------------

Kanalhaltung in detaillierten Berechnungen oder ein Teilgebiet in groben Berechnungen – ermittelt werden soll.

Es wurden daher vereinfachte Modelle entwickelt, die den Vorteil haben, sich mit vorhandenen Meßdaten, i.d.R. Bruttoniederschlag und Zuflußvolumina in den Kanal, kalibrieren zu lassen. Das Grundkonzept der Modellierung wird in folgender Abbildung veranschaulicht.

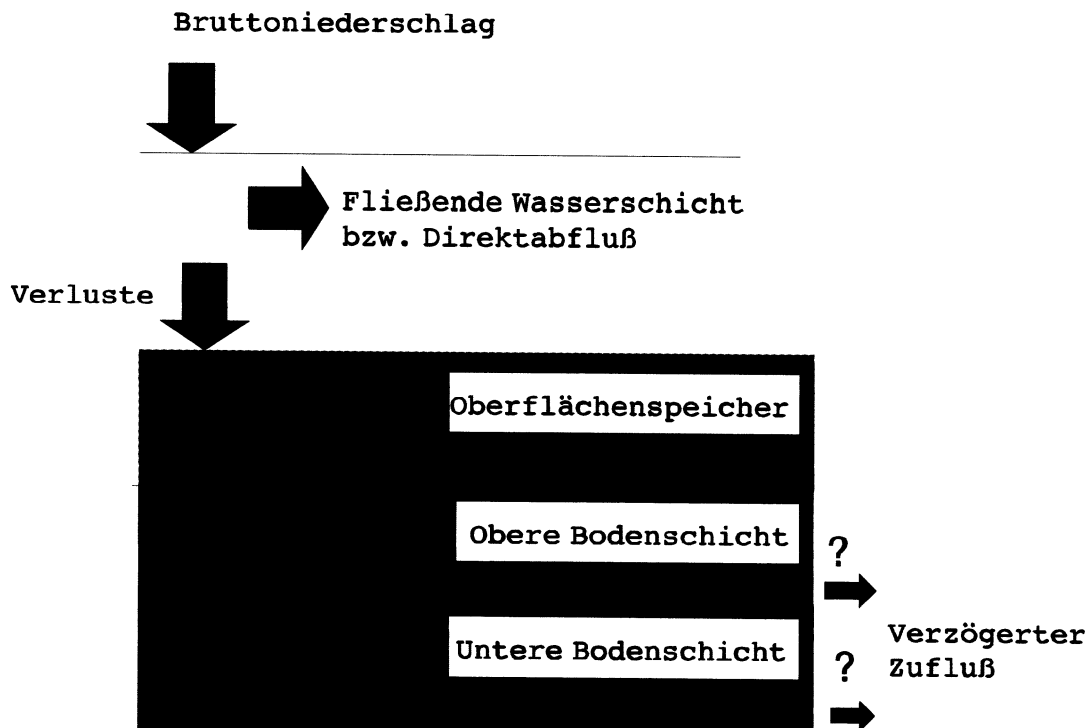


Abb. 1: Konzeptuelle Darstellung der Abflußbildung

Es werden bis zu 3 Komponenten betrachtet: die Oberfläche, die obere Bodenschicht, die untere Bodenschicht. Jedes Element verhält sich wie ein Wasserspeicher, der sich füllt und entleert, eventuell durch mehrere Auslässe. Die (Teil-)Modelle unterscheiden sich in der mathematischen Formulierung des Speicherverhaltens der einzelnen Elemente. Zur Modellierung der befestigten Fläche wird nur den Oberflächenspeicher - kein Wasser in die Bodenschicht - herangezogen. Versickerungsansätze berücksichtigen dagegen eine oder zwei Bodenschichten.

Es wird zunächst die Modellierung der Abflußbildung auf befestigten Flächen untersucht.

1. Schwellwertmethode:

Verluste (= Benetzung, Muldenauffüllung) werden am Anfang des Ereignisses vorweg abgezogen. Danach gelten die Bruttoniederschlagshöhen als vollständig abflußwirksam [$N_{\text{eff}}(t) = 0, \forall t < t_0, N_{\text{eff}}(t) = N(t), \forall t > t_0$].

2. Die Abflußprozentmethode ohne Anfangsverluste:

Beschreibung der Modellbausteine	Abflußbildung
----------------------------------	---------------

Es wird der mittlere Abflußbeiwert ψ_{ges} (= Verhältnis der abflußwirksamen Niederschlagshöhe durch die gesamte Niederschlagshöhe) errechnet und als konstant für jeden Zeitschritt angenommen $[N_{\text{eff}}(t) = \psi_{\text{ges}} \cdot N(t), \forall t > 0]$.

Im ATV-Arbeitsblatt A 118, Zielsetzung: Bemessung des Kanals, wird nach diesem Ansatz gerechnet. Der Spitzenabflußbeiwert ψ_s drückt das Verhältnis Abflußspende zur Regenspende aus und wird lediglich zur Ermittlung der maximalen Transportkapazität herangezogen. Dieser Beiwert darf aber nicht ohneweiteres direkt zur Bilanzierung eines beliebigen NA-Ereignisses verwendet werden.

3. Die Abflußprozentmethode mit Anfangsverlusten:

Ein Teil der Verluste wird am Anfang des Niederschlags (= Benetzungsverluste) vorweg abgezogen, bevor der Niederschlag abflußwirksam wird. Dann errechnet sich die abflußwirksame Regenhöhe mit einem konstanten Abflußbeiwert ψ . $[N_{\text{eff}}(t) = 0, \forall t < t_0, N_{\text{eff}}(t) = \psi \cdot N(t), \forall t > t_0]$

4. Die Grenzwertmethoden - vgl. Abb. 2 -

Messungen haben gezeigt, daß die Abflußprozentmethode mit Anfangsverlusten gute Ergebnisse für Extremregen liefert. Wenn aber Regen unterschiedlicher Dauer und Intensität im gleichen Simulationslauf, kontinuierliche oder Seriensimulation, untersucht werden, ist die Abflußprozentmethode ungeeignet, es sei denn, der Abflußbeiwert wird als Funktion der Regencharakteristiken betrachtet. Um diesen Nachteil zu beheben, wurde die Grenzwertmethode entwickelt. Sie unterscheidet zwischen 3 Verlustarten - Benetzungsverluste, Muldenverluste, Dauerverluste - und berechnet im Gegensatz zu den anderen Ansätzen einen zeitlichen Verlauf des Abflußbeiwerts $[\psi = \psi(t)]$.

- Vorwegabzug der Benetzungsverluste (Anfangsverluste)

- Muldenbefüllung

Nach Ausschöpfung der Benetzungsverluste wird ein Teil des auf die angeschlossenen Flächen anfallenden Regens sofort abflußwirksam. Der andere Teil wird in den Oberflächenmulden gespeichert. Die Muldenauffüllung nimmt zeitlich einen exponentiellen Verlauf an. Zum Zeitpunkt t_i ($= i \cdot \Delta t$) nach Regenbeginn hängt der Abflußbeiwert (ψ_i) entweder von der gesamten Niederschlagshöhe $[\psi = \psi(N(t))]$ oder von dem Muldenauffüllungsgrad $[\psi = \psi(\varepsilon(t))]$ ab.

- Dauerverluste

Dauerverluste können in regen- und flächenbezogene unterteilt werden. Regenbezogene Dauerverluste werden durch die Verdunstung verursacht. Flächenbezogene Dauerverluste treten auf, wenn der Anteil der abflußwirksamen Flächen überschätzt wurde. Dies kommt oft vor, wenn die angeschlossenen Flächen durch Planimetrieren ermittelt wurden, ohne Nachprüfung durch Begehung vor Ort. Die auf einem Plan definierten Straßen, Fußwege, Hofeinfahrten, Parkplätze und Dächer sind u.a. nicht vollständig abflußwirksam, z.B. wenn Fallrohre an Gebäuderückwänden defekt oder nicht an den Kanal angeschlossen - z.B. Regentonnen - sind, oder wenn Flächen so geneigt sind, daß der Abfluß statt zum Kanal auf durchlässigen Flächen geleitet wird. Wenn keine weiteren Daten vorliegen, wird angenommen, daß die planimetrierten, undurchlässigen

Beschreibung der Modellbausteine	Abflußbildung
----------------------------------	---------------

Flächen um ca. 15% vermindert werden sollen. Bei durchlässigen Flächen ist dieser Anteil noch größer - standardmäßig um 50% im Programm HYSTEM-EXTRAN -.

Berechnung der Muldenverluste nach PAULSEN, 1987

Die Grenzwertmethode liegt in mindestens 2 verschiedenen Versionen vor. Nach PAULSEN besteht eine direkte Verbindung zwischen Abflußbeiwert und Bruttoniederschlagshöhe [$\psi(t) = \psi(N(t))$]. Folgende Grundgleichungen werden vorgeschlagen:

$$(Gl. 1) N_{\text{eff}}(t) = \psi_e \cdot N(t) - V_m(t)$$

$$(Gl. 2) V_m(t) = \varepsilon(t) \cdot M_v = M_v (1 - e^{-cN(t)})$$

Gl. 1 ist allgemeingültig. Sie formuliert die Kontinuitätsbedingung. Gl. 2 ist spezifisch. Sie beschreibt das angenommene Verhalten des Muldenspeichers. Es ergibt sich unmittelbar daraus :

$$(Gl.3) N_{\text{eff}}(t) = \psi_e \cdot N(t) - M_v (1 - e^{-cN(t)})$$

Aus der Definition eines Abflußbeiwertes [$\psi(t) = \frac{dN_{\text{eff}}(t)}{dN(t)}$] ergibt sich weiterhin

$$(Gl.4) \psi = \psi_e - M_v \cdot c \cdot e^{-cN}$$

Durch Formulierung der Bedingung [$\psi = \psi_0$, wenn $N(t) = 0$ bzw. $t = 0$], ergibt sich $c = \frac{\psi_e - \psi_0}{M_v}$.

Wenn c durch seine Formel ersetzt wird, ergibt sich die gesuchte Funktion des Abflußbeiwerts:

$$(Gl.5) \psi(t) = \psi_e - (\psi_e - \psi_0) \cdot e^{-cN(t)} = \psi_0 + (\psi_e - \psi_0) \cdot (1 - e^{-cN(t)})$$

Die zeitliche Diskretisierung der letzten Gleichung ergibt:

$$(Gl.6) \psi_i = \frac{\Delta N_{i,\text{eff}}}{\Delta N_i} = \psi_e - (\psi_e - \psi_0) \cdot (e^{-c \sum_{k=1}^i \Delta N_k}) = \psi_0 + (\psi_e - \psi_0) \cdot (1 - e^{-c \sum_{k=1}^i \Delta N_k})$$

$\varepsilon(t)$	Muldenauffüllungsgrad zum Zeitpunkt t (-)
ε_i	Muldenauffüllungsgrad zum Zeitpunkt i. Δt (-)
$\psi(t)$	Abflußbeiwert zum Zeitpunkt t (-)
ψ_i	Abflußbeiwert zum Zeitpunkt i. Δt (-)
ψ_0	Abflußbeiwert am Anfang des Ereignisses (-)
ψ_e	Endabflußbeiwert (-) - Alle Mulden sind gefüllt, Dauerverluste treten auf -
c	Konstant (1/mm)
M_v	maximale Speicherkapazität der Mulden (mm)
N	Bruttoniederschlag seit Ereignisbeginn (mm)
ΔN_i	Bruttoniederschlag innerhalb des Zeitschritts i. Δt (mm)

Beschreibung der Modellbausteine	Abflußbildung
----------------------------------	---------------

N_{eff}^1	Abflußwirk. Niederschlag seit Ereignisbeginn (mm)
$\Delta N_{i,eff}$	Abflußwirk. Niederschlag innerhalb des Zeitschritts $i \cdot \Delta t$ (mm)
$V_m(t)$	Muldenverluste seit Ereignisbeginn (mm)

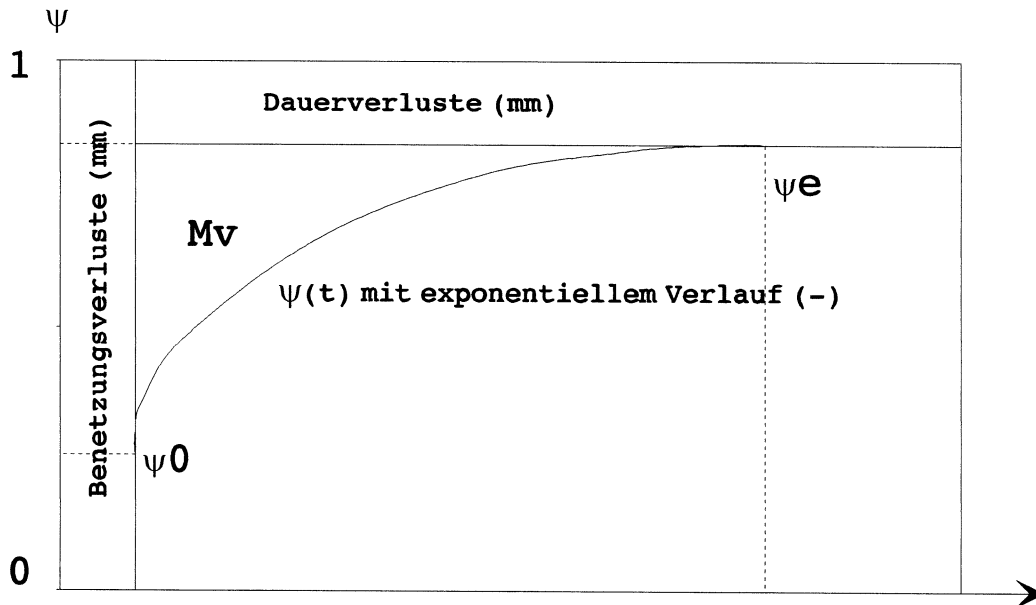


Abb.2: Verlauf der Verluste nach der Grenzwerthmethode

Die Grenzwerthmethode nach HARMS und VERWORN

HARMS und VERWORN (1984) haben eine alternative Formulierung der Grenzwerthmethode vorgeschlagen. Das Verhalten des Muldenspeichers unter Regenbelastung wird durch die unmittelbare Formulierung der Funktion $\psi(t)$ in Abhängigkeit des Muldenfüllungsgrads $\varepsilon(t)$ charakterisiert.

$$(Gl.7) \quad \psi(t) = \psi_0 + (\psi_e - \psi_0) \cdot \varepsilon(t) \cdot e^{1-\varepsilon(t)} = \psi_e + (\psi_e - \psi_0) (\varepsilon(t) \cdot e^{1-\varepsilon(t)} - 1)$$

bzw. in diskretisierter Form

$$(Gl.8) \quad \psi_i = \frac{\Delta N_{i,eff}}{\Delta N_i} = \psi_0 + (\psi_e - \psi_0) \cdot \varepsilon_i \cdot e^{1-\varepsilon_i} = \psi_e + (\psi_e - \psi_0) (\varepsilon_i \cdot e^{1-\varepsilon_i} - 1)$$

Man kann sofort nachprüfen, daß $[\psi(0) = \psi_0]$, und $[\psi(\infty) = \psi_e]$ gelten. Der zeitliche Verlauf der Muldenbefüllung, d.h. die Funktion $\varepsilon(t)$, ist aber analytisch schwer zu formulieren. Aus der Formulierung der Kontinuitätsbedingung ergeben sich folgenden Gleichungen:

$$(Gl.9) \quad N_{eff}(t) = \psi_e \cdot N(t) - V_m(t) = \psi_e \cdot N(t) - \varepsilon(t) \cdot M_v = \int_0^t \psi(\tau) \cdot \frac{dN(\tau)}{d\tau} \cdot d\tau$$

Durch Ableitung der letzten zwei Gleichungsterme erhält man:

¹Vorausgesetzt keine anderen Verluste – Bodenverluste – treten auf. Dies ist bei den undurchlässigen Flächen der Fall. Bei den durchlässigen Flächen sind Infiltrationsverluste oft viel höher als Oberflächenverluste. Deshalb werden letztere grob nachgebildet - z.B. durch einfachen

Beschreibung der Modellbausteine	Abflußbildung
----------------------------------	---------------

N_{eff}^1	Abflußwirk. Niederschlag seit Ereignisbeginn (mm)
$\Delta N_{i,\text{eff}}$	Abflußwirk. Niederschlag innerhalb des Zeitschritts $i \cdot \Delta t$ (mm)
$V_m(t)$	Muldenverluste seit Ereignisbeginn (mm)

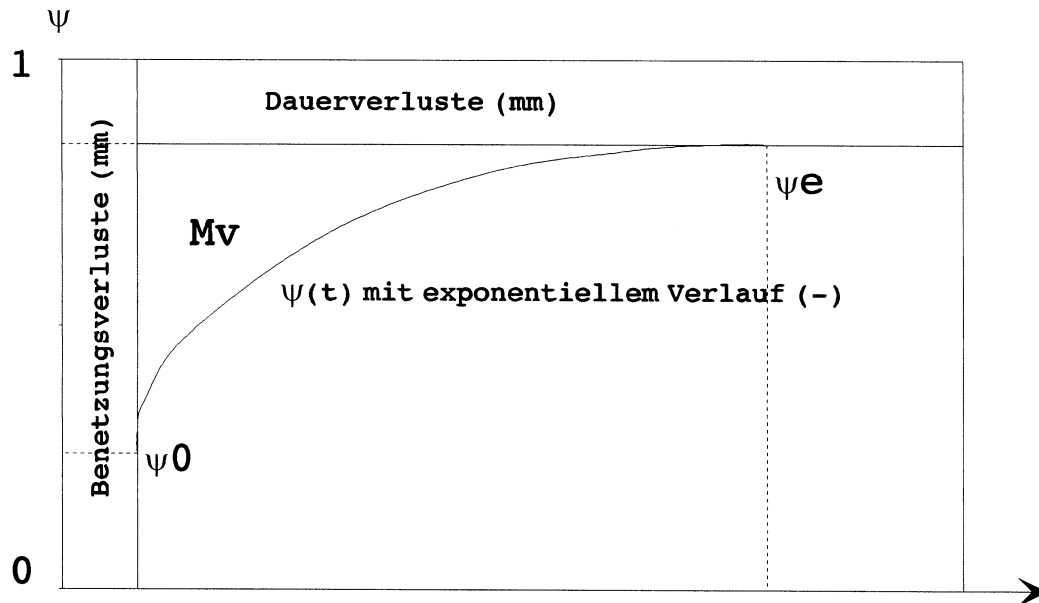


Abb.2: Verlauf der Verluste nach der Grenzwerthmethode

Die Grenzwerthmethode nach HARMS und VERWORN

HARMS und VERWORN (1984) haben eine alternative Formulierung der Grenzwerthmethode vorgeschlagen. Das Verhalten des Muldenspeichers unter Regenbelastung wird durch die unmittelbare Formulierung der Funktion $\psi(t)$ in Abhängigkeit des Muldenfüllungsgrads $\varepsilon(t)$ charakterisiert.

$$(Gl.7) \quad \psi(t) = \psi_0 + (\psi_e - \psi_0) \cdot \varepsilon(t) \cdot e^{1-\varepsilon(t)} = \psi_e + (\psi_e - \psi_0) (\varepsilon(t) \cdot e^{1-\varepsilon(t)} - 1)$$

bzw. in diskretisierter Form

$$(Gl.8) \quad \psi_i = \frac{\Delta N_{i,\text{eff}}}{\Delta N_i} = \psi_0 + (\psi_e - \psi_0) \cdot \varepsilon_i \cdot e^{1-\varepsilon_i} = \psi_e + (\psi_e - \psi_0) (\varepsilon_i \cdot e^{1-\varepsilon_i} - 1)$$

Man kann sofort nachprüfen, daß $[\psi(0) = \psi_0]$, und $[\psi(\infty) = \psi_e]$ gelten. Der zeitliche Verlauf der Muldenbefüllung, d.h. die Funktion $\varepsilon(t)$, ist aber analytisch schwer zu formulieren. Aus der Formulierung der Kontinuitätsbedingung ergeben sich folgenden Gleichungen:

$$(Gl.9) \quad N_{\text{eff}}(t) = \psi_e \cdot N(t) - V_m(t) = \psi_e \cdot N(t) - \varepsilon(t) \cdot M_v = \int_0^t \psi(\tau) \frac{dN(\tau)}{d\tau} d\tau$$

Durch Ableitung der letzten zwei Gleichungsterme erhält man:

¹Vorausgesetzt keine anderen Verluste – Bodenverluste – treten auf. Dies ist bei den undurchlässigen Flächen der Fall. Bei den durchlässigen Flächen sind Infiltrationsverluste oft viel höher als Oberflächenverluste. Deshalb werden letztere grob nachgebildet - z.B. durch einfachen

Beschreibung der Modellbausteine	Abflußbildung
----------------------------------	---------------

$$(Gl.10) \psi_e \cdot \frac{dN(t)}{dt} - \frac{d\varepsilon(t)}{dt} \cdot M_v = \psi(\tau) \cdot \frac{dN(\tau)}{d\tau}$$

Wenn man annimmt, daß die Niederschlagsintensität konstant ist $[N(t) = n \cdot t]$, erhält man:

$$(Gl.11) \psi_e \cdot n - \frac{d\varepsilon(t)}{dt} \cdot M_v = [\psi_0 + (\psi_e - \psi_0) \cdot \varepsilon(t) \cdot e^{1-\varepsilon(t)}] \cdot n$$

Durch weitere Manipulationen der letzten Gleichung erhält man die Differentialgleichung, deren Lösung den zeitlichen Verlauf der ε -Funktion darstellt, wenn der Bruttoniederschlag konstant ist:

$$(Gl.12) \frac{d\varepsilon}{1-\varepsilon \cdot e^{(1-\varepsilon)}} = \frac{(\psi_e - \psi_0) \cdot n}{M_v} \cdot dt$$

Aus physikalischer Sicht sind beide Grenzwertmethoden äquivalent. Beide sind in der Lage, den beobachteten Anstieg des Abflußbeiwerts $\psi(t)$ gegen einen Grenzwert $\psi(\infty)$ - wenn die Mulden voll sind - nachzubilden. Beide entbehren jeglicher theoretisch fundierten Begründung.

Jede weitere Gleichung, die einen asymptotischen Verlauf des ψ -Werts gegen einen oberen Grenzwert formuliert, wäre genauso gut. Unter diesen Umständen ist bei der Auswahl eines geeigneten Grenzwertansatzes seine numerische Umsetzbarkeit von entscheidender Bedeutung.

2.2 Numerische Umsetzung

Bei der Schwellwertmethode und der Abflußprozentmethode bereitet die numerische Umsetzung keine Schwierigkeiten. Bei den Grenzwertmethoden birgt die numerische Umsetzung der oben aufgeführten Gleichungen einen Unsicherheitsfaktor, wenn $\psi(t)$ nach Gleichungen Gl. 6, Gl. 8 diskretisiert und implementiert wird. In solchem Fall ist zu befürchten, daß der berechnete abflußwirksame Regen von der Berechnungsschrittweite abhängt. Dieser Effekt liegt darin begründet, daß die Annahme konstanter Abflußbeiwerte innerhalb der Niederschlagsintervalle $[\psi(t) = \psi_{i-1} = \text{cste}, t \in [(i-1) \cdot \Delta t, i \cdot \Delta t]]$ falsch ist. Der numerische Fehler wächst, wenn der Diskretisierungszeitschritt länger wird und wenn die Regenintensitäten höher werden.

Um solche Unsicherheiten zu vermeiden, ist es erforderlich, eine integrale Form des Abflußbildungsansatzes zu implementieren, wobei angenommen wird, daß innerhalb eines Berechnungszeitschrittes die Regenintensität konstant bleibt.

$$(Gl.13) \Delta N_{i,\text{eff}} = \int_{N=N_{i-1}}^{N=N_i} \psi(N) \cdot dN, \text{ mit } [\Delta N = n \cdot \Delta t, n = \text{Konstant}]$$

Der Ansatz nach PAULSEN kann leicht in integrale Form überführt werden. Aus Gl. 2 ergibt sich:

$$(Gl.14) \varepsilon(t+dt) = 1 - [1-\varepsilon(t)] \cdot e^{-c \cdot dN(t)}$$

Beschreibung der Modellbausteine	Abflußbildung
----------------------------------	---------------

Die in einem Programm zu implementierenden Gleichungen zur Beschreibung der Grenzwertmethode nach PAULSEN lauten daher:

$$(Gl.15) \varepsilon_{m,i} = 1 - (1 - \varepsilon_{m,i-1}) \cdot e^{-C \cdot \Delta N_i}$$

$$(Gl.16) \Delta N_{i,eff} = \psi_e \cdot \Delta N_i - M_v \cdot (\varepsilon_{m,i} - \varepsilon_{m,i-1})$$

Dagegen ließe sich der Ansatz nach HARMS VERWORN nur in integrale Form überführen, wenn Gleichung Gl. 12 analytisch gelöst wird. VERWORN, KENTER (1993) zeigen an einem Beispiel, welche numerische Unsicherheiten die direkte Implementierung von Gl. 8 verursacht.

Eingabedaten

Regendaten Blockregen, Dauer = 30 min, Regenhöhe N = 6 mm

Modellparameter $\psi_0 = 0,25$, $\psi_e = 0,85$, $M_v = 1,8$ mm

Zeitspanne	$\Delta t = 1$ min	$\Delta t = 5$ min	$\Delta t = 15$ min
0-15 min	1,72	1,61	0,75
15-30 min	2,29	2,32	2,55
0 -30 min	4,00	3,93	3,30

Tab. 1: Berechnete abflußwirksame Niederschlagshöhen in mm, berechnet mit Hilfe Grenzwertmethode nach HARMS VERWORN, direkte Implementierung von Gl. 8.

Wenn zur Implementierung der Grenzwertmethode nach PAULSEN die Gleichungen Gl.15 und Gl. 16 herangezogen werden, ist die berechnete abflußwirksame Regenhöhe unabhängig vom Berechnungszeitschritt. Mit den oben aufgeführten Eingangsdaten berechnet der Ansatz einen Wert von 3,54 mm.

Berücksichtigung der Dauerverluste mit der Grenzwertmethode

Es wurde oben erwähnt, daß der Parameter ψ_e – Endabflußbeiwert - eingeführt wurde, um Dauerverluste zu berücksichtigen.

3. Berechnung der Bodenverluste

3.1 *Mathematische Formulierung*

Versickerung bezeichnet den Vorgang, bei dem Niederschlagswasser aus der Oberfläche in den Boden eindringt. Physikalisch fundierte Ansätze zur Beschreibung der Bewegung einer Flüssigkeit im Boden sind äußerst komplex. Viele Faktoren, wie z.B. das Gewächs, die Porosität des Bodens, die hydraulische Konduktivität, die Bodenfeuchtigkeit, haben einen Einfluß. Angesichts der Tatsache, daß in der Stadthydrologie die Infiltrationsvorgänge nur am Rande eine Rolle spielen, stellen die dort verwendeten Ansätze nur eine grobe Vereinfachung der Realität dar. Folgende charakteristische Eigenschaften der Infiltration werden jedoch in den meisten Modellen berücksichtigt:

Beschreibung der Modellbausteine	Abflußbildung
----------------------------------	---------------

- Jede Bodenart hat eine maximale Infiltrationsrate f_o , die nach einer längeren Trockenperiode jeweils am Beginn eines Niederschlags auftritt und sich dabei additiv aus den Wirkungen der *Schwerkraft* und der *Saugspannung* des ungesättigten Bodens ergibt.
- Bei anhaltendem Niederschlag nimmt die Sättigung des Bodens in vertikaler Richtung zu und damit die Saugspannung an der Bodenoberfläche ab. Dadurch verringert sich die potentielle Infiltrationsrate f_p und strebt gegen einen Grenzwert f_e .
- Die kumulative Infiltration $F(t)$ (= gesamte Bodenverluste) nach Beginn des Ereignisses zum Zeitpunkt t rechnet sich aus den aktuellen Infiltrationsraten f_a :

$$(Gl.17) F(t) = \int_0^t f_a(t) \cdot dt \text{ (mm)}$$

Am häufigsten werden folgende Ansätze verwendet – vgl. FUCHS, VERWORN, 1990; PAULSEN, 1987; SIEKER, 1989; VEN TE CHOW et al, 1988 –

- Ansatz von HORTON,
- Ansatz von PHILIP,
- Ansatz von NEUMANN,
- Ansatz von GREEN-AMPT

1) Ansatz von HORTON:

Der Ansatz wurde von HORTON (1933,1939) entwickelt und ist heutzutage der am meisten verbreitete in der Stadthydrologie. Die Infiltrationsrate wird hier, wie folgt, berechnet:

$$(Gl.18) f_p(t) = f_\infty + (f_o - f_\infty) \cdot e^{-kt}$$

$f_p(t)$	potentielle Infiltrationsrate (mm/min)
f_∞	minimale Infiltrationsrate zur Zeit $t = \infty$
f_e	Durchlässigkeitsbeiwert k_f des gesättigten Bodens
f_o	maximale Infiltrationskapazität zur Zeit $t = 0$ (mm/min)
k	Rückgangskonstante (1/min)

2) Ansatz von PHILIP

PHILIP (1957, 1969) hat die Gleichung von RICHARD zur Charakterisierung der Grundwasserbewegung im ungesättigten Boden unter vereinfachten Bedingungen gelöst. Er zeigte, daß der Verlauf der kumulativen Infiltration folgendermaßen beschrieben werden kann:

Beschreibung der Modellbausteine	Abflußbildung
----------------------------------	---------------

$$(Gl.19) F(t) = S \cdot t^{0,5} + K \cdot t$$

S	die Sorptivität (= sorptivity)
K	die hydraulische Konduktivität (= conductivity)

Aus der Ableitung von Gl. 19 ergibt sich (Gl. 20) $f_p(t) = \frac{1}{2} S \cdot t^{-0,5} + K$

Der erste Term von Gl. 20 entspricht der Wirkung der Saugspannung, der zweite der Wirkung der Schwerkraft. Wenn t gegen unendlich strebt, dann strebt f_p gegen K . Es gibt keine Saugspannung mehr.

Die Ansätze 1 und 2 haben folgende Vorteile:

- Sie bilden die wichtigsten Charakteristiken des Versickerungsvorgangs nach.
- Sie lassen sich einfach formulieren. Die Infiltrationsraten werden einzig als Funktion der Zeit formuliert, ohne daß die Charakteristiken des Regens explizit berücksichtigt werden müssen.

Man darf jedoch nicht vergessen, daß die berechneten Infiltrationsraten, streng genommen, potentielle Infiltrationsraten darstellen. Wenn die Niederschlagsintensität während der gesamten Ereignisdauer ständig höher als die potentielle Infiltrationsrate des Bodens ist, dann können die Ansätze direkt zur Berechnung der aktuellen Infiltrationsrate verwendet werden. Wird während eines Zeitschrittes die Niederschlagsintensität kleiner als die potentielle Infiltrationsrate, dann ist die aktuelle Infiltrationsrate gleich der Niederschlagsintensität und der Rückgang der potentiellen Infiltrationsrate wird verlangsamt. Mathematisch drückt man dies durch folgende Formeln aus:

$$\text{Fall 1} \quad \left(\frac{\Delta N}{\Delta t}(t) > f_p \right) \Rightarrow f_a(t) = f_p(t)$$

$$\text{Fall 2} \quad \left(\frac{\Delta N}{\Delta t}(t) < f_p \right) \Rightarrow f_a(t) = \frac{\Delta N}{\Delta t}$$

Um die Einschränkung der Methoden zu beheben, schlägt PAULSEN (1986) folgende Vorgehensweise vor. Im Fall 2 wird innerhalb des Zeitschrittes Δt eine Teilung in zwei Phasen Δt_1 und Δt_2 vorgenommen. In der ersten Phase Δt_1 versickert die gesamte Niederschlagshöhe mit Rückgang der potentiellen Infiltration. In der zweiten Phase Δt_2 findet ein Wiederanstieg der potentiellen Infiltration statt - Abb.3 -.

Im Gegensatz zu den Ansätzen von HORTON und PHILIP erfolgt in denen von NEUMANN und von GREEN-AMPT die Berechnung der aktuellen Infiltrationsraten $f_a(t)$ in ausdrücklicher Abhängigkeit vom Wassergehalt des Bodens.

Bemerkung:

Hier wird nur der Ansatz von NEUMANN geschildert. Zur Beschreibung der (komplexeren) GREEN-AMPT Methode sei auf die Literatur verwiesen - GREEN, AMPT, 1911; VEN TE CHOW, 1988 -.

Beschreibung der Modellbausteine	Abflußbildung
----------------------------------	---------------

3) Ansatz von NEUMANN (1976)

Die Infiltrationsrate wird durch folgende Gleichung formuliert

$$(Gl.21) f_p = p + b \cdot (W_s - W) \text{ (mm/min)}$$

p	(c · W) : Term für die Entleerung des Bodenkörpers durch Versickerung bzw. Evaporation
W	momentaner Wassergehalt (mm)
W_s	maximaler versickerungswirksamer Wassergehalt (mm)
c	Proportionalitätsfaktor der wassergehaltsabhängigen Entleerung (1/min)
b	Proportionalitätsfaktor der vom Sättigungsdefizit ($W_s - W$) abhängigen Infiltration (1/min)

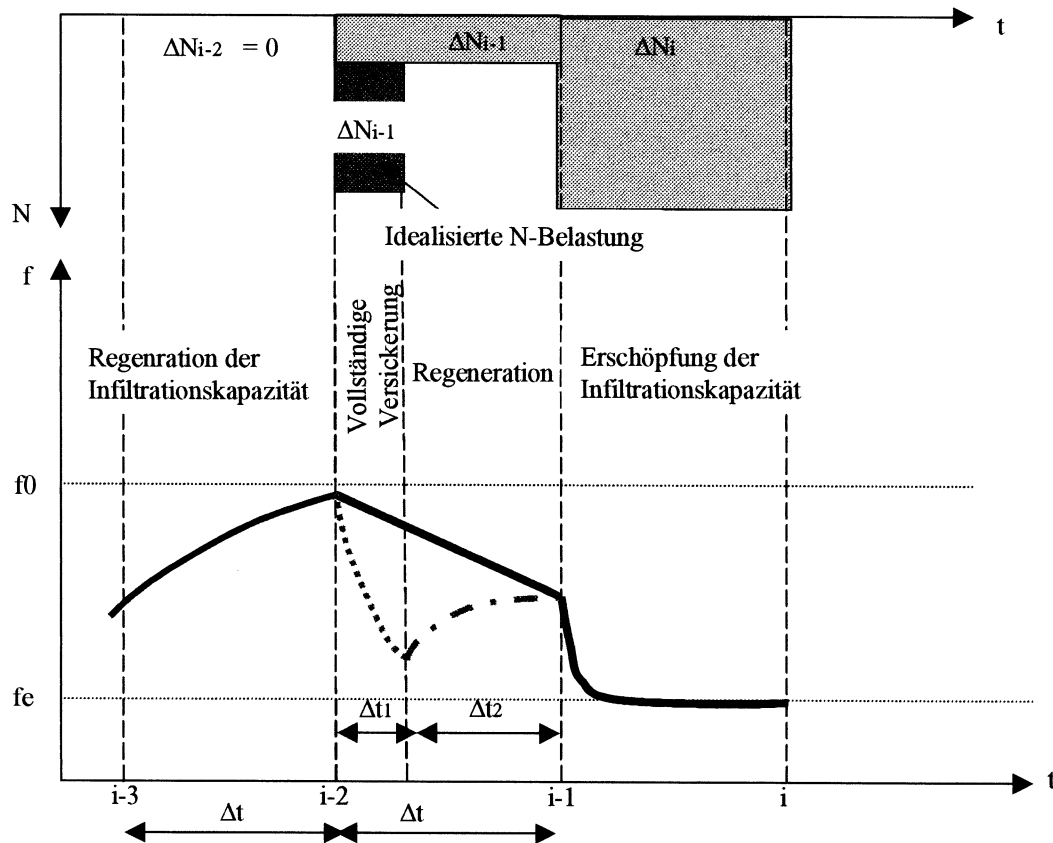


Abb.3: Prinzip des Ansatzes zur Infiltrationsberechnung nach PAULSEN.

Die Veränderung des Wassergehaltes der betrachteten Bodenzone ist gleich der Differenz aus Infiltration und Entleerung:

$$(Gl. 22) \frac{dW}{dt} = f_a - p = f_a - c \cdot W$$

Beschreibung der Modellbausteine	Abflußbildung
----------------------------------	---------------

Wie schon bei den erweiterten Ansätzen von HORTON und PHILIP werden 2 Fällen unterschieden:

Fall 1: Regenintensität größer als die potentielle Infiltrationsrate, $f_a = f_p$

$$(Gl. 23) \frac{dW}{dt} = b \cdot (W_s - W)$$

Fall 2: Regenintensität kleiner als die potentielle Infiltrationsrate, $f_a = \frac{\Delta N}{\Delta t}$,

$$(Gl. 24) \frac{dW}{dt} = \frac{\Delta N}{\Delta t} - c \cdot W$$

3.2 Vergleich der Ansätze unter theoretischen Gesichtspunkten

Die eindimensionale (= senkrechte) Dynamik des Grundwassers im ungesättigten Boden wird physikalisch durch die Gleichung von RICHARDS - vgl. RICHARDS, 1931; VAN TE CHOW, 1988; DYCK-PESCHKE, 1989 - beschrieben. Zu ihrer Ableitung wurden folgende Annahmen getroffen:

- das Strömungsgesetz von DARCY gilt
- die Saugspannung und die Schwerkraft sind die einzig maßgebenden Kräfte

$$(Gl. 25) q = -K \cdot \frac{\partial h}{\partial z} \text{ (DARCY)}$$

$$(Gl. 26) h = \psi(q) + z$$

h	Wasserpotential (m) in der ungesättigten Bodenzone
K	Durchlässigkeitsbeiwert (m/s)
q	Durchfluß pro m ² Boden (m ³ /s) in senkrechter Richtung
z	geodätische Höhe (m)
θ	Bodenfeuchte = Wasservolumen pro Volumeinheit des Bodens (-)
ψ	das feuchteabhängige Potential (m)

Ersetzt man h, ergibt sich:

$$(Gl. 27) q = -(D(\theta) \cdot \frac{\partial q}{\partial z} + K)$$

$$(Gl. 28) D(\theta) = K(\theta) \cdot \frac{d\psi}{d\theta}$$

D wird Diffusivität des Bodens genannt.

Gl. 27 stellt die dynamische Grundgleichung dar. Durch Berücksichtigung der Kontinuitätsgleichung Gl. 29, ist es möglich, den Verlauf der Bodenfeuchte während des Ereignisses zu verfolgen.

$$(Gl. 29) \frac{\partial \theta}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial z} = 0 \text{ (Kontinuitätsgleichung)}$$

Ersetzt man in der Kontinuitätsgleichung Gl. 29 q durch seinen Wert aus Gl. 27, erhält man die Gleichung von RICHARDS:

$$(Gl. 30) \frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left(D(\theta) \cdot \frac{\partial q}{\partial z} + K \right)$$

Es ist theoretisch möglich zu zeigen, daß sowohl die Gleichung von HORTON als auch die von PHILIP aus der Gleichung von RICHARDS durch Vereinfachungen abgeleitet werden können:

- Der Ansatz von HORTON (Gl. 18) läßt sich aus der Gleichung von RICHARDS ableiten, wenn die Parameter K und D als unabhängig von der Bodenfeuchte betrachtet werden, $K(\theta) = K$ und $D(\theta) = D$ – vgl. RAUDKIVI, 1979 –.
- PHILIP hat die Gleichung von RICHARDS unter weniger restriktiven Bedingungen gelöst- D und K bleiben abhängig von der Bodenfeuchtigkeit –. Die numerische Lösung bzw. die Werte der kumulativen Infiltration F ist durch Gl. 19 approximiert.

Man kann zudem zeigen, daß der Ansatz von NEUMANN mit dem von HORTON formal übereinstimmt, wenn die Infiltrationskapazität des Bodens ständig ausgeschöpft ist. In diesem Fall kann man aus den oben formulierten Gleichungen von NEUMANN folgendes entnehmen:

$$(Gl. 31) f(t) = c \cdot W_s + ((c-b) \cdot W_o + b \cdot W_s - c \cdot W_s) \cdot e^{-bt}$$

W_o Wassergehalt des Bodens am Anfang des Ereignisses (mm)

Durch den formalen Vergleich mit der Formulierung nach HORTON (Gl. 18) ergibt sich folgende Korrespondenz zwischen den Parametern:

$$\begin{aligned} f_{\infty} &= c \cdot W_s \\ f_o &= (c - b) \cdot W_o + b \cdot W_s \\ k &= b \end{aligned}$$

Der Vorteil des Ansatzes von NEUMANN gegenüber dem klassischen Ansatz von HORTON bzw. PHILIP liegt darin, daß die eventuelle Nichtausschöpfung der Infiltrationskapazität während eines Zeitschrittes implizit berücksichtigt wird. Erst durch die Korrektur von PAULSEN wird es möglich, solchen Fall mit Hilfe

Beschreibung der Modellbausteine	Abflußbildung
----------------------------------	---------------

des Ansatzes von HORTON zu berücksichtigen. Dementsprechend kann man daraus schließen, daß vom theoretischen Gesichtspunkt alle vorgestellten Ansätze äquivalent sind, sie beruhen auf gleichen Annahmen und unterliegen gleichen Einschränkungen.

3.3 Bestimmung der Parameterwerte

Eine Simulation mit den oben vorgestellten Ansätzen setzt die Kenntnis entsprechender Parameter voraus.

Ansatz nach HORTON ²	f_0, f_∞, k, k^D
Ansatz nach PHILIP	S, K.
Ansatz nach NEUMANN	$W_s, b, c.$

Tab.2 : Parameterübersicht

Für die Ansätze von HORTON und NEUMANN werden folgende Werte vorgeschlagen:

Bodenart	f_0 mm/min	f_∞ mm/min	W_s mm	B bzw. k 1/min	c 1/min
Ton, lehmiger Ton	1	0,03	16	0,0625	0,0019
Lehm, Löss	1	0,08	23	0,0435	0,0035
Sandiger Lehm, lehmiger Sand	1	0,10	18	0,0555	0,0056
Sand	1	0,16	12	0,0833	0,0133

Tab. 3: empfohlene Parameterwerte

3.4 Numerische Umsetzung

Wie bei der Berechnung der Oberflächenverluste besteht die Gefahr zusätzlicher numerischer Unsicherheit, falls die oben aufgeführten Gleichungen nicht in ihrer integralen Form programmiert werden. Dies setzt voraus, daß zu jedem Berechnungszeitschritt $i \cdot \Delta t$ der kumulative Infiltrationsverlust ΔF_i nach folgender Gleichung berechnet wird.

$$(Gl.32) \Delta F_i = \int_{t_{i-1}}^{t_i} f(t) \cdot dt$$

Integrale Form des Ansatzes von HORTON:

$$(Gl.33) \Delta F_{pi} = f_\infty \cdot \Delta t + (f_{pi-1} - f_\infty) \frac{(1 - e^{-k \cdot \Delta t})}{k}$$

f_{pi-1} potentielle Infiltrationsrate am Anfang des Zeitschrittes i

² In der erweiterten Version des Ansatzes nach PAULSEN gibt es einen zusätzlichen Parameter k_D , der den Wiederanstieg der potentiellen Infiltrationskapazität - falls $f_a < f_p$ - charakterisiert. PAULSEN schlägt folgende Gleichung vor: $k_D = \frac{k}{6}$

Beschreibung der Modellbausteine	Abflußbildung
----------------------------------	---------------

Die Berechnung von ΔF_{pi} erlaubt zusätzlich eine Kontrolle, ob die Voraussetzung für die Anwendbarkeit des Modells gegeben ist.

- Sie ist erfüllt - Fall 1 -, wenn die Infiltrationskapazität ständig ausgeschöpft ist,

$$\Delta N_i > \Delta F_{pi} \rightarrow \Delta A_i = \Delta N_i - \Delta F_i$$

- Anderenfalls - Fall 2 - ist die Infiltrationskapazität nicht ausgeschöpft,

$$\Delta N_i < \Delta F_{pi} \rightarrow \Delta A_i = 0$$

ΔA_i Niederschlagshöhe nach Abzug der Infiltrationsverluste (mm). Zur Berechnung der abflußwirksamen Höhe müssen vorher noch eventuelle Oberflächenverluste berücksichtigt werden.

PAULSEN - Abb. 3 - berechnet zudem eine Regeneration der Infiltrationskapazität. Der Zeitschritt $i \cdot \Delta t$ wird in 2 Phasen unterteilt:

- Phase Δt_1 , während der die gesamte Niederschlagshöhe ΔN_i infiltriert wird
- Phase Δt_2 , während der die Regeneration nach folgender Gleichung stattfindet

$$(Gl. 34) f_i = f_o - (f_o - f_j) \cdot e^{-kD \cdot \Delta t_2}$$

f_i	potentielle Infiltrationskapazität am Anfang des Zeitschrittes $(i+1) \Delta t$
f_j	potentielle Infiltration zur Zeit $(i-1) \Delta t + \Delta t_1$
Δt	Berechnungszeitschritt ($\Delta t = \Delta t_1 + \Delta t_2$)
Δt_1	Infiltrationsphase ($f_a = f_p$)
Δt_2	Regenerationsphase der potentiellen Infiltration

Integrale Form des Ansatzes von NEUMANN

Es werden ebenfalls 2 Fälle unterschieden:

- Fall 1: $f_a = f_p$, $W_i = W_{i-1} \cdot e^{-b \cdot \Delta t} + W_s \cdot (1 - e^{-b \cdot \Delta t})$
- Fall 2: $f_a = \frac{\Delta N}{\Delta t}$, $W_i = W_{i-1} \cdot e^{-c \cdot \Delta t} + \frac{\Delta N}{\Delta t \cdot c} \cdot (1 - e^{-c \cdot \Delta t})$

W_i Wassergehalt des Bodens zur Zeit $i \cdot \Delta t$ (mm)

Die kumulative Infiltration zum Zeitschritt $i - \Delta F_i$ - wird durch Bilanzierung der Volumina hergeleitet.

4. Berechnung der Verdunstungsverluste

Die Verdunstung spielt die Hauptrolle bei der Regeneration des Verlustpotentials an der Oberfläche. Daher muß sie in kontinuierlichen Modellen nachgebildet werden, die zwischen Regenereignissen die Trockenwetterperioden mit simulieren.

Die Verdunstung wird durch komplexe thermodynamische Vorgänge an der Oberfläche verursacht, wobei der Verlustbetrag u.a. von der Lufttemperatur und -feuchtigkeit, den Lichtverhältnissen und von der Natur der Oberfläche abhängt. Eine physikalisch fundierte Formulierung der Modellgleichungen und Beschreibung des Oberflächensystems mit den atmosphärischen Randbedingungen würde die verfügbare Rechenkapazität bei weitem übersteigen.

Der meist verwendete Ansatz beruht auf der Berechnung einer pauschalen *potentiellen* Verdunstungshöhe, deren Wert aus statistischer Auswertung von Verdunstungsmeßwerten abgeleitet wurde. Aus diesen Daten haben die Entwickler des Modells SMUSI an der TH DARMSTADT – vgl. EULER, 1989 – folgende Vorgehensweise vorgeschlagen:

- einen charakteristischen Jahresverlauf der täglichen Verdunstungshöhe in mm/d berechnen – vgl. Abb. 4 -
- einen charakteristischen Tagesverlauf der Verdunstungshöhe berechnen, der als Verhältnis zwischen mittlerem Tagesmittel und Stundenwert ausgedrückt wird – vgl. Abb. 5 -.

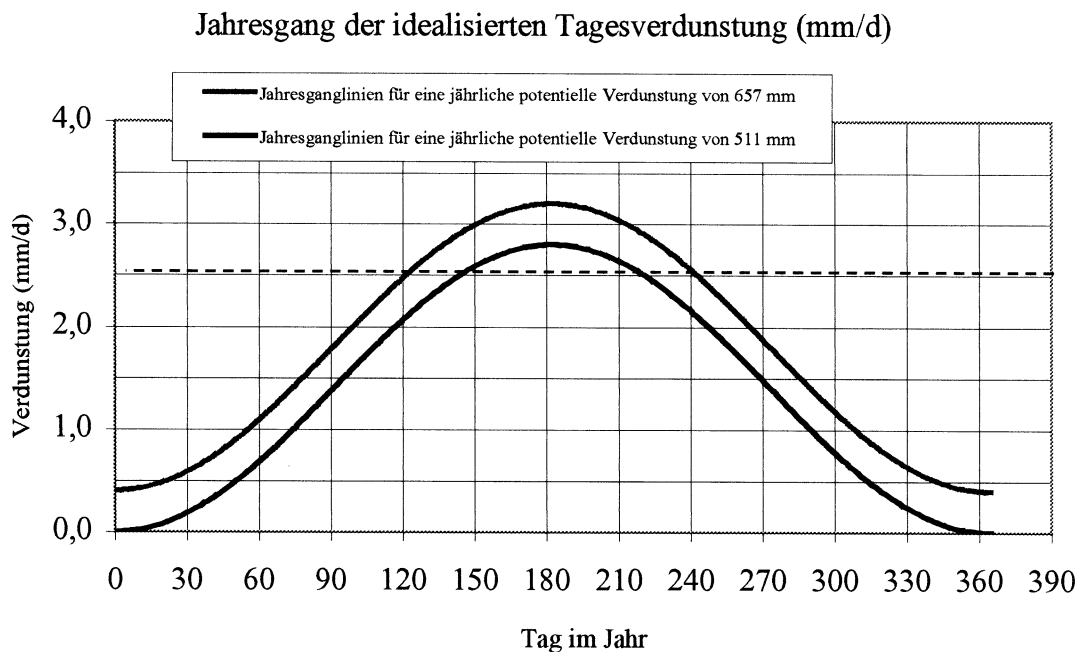


Abb. 4: idealisierter Jahresverlauf der potentiellen Verdunstungshöhe in mm/d

Der idealisierte Jahresverlauf der Tagesverdunstung basiert auf folgender Formel

$$\text{Gl. 35 } h_v(i) = 1,4 \cdot \sin \frac{2\pi}{365 \cdot (i-91)} + h_{v\text{mit}}$$

$h_v(i)$ Tagesverdunstung für Tag Nummer i im Jahr, $i = 1, 365$

$h_{v\text{mit}}$ Mittelwert der Tagesverdunstung in mm/d

Beschreibung der Modellbausteine	Abflußbildung
----------------------------------	---------------

Aus Abb. 4 ist ersichtlich, daß Gl. 35 nur eingesetzt werden kann, wenn die mittlere Tagesverdunstung größer als 1,4 mm ist bzw. wenn die Jahresverdunstung höher als 551 mm ist.

Relativer Stundenfaktor zur Ermittlung des Verdunstungs- Tagesgangs

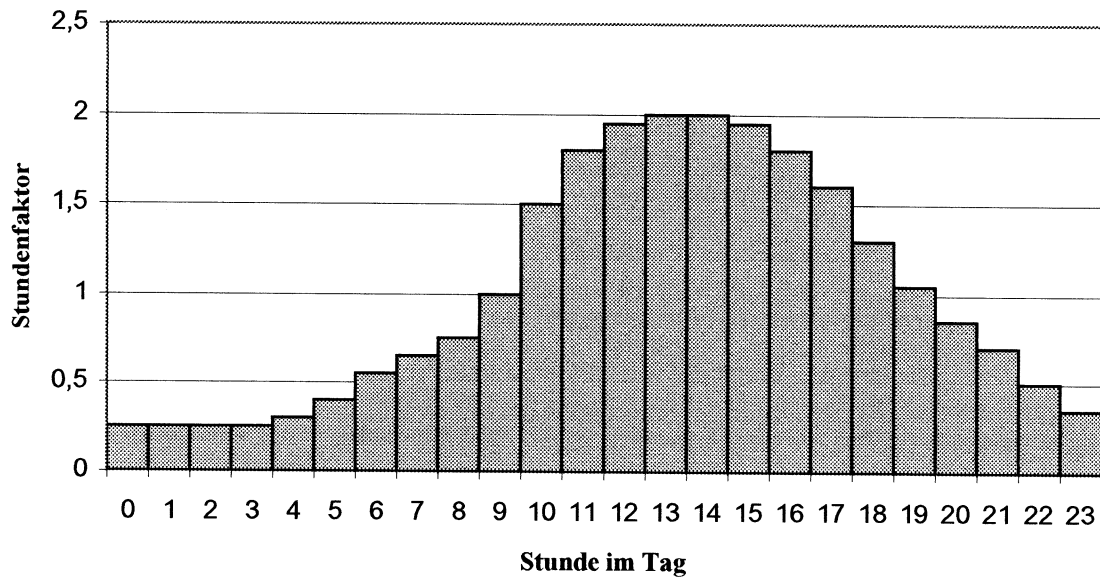


Abb. 5: idealisierter Tagesgang der Verdunstung; Basiswert ist der Tagesmittelwert aus dem Jahresverlauf

Solange Mulden- und Benetzungsspeicher nicht vollständig regeneriert (= leer) sind, entspricht die Verdunstungshöhe der potentiellen Verdunstungshöhe.

Beschreibung der Modellbausteine	Abflußbildung, Liste der Variablen
----------------------------------	------------------------------------

Lateinische Beschriftung (alphabetisch geordnet)

A	durchströmte Fläche = Querschnittsfläche (m ²)
A_e	siehe ψ_e
A_E	an das Entwässerungssystem angeschlossene Gesamtfläche (m ²)
A_o	siehe ψ_o
B_v	Benetzungsverluste = Anfangsverluste (mm)
f(t)	potentielle Infiltrationskapazität zum Zeitpunkt t (mm/ min)
f_a	aktuelle Infiltrationsintensität (mm/min)
f_∞	Min. Infiltrationskapazität, wenn $t \rightarrow \infty$, Feldkapazität erreicht (mm/min)
f_o	Max. Infiltrationskapazität, Boden trocken, $t = 0$ (mm/ min)
f_p	potentielle Infiltrationsintensität (mm / min)
F	kumulative Infiltrationshöhe = $\int_0^t f_a(t).dt$ (mm)
h_v	Verdunstungsverluste (mm)
i_{eff}	max. abflußwirksame Niederschlagsintensität über 10 Minuten innerhalb des gewählten Ereignisses (mm/min)
k	Rückgangskonstante der Infiltrationskapazität (s)
l_r	durchschnittliche Länge des Fließweges auf der Oberfläche bis zum Kanal (m)
L	idealisierte Länge des Einzugsgebiets in m
M_v	max. Speicherkapazität der Mulden(mm)
n	Konstante Niederschlagsintensität (mm/s)
N(t)	gesamte Niederschlagshöhe seit Ereignisbeginn bis zum Zeitpunkt t (mm)
N_i	Niederschlagshöhe zum Zeitschritt i.Δt (mm)
N_{eff}(t)	abflußwirksame Niederschlagshöhe bis zum Zeitpunkt t (mm)
N_{i,eff}	abflußwirksame Niederschlagshöhe zum Zeitschritt i.Δt (mm)
R_i	Abflußwirksame Niederschlagshöhe zum Zeitschritt i (mm)
t	zeitliche Koordinate
t_o	Anfangszeit des zu simulierenden Ereignisses
T	berechnete Wiederkehrzeit eines Modellregens (Jahr)
V_m	Muldenverluste seit Ereignisbeginn(mm)
V_{m,i}	Muldenverluste zum Zeitschritt i.Δt (mm)
V_s	Versickerungsverluste (mm)
W(t)	momentaner Wassergehalt (mm)
W_o	Wassergehalt am Anfang des Ereignisses (mm)

Beschreibung der Modellbausteine	Abflußbildung, Liste der Variablen
----------------------------------	------------------------------------

W_s	maximaler versickerungswirksamer Wassergehalt (mm)
x	räumliche Koordinate

Griechische Beschriftung (alphabetisch geordnet)

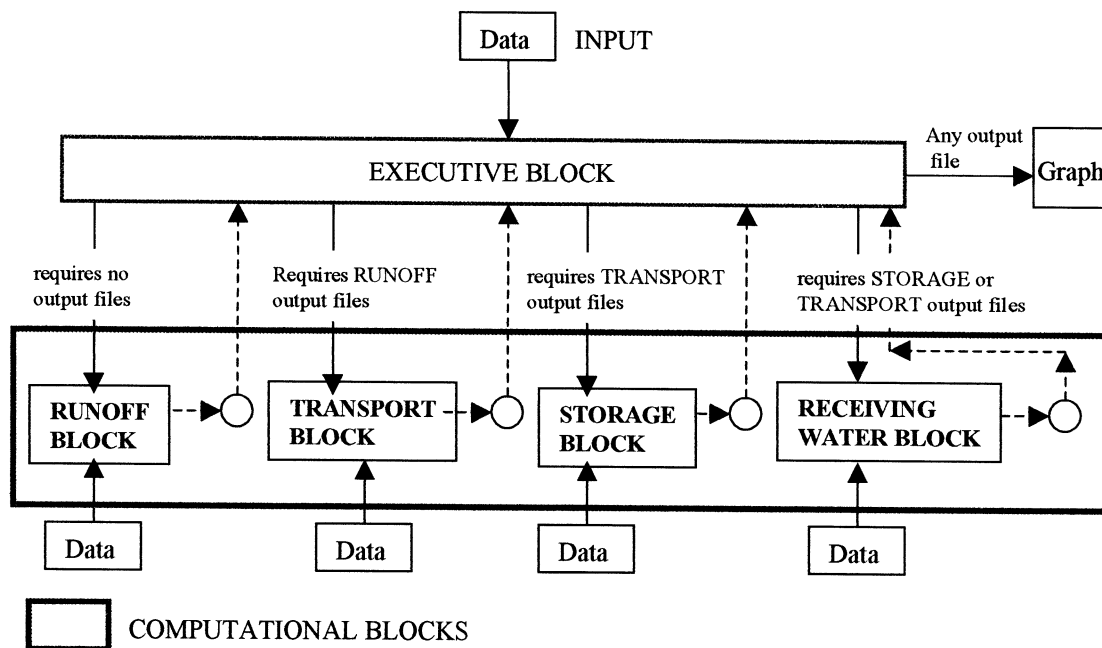
Δt	Berechnungszeitschritt (s)
ΔN_i	Niederschlagshöhe innerhalb des Zeitschritts $i \cdot \Delta t$ (mm)
$\Delta N_{i,eff}$	Abflußwirksame Niederschlagshöhe innerhalb des Zeitschritts $i \cdot \Delta t$ (mm)
$\frac{\Delta N}{\Delta t}$	mittlere Niederschlagsintensität innerhalb des untersuchten Zeitschritts (mm/s)
$\varepsilon(t)$	Muldenauffüllgrad (%) (verwendet bei kontinuierlicher Berechnung der Abflußbildung)
$\psi(t)$	Abflußbeiwert zur Berechnung der Regenverluste (-).
ψ_o	In der Grenzwertmethode, Abflußbeiwert am Anfang des Ereignisses (-)
ψ_e	In der Grenzwertmethode, Grenzwert, nach dem der Beiwert strebt (-)
ψ_s	In dem ATV-A118, Spitzenabflußbeiwert (-)

1. Modellbausteine zu Abflußkonzentration und -transport

Modellansätze zur Beschreibung der Wellenbewegung lassen sich in Modelle zur Simulation der Abflußkonzentration und Modelle zur Simulation des Abflußtransports aufteilen.

- Abflußkonzentration bezeichnet die Wellenbewegung an der Gebietsoberfläche bis zum Kanal. Programmtechnisch rechnen die entsprechenden Bausteine die Zuflußwellen (m^3/s) für jeden Schacht des Kanals.
- Abflußtransport bezeichnet die Wellenbewegung innerhalb des Kanals. Programmtechnisch ermitteln die entsprechenden Bausteine den Durchfluß (m^3/s) in jeder Haltung während der Simulationsperiode. Geschwindigkeiten (m/s) und Wasserstände (m) können auch berechnet werden, wenn das Transportmodell gewisse Voraussetzungen erfüllt.

Die entsprechenden Modellbausteine werden in vielen Programmpaketen - z.B. **SWMM** (EPA; 1971), **MOUSE** (DHI; 1989), **HYSTEM-EXTRAN** (FUCHS, VERWORN; 1989) - voneinander getrennt bearbeitet. In Abb. 1 werden beispielhaft die Verknüpfungen der Modellbausteine am Modell SWMM dargestellt.



Verknüpfung der Modellbausteine in SWMM (EPA, 1971)

Abb.1 : Verknüpfung der Modellbausteine in SWMM (EPA;1971).

Die gesamten Zuflußwellen an jedem Schacht werden im Abflußkonzentrationsbaustein berechnet und in eine Ausgabedatei (z.B. **WELLEN.DAT**) abgespeichert. Letztere Datei dient wiederum im nachgeschalteten Transportbaustein als Eingabedatei.

Aus hydrologischer Sicht ist solche Teilung deshalb sinnvoll, weil sich die Charakteristiken der Teilsysteme (bzw. Vorgänge) voneinander unterscheiden (vgl. Tab. 1):

Zur Simulation der Abflußkonzentration gelten folgende Randbedingungen:

- Strukturelle Komplexität : Diese drückt sich durch die Tatsache aus, daß die Fließwege der einzelnen Teilströme überhaupt nicht nachvollziehbar sind, bzw. daß eine exakte Beschreibung der Gebietsoberfläche nicht realisierbar ist.
- Einfachheit der Strömungsvorgänge: Gegenüber der Schwerkraft und den Reibungsverlusten sind die restlichen Kräfte vernachlässigbar. Zudem bleiben die Wasserstände über Sohlhöhe im Zentimeterbereich.

Bei Simulation des Abflußtransports treten gegensätzliche Randbedingungen auf:

- Morphologische Einfachheit: Die Fließwege sind durch die einzelnen Haltungen (Rohre) des Kanals genau bestimmt. Durch Angabe der Haltungsdaten (Sohlhöhe, Sprünge, Gefälle, Verknüpfungen, Profilcharakteristiken) kann das Kanalnetz vollständig beschrieben werden.
- Komplexität der Strömungsvorgänge: In vielen Fällen erfordert die Ermittlung der Wellenbewegung in den Rohren eine mathematische Formulierung, die zu der Schwerkraft und Reibung auch Druckkräfte und Trägheit miteinbezieht. Dies ist insbesondere notwendig, wenn Rückstau, Einstau und Überstau aufgrund des geringen Gefälles sowie der großen Wasserzufuhr zu befürchten sind.

	Abflußkonzentration	Abflußtransport
Teilsysteme	Einzugsgebiet	Kanäle
Struktur	komplex	einfach
Vorgänge	einfach	komplex

Tab.1: Schwerpunkte der Modellierung von Abflußkonzentration und -transport

2. Hydrologische und hydrodynamische Berechnung

Die mathematische Formulierung stellt zur Modellklassifizierung einen zweiten Gesichtspunkt dar. Bei allen Modellen wird grundsätzlich die Kontinuitätsbedingung erfüllt (= Jenes Volumen, das hinzugeflossen ist, gleicht demjenigen, das herausgeflossen ist, plus demjenigen, das im System gespeichert worden ist).

Der Unterschied liegt in der Vorgehensweise zur Ermittlung der Wellenbewegung; man unterscheidet zwischen *physikalisch-hydrodynamischen* Modellen und *hydrologischen* Modellen (u.a. BLACK-BOX-Modellen oder Konzeptmodellen).

- In physikalischen Modellen leitet sich die zweite Grundgleichung (=Bewegungsgleichung) aus der Impulserhaltung bzw. Energieerhaltung in mehr oder weniger vereinfachter Form her. Deswegen werden sie als hydrodynamisch oder hydraulisch bezeichnet.
- In hydrologischen Modellen (vgl. BECKER,1969; ERTEL,1969; SCHILLING,1987; THIBAUT,1981) liegt der Ermittlung der Wellenbewegung eine Vorgehensweise zugrunde, die nicht unmittelbar an die Betrachtung des Gleichgewichtes eines Fluidteilchen anknüpft, sondern der *Systemanalyse* entstammt.

Nach ihrer Lehre wird das zu simulierende Objekt bzw. System als Transformator verstanden, das auf äußere Größen reagiert und eine entsprechende Antwort liefert (vgl. Abb. 2).

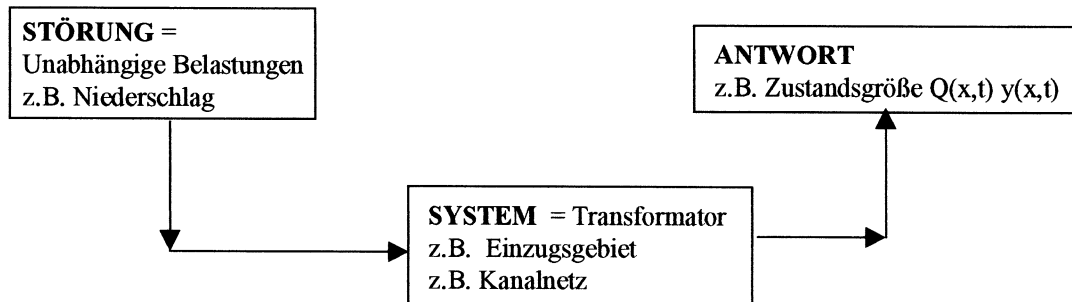


Abb.2: Skizze eines hydrologischen Modells in der Stadthydrologie

Das Verhalten (bzw. die Reaktion) des Systems wird durch einen Operator $F[]$ charakterisiert und läßt sich durch Gl. 1 formulieren.

$$(Gl. 1) Z(t) = \Phi[U(t)]$$

$U(t)$ Eingabevariable (Niederschlagsinput, Zuflußwelle)

$Z(t)$ Ausgabevariable (Abflußwelle aus dem Einzugsgebiet, aus einer Haltung)

Der Zusammenhang zwischen $U(t)$ und $Z(t)$ kann unterschiedlich formuliert werden. In den allermeisten Fällen erfüllt der Operator $\Phi[]$ die Bedingungen der Linearität und Zeitinvarianz. Als einfachste Art, einen solchen Zusammenhang zwischen Ein- und Ausgabevariablen auszudrücken, kommen folgende Ansätze in Frage:

Φ stellt eine ZEITLICHE TRANSLATION dar und wird durch entsprechende zeitliche Verschiebung - Fließzeit bzw. Lagtime (T_f) - bestimmt.

$$(Gl. 2) Z(t) = U(t - T_f)$$

Φ stellt eine proportionale Beziehung dar und wird durch einen (Abfluß-) Beiwert bestimmt.

$$(Gl. 3) Z(t) = \psi \cdot U(t)$$

Die Kombination der Ansätze ergibt.

$$(Gl. 4) Z(t) = \psi \cdot U(t - T_f)$$

⁶ U und Z sind unter Umständen mehrdimensionale Felder

⁷ Bei nicht-linearen hydrologischen Modellen hängt das Systemverhalten von der Größe der Zugänge, von ihrer zeitlichen Folge u.a. ab. Sie sind viel schwieriger zu handhaben, insbesondere was die Bestimmung der entsprechenden Modellparameter betrifft. Dementsprechend sind sie kaum verbreitet. Zur weiteren Information sei auf (Becker, 1969), (Ertel, 1969), (Thibault, 1981) verwiesen.

Trotz ihrer Schlichtheit werden diese Ansätze in folgenden Fällen herangezogen:

- zur Beschreibung der Transportvorgänge in der Rohrbemessung - u.a. Zeitbeiwert- bzw. Summenlinienverfahren; vgl. ATV. A118 –.
- zur Entwicklung von Steuerungsstrategien bzw. in Simulationsbausteinen der linearen Optimierung (vgl. SCHILLING, 1986)

In diesen Fällen läßt sich der Transformationsprozeß in jeder einzelnen Haltung i des Netzes durch Gl. 2 beschreiben, mit $U_i(t) = \sum Q_{\text{ein},i}(t)$ und $Z_i(t) = Q_{\text{ab},i}(t)$. Die Lagtime T_{ti} ist die Dauer, die eine Welle braucht, um die Haltung i zu durchlaufen. Sie wird oft näherungsweise auf der Basis der Wellengeschwindigkeit in den Rohrleitungen bei Vollfüllung unter Normalabfluß - Formeln von MANNING-STRICKLER oder PRANDTL-COLEBROOK - berechnet.

In der Regel wird aber das lineare und zeitinvariante Verhalten eines hydrologischen Systems als Faltungsoperation formuliert (Gl. 5).

$$(Gl. 5a) \quad Z(t) = \int_{-\infty}^t h(t-\tau) \cdot U(\tau) \cdot d\tau = \int_0^{\infty} h(\tau) \cdot U(t-\tau) \cdot d\tau$$

$h(t)$ heißt Impulsantwort-Funktion - vgl. SHERMANN, NASH -, Kern-Funktion (vgl. KALININ-MILJUKOV), System-Funktion, oder Einheitsganglinie bzw. Unit-Hydrograph. Wenn die Funktion $U(t)$ – die Systembelastung - folgende Bedingung erfüllt $U(t) = 0, \forall t; t < t_0$, dann ergibt sich:

$$(Gl. 5b) \quad Z(t) = \int_{t_0}^t h(t-\tau) \cdot U(\tau) \cdot d\tau = \int_0^{t-t_0} h(\tau) \cdot U(t-\tau) \cdot d\tau$$

Wenn der Zeitpunkt, ab dem die Systembelastung Input $U(t)$ wirkt, als zeitlicher Nullpunkt genommen wird ($t_0 = 0$), dann läßt sich die Grundgleichung wie folgt umschreiben:

$$(Gl. 5c) \quad Z(t) = \int_0^t h(t-\tau) \cdot U(\tau) \cdot d\tau = \int_0^t h(\tau) \cdot U(t-\tau) \cdot d\tau$$

Die Faltungsoperation wurde von Mathematikern untersucht und ihre wichtigsten Eigenschaften (Eindeutigkeit, kontinuierlicher Verlauf, Linearität, nicht veraltendes Verhalten) erkannt - vgl. GIRÉ, 1987; SCHWARZ, 1966; ZEMANIAN, 1965 -. Der Operator wird in der entsprechenden Literatur mit * bezeichnet, so daß Gl. 5 folgendermaßen umgeschrieben wird.

$$(Gl. 6) \quad Z(t) = h(t) * U(t)$$

- Bei den Modellen zur Simulation der Abflußkonzentration bezeichnet $U(t)$ die abflußwirksame Niederschlagshöhe und $Z(t)$ den Abfluß aus dem Gebiet.
- Bei den Modellen zur Simulation des Transports (innerhalb einer Haltung) bezeichnet $U(t)$ die Summe der Zuflußwellen zum Schacht oben und $Z(t)$ die Abflußwelle aus dem Schacht unten.

Nach der Art, wie die charakteristische Funktion $h(t)$ bestimmt wird, unterscheidet man oft zwischen 2 Kategorien von hydrologischen Modellen: den Ein-/Ausgang-Modellen, als BLACK-BOX definiert und den Konzeptmodellen.

In BLACK-BOXES wird versucht, die Transformation, bzw. die Funktion $h(t)$ und/oder ihre Parameter, unmittelbar durch Auswertung von (Meß-)Daten zu ermitteln. Dazu werden Approximationsmethoden und/oder statistische Analysen herangezogen. Als Beispiel sei die von HARMS-VERWORN entwickelte *Standardeinheitganglinie* genannt, zur Berechnung der Abflußwelle aus der Gebietsoberfläche in dem Programm HYSTEM.

Den Konzeptmodellen liegen 2 Differentialgleichungen zugrunde:

- Die Kontinuitätsgleichung stellt die allgemeingültige Voraussetzung dar.
- Die zweite Grundgleichung spiegelt eine ideale Vorstellung (=Analogie) über den Zusammenhang zwischen den Vorgängen wieder. Hier sei der lineare Speicher (=Analogon) genannt, zur Berechnung der Abflußwelle aus der Gebietsoberfläche.

Andere Klassifizierungen der hydrologischen Modelle wurden vorgeschlagen (vgl. THIBAUT, 1981). Wichtiger Punkt ist dabei, ob das Modell nur der Vorhersage dienen kann, oder ob es zum Entwurf oder zu Sanierungszwecken verwendet werden darf.

Der Anwendungsbereich (bzw. die Einschränkungen, denen ein bestimmtes Modell unterliegt) ergibt sich aus der Analyse der bei der Formulierung des Ansatzes getroffenen Vereinfachungen bzw. Annahmen. Entscheidender Vorteil der hydrodynamischen Modelle ist ein klarer Bezug auf die Physik. Jede getroffene Vereinfachung der Grundgleichungen läßt sich sofort interpretieren. Eine erhebliche Schwierigkeit bei solchen Modellen liegt jedoch darin, daß eine genaue Beschreibung der Prozeßdynamik in den meisten Fällen eine genauso gute Kenntnis der Struktur des Teilsystems voraussetzt. Dies ist aber - insbesondere bei der Ermittlung der Abflußkonzentration - nicht der Fall.

Hydrologische Modelle unterliegen theoretisch - z.B. durch die Annahmen der Linearität und Zeitinvarianz - starken Einschränkungen. Zudem ist eine physikalische Interpretation der Annahmen bzw. der Modellparameter erschwert, so daß der Gültigkeitsbereich des Modells oft nicht klar festgelegt wird. Trotzdem hat sich diese Modellklasse in vielen Bereichen der Hydrologie als zuverlässig erwiesen. Entscheidender Vorteil gegenüber detaillierten hydrodynamischen Modellen ist, daß Rechenzeit und Speicherplatz um ein vielfaches - in der Regel 60 Mal bis 100 Mal - gekürzt wird.

3. Das Gleichungssystem von de SAINT-VENANT

In den folgenden Kapiteln werden die hydrodynamischen Ansätze dargestellt und ihre grundlegenden Annahmen und Einschränkungen erläutert. Auf eine ausführliche Herleitung wird verzichtet und stattdessen

auf einschlägige Literatur verwiesen, z.B. VERWORN W., 1980; YEVJEVICH, BARNES, 1970; ZIELKE et al., 1984, 1988, 1990 .

Die Hydrodynamik erforscht Gleichungen zur Beschreibung der Strömungsvorgänge. Das betrachtete (infinitesimale) Element ist eine Menge von Teilchen, die gegenüber den in Betracht gezogenen Größen - u.a. Geschwindigkeit, Beschleunigung, Dichte - als *homogen* angenommen werden können. Die Laufbahn der Teilchen wird durch das Gleichgewicht der Kräfte bestimmt. Letzteres läßt sich durch die Grundprinzipien der *Erhaltung von Masse* und *Impuls* mathematisch erfassen (vgl. Abb. 3). Man erhält im allgemeinen Fall der dreidimensionalen Betrachtung das **NAVIER-STOCKES Gleichungssystem** (formuliert mit EULER-Variablen), das heute unter realistischen Strömungsbedingungen mit Hilfe der Rechenmittel numerisch kaum lösbar ist. In der Stadthydrologie gilt eine vereinfachte eindimensionale Betrachtungsweise - Übergang zur Gerinneströmung -.

Die Kontinuitätsgleichung bezogen auf ein infinitesimales Element lautet:

$$\text{Gl. (7)} \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \underline{v}) = 0$$

$\underline{v}$ Geschwindigkeit im infinitesimalen Element (m/s)

ρ Flüssigkeitsdichte (kg/m³)

Für inkompressible Fluide ($\rho = \text{Konst.}$) erhält man:

$$\text{Gl. (8)} \quad \text{div}(\underline{v}) = 0$$

Letztere Gleichung läßt sich bei der eindimensionalen Betrachtungsweise eines infinitesimalen Abschnittes der Länge Δs (vgl. Abb. 4) wie folgt umschreiben:

$$(\text{Gl. 9}) \quad \frac{\partial Q(s,t)}{\partial s} + \frac{\partial A(s,t)}{\partial t} - q(s,t) = 0$$

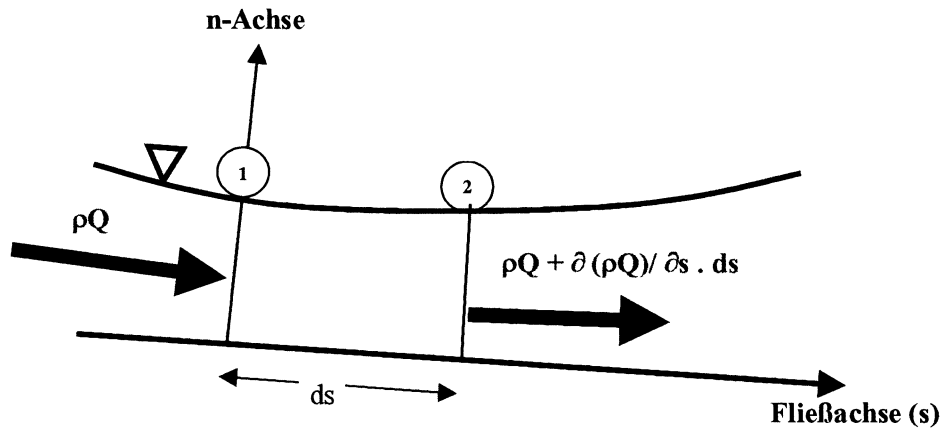
Die Laufbahn der Fluidteilchen wird durch die Vektoren $\underline{s}$ - tangent zur Laufbahn - und $\underline{n}$ - senkrecht zur Laufbahn - zur Zeit t charakterisiert.

Q Durchfluß im Element der Länge Δs (m³/s)

A durchströmte Fläche (m²)

q seitliche Zuflußdichte (m²/s), $Q_e = q \cdot ds$

Q_e seitlicher Zufluß zum Element Δs



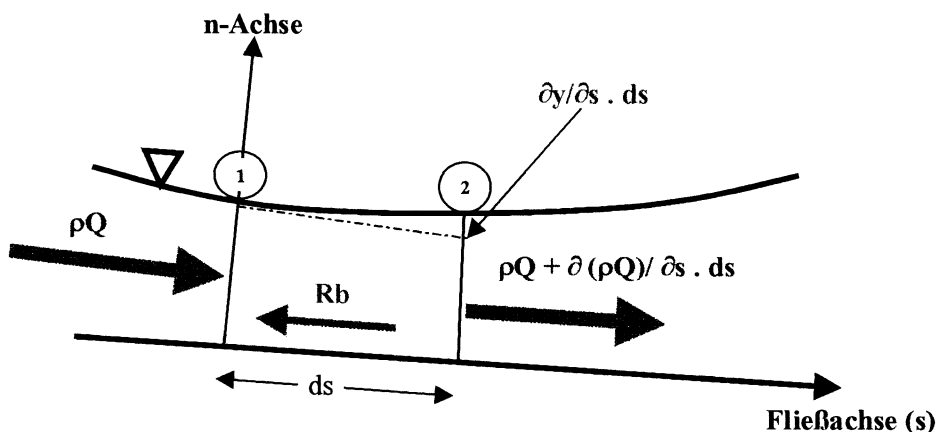
Erhaltung der Masse an einem infinitesimalen Fluidelement der Länge ds (Euler-Betrachtungsweise)

Abb.4: Abschnitt zur Herleitung der Kontinuitätsgleichung

Die Impulserhaltung lässt sich im Falle der dreidimensionalen Betrachtung wie folgt formulieren:

$$(Gl. 10) \quad \rho \cdot \frac{d(\underline{v})}{dt} = \rho \cdot \frac{\partial \underline{v}}{\partial t} + \rho \cdot (\underline{v} \text{grad}) \underline{v} = \underline{F} + \text{div } \underline{\sigma}$$

$\underline{F}(\underline{x}, t)$	Volumenkraft
$\underline{\sigma}$	Spannungstensor
$P(\underline{x}, t)$	Druckkraft (N/m ²)
$\underline{v}(\underline{x}, t)$	Geschwindigkeitsvektor (m/s)
div	Operator Divergenz
grad	Operator Gradient



Erhaltung des Impulses an einem infinitesimalen Fluidelement der Länge ds (Euler-Betrachtungsweise)

Abb. 4: Gleichgewicht der Kräfte im infinitesimalen Abschnitt – nach GROTEHUSMANN, 1990 -
Beim Projektieren von Gl.10 auf die Achsen (s, n), erhält man:

$$(Gl.11) \left(\frac{\partial v}{\partial t} + v_s \cdot \frac{\partial v}{\partial s} \right) = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial s} + F_s + R_{bs}$$

$$(Gl.12) \left(\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{v^2}{R_k} \right) = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial P}{\partial n} + F_n + R_{bn}$$

v_s tangentielle Geschwindigkeit (entlang der Fließachse s)

v_n normale Geschwindigkeit (entlang der Achse n)

$\underline{R}_b$ Vektor der Reibungskraft

R_k Kurvenradius der Laufbahn

$\underline{F} \begin{pmatrix} F_s \\ F_n \end{pmatrix}$ Volumenkraft

Zudem wird angenommen, daß die Laufbahn aller Stromfäden parallel zur Sohle der Rohrleitung ist. Dies hat folgende Konsequenzen:

- R_k wird unendlich, weil der Strömungsverlauf gerade ist.
- Es gibt keine Spannungen senkrecht der Fließrichtung bzw. $R_{bn} = 0$
- Es gibt keine sekundäre Strömungen, $\frac{\partial v}{\partial t} = 0$
- $\frac{\partial P}{\partial n} = -\rho \cdot F_n$, bzw. die Druckverteilung im betrachteten Milieu ist hydrostatisch

Durch diese Identifikation von s mit x (geradlinige Laufbahn) und Anwendung der oben formulierten Gleichungen und Annahmen bzw. Schlußfolgerungen erhält man:

$$(Gl. 13) \frac{\partial v}{\partial t} + v \cdot \frac{\partial v}{\partial x} = g \cdot \frac{-\partial(z+y)}{\partial x} - R_{bs}$$

$v(x, t)$ Geschwindigkeit (eindimensional) (m/s)

$y(x, t)$ 8 Wassertiefe (m)

$z(x, t)$ Geodätische Höhe der Sohle (m NN)

$\frac{-\partial z}{\partial x}$ wird I_s (=Sohlgefälle) bezeichnet

$\frac{R_{bs}}{g}$ wird I_R (Reibungsgefälle) bezeichnet

Dementsprechend wird Gl. 13 umgeschrieben;

8 Es wird angenommen, daß der Abschnitt sich auf der Sohle befindet

$$(Gl. 14) \quad \frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{v}{g} \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial y}{\partial x} = I_s - I_r$$

Statt eines infinitesimalen Abschnitts sei ein infinitesimaler Querschnitt eines offenen Gerinnes (der Länge Δx) betrachtet. Unter den zusätzlichen Annahmen, daß eine *mittlere Geschwindigkeit* (V_m) über diesen *Querschnitt definierbar* ist und des weiteren $v_m = a \cdot v$ beschrieben wird, läßt sich die Bewegungsgleichung wie folgt umschreiben:

$$(Gl. 15) \quad \frac{a}{g} \frac{\partial v_m}{\partial t} + a^2 \frac{v_m}{g} \frac{\partial v_m}{\partial x} + \frac{\partial y}{\partial x} = I_s - I_r$$

Die beiden ersten Terme von Gl. 15 $\left[\frac{a}{g} \frac{\partial v_m}{\partial t} + a^2 \frac{v_m}{g} \frac{\partial v_m}{\partial x} \right]$ beinhalten den Einfluß der Trägheit, der dritte Term $\left[\frac{\partial y}{\partial x} \right]$ den Einfluß der Druckkraft, der vierte Term den Einfluß der Schwerkraft $[I_s]$ und der fünfte Term den Einfluß der Reibungskräfte $[I_r]$.

Trotz der eingetretenen Vereinfachungen (in kursiver Schriftart im Text) gilt Gl. 15 in der Stadthydrologie als die genaueste Beschreibung der (eindimensionalen und instationären) Flüssigkeitsbewegung in offenen Gerinnen und wurde schon 1871 in äquivalenter Form von Barre de SAINT-VENANT vorgeschlagen. Meistens wird der Faktor a gleich 1 gesetzt, weil bei turbulenten Strömungen die Verteilung der Geschwindigkeiten in der Fließachse über den Querschnitt annähernd konstant bleibt – vgl. ZIELKE, 1984 -. Mit der geodätischen Wasserstandshöhe $h = y + z$ erhält man

$$(Gl. 16) \quad \frac{1}{g} \frac{\partial v_m}{\partial t} + \frac{v_m}{g} \frac{\partial v_m}{\partial x} + \frac{\partial h}{\partial x} + I_R = 0$$

Die einzelnen Terme der Bewegungsgleichung werden dabei folgendermaßen bezeichnet:

$\frac{1}{g} \frac{\partial v_m}{\partial t}$	lokale Beschleunigung (=local acceleration)
$\frac{v_m}{g} \frac{\partial v_m}{\partial x}$	konvektive Beschleunigung (=convective acceleration)
$\frac{\partial h}{\partial x}$	Wasserspiegelgefälle (=water surface slope)

Die Ermittlung des Reibungsgefälles $-I_R$ erfolgt in der Regel durch eine pauschale Funktion unter der Annahme, daß die Reibungsverluste einer instationären Strömung denen einer stationären gleich sind. Im letzteren Fall wurden in der Literatur verschiedene Ansätze vorgeschlagen. Zu den meistverbreiteten zählen

Beschreibung der Modellbausteine	Hydraulische Strömungsmodelle
----------------------------------	-------------------------------

der Ansatz von **GAUKLER-MANNING-STRICKLER** (Gl. 17) und der Ansatz von **DARCY-WEISBACH** (Gl. 18) in Verbindung mit dem Reibungsgesetz von **PRANDTL-COLEBROOK** (Gl. 19) *im turbulenten Fall*.

$$(Gl. 17) \quad v_m = k_{st} \sqrt[2]{R_{hy}} \sqrt[1]{I_R} \quad (\text{Widerstandsgesetz nach MANNING-STRICKLER})$$

v_m Fließgeschwindigkeit (m/s)

k_{st} Reibungsbeiwert ($\frac{1}{m^{1/3} \cdot s}$)

R_{hy} hydraulischer Radius (m), $R_{hy} = \frac{A}{U}$

A durchströmte Fläche (m^2)

U benetzter Umfang (m)

I_R Reibungsgefälle (-)⁹

Der Wert des Reibungsbeiwerts (k_{st}) ist abhängig von der Beschaffenheit der Wand des Rohres (bzw. des Bodens), mit der das Fluid in Kontakt ist. Er ist aus Tabellen zu entnehmen – vgl. ZIELKE, 1984, SCHRÖDER, 1990 -

Gerinne	k_{st} in [$m^{1/3} \cdot s^{-1}$]
Glatte Holzgerinne	90
Glatte, unversehrte Zementputz, glatter Beton mit hohem Zementgehalt	80
Alter Beton, Bruchsteinmauerwerk	50
Erdkanäle, regelmäßig, rein, ohne Geschiebe, mittlerer Kies	40
Natürliche Flußbetten, mit Geröll und Unregelmäßigkeiten	30
Gebirgsflüsse mit grobem Geröll, bei ruhendem Geschiebe mit unverklebter, roher Felswand	25 bis 28
Wie oben genannt, bei in Bewegung befindlichem Geschiebe	19 bis 22

Stollen und Betonrohrleitungen	k_{st} in [$m^{1/3} \cdot s^{-1}$]
Geschliffener Zementputz größter Glätte	100
Betonstollen von weniger sorgfältiger Ausführung	70 bis 80
Alte, aus Einzelrohren bestehende Betonrohrleitungen	75

Tab. 2: Einige Rauigkeitsbeiwerte (Widerstandsgesetz nach MANNING-STRICKLER)

⁹Bei stationären Strömungsverhältnissen ist das Reibungsgefälle gleich dem Energiegefälle und dem Sohlgefälle.

Alte, aus Einzelrohren bestehende Betonrohrleitungen

1 bis 3

Tab. 3: Einige Werte für die äquivalente Rauigkeit (Formel nach PRANDTL-COLEBROOK)

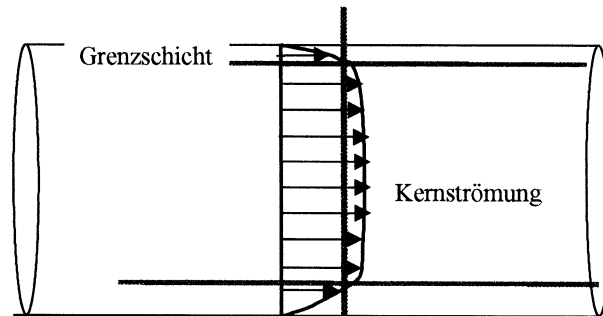


Abb. 5: Unterscheidung zwischen laminarer Grenzschicht und turbulenter Kernströmung in einer (vollgefüllten Kreis-)Rohrleitung

Diese Unterscheidung läßt sich durch die Grenzschichttheorie anschaulich begründen. Nach dieser Theorie muß man bei einer Rohrströmung 2 Gebiete unterscheiden (vgl. Abb. 5):

- die verhältnismäßig schmale, meist laminare Randströmung (= die Grenzschicht δ), in der das Gesetz des zähen Newtonschen Fluids gilt,
- die turbulente Kernströmung.

In der Grenzschicht ist eine echte Schubspannung τ_1 vorhanden, die den Reibungswiderstand verursacht.

$$(Gl. 20) \tau_1 = \eta \cdot \frac{du}{dy} \text{ (vgl. Abb. 5)}$$

Zu Reibungsverlusten trägt auch die turbulente Kernströmung bei. Dort bewegen sich dauernd Wirbelgebilde in alle Richtungen, wodurch ein ständiger Impulsaustausch stattfindet. Dieser Austausch erzeugt eine scheinbare Schubspannung τ_2 . Die gesamte Schubspannung in der Strömung läßt sich wie folgt formulieren:

$$(Gl. 21) \tau = \tau_1 + \tau_2 = \eta \cdot \frac{du}{dy} + \rho \cdot l^2 \cdot \frac{d^2u}{dy^2}$$

1 Mischungslänge bei der Makrobewegung der Wirbel in der turbulenten Strömung¹⁰

$u(x, t)$ Geschwindigkeit in der Fließrichtung (x -Achse)

y Achse senkrecht zur Fließrichtung

Im Grenzfall „ideal oder hydraulisch glatt“ sind die Unebenheiten der Wand ganz von der Grenzschicht überdeckt. In diesem Fall ist der Beiwert λ nur vom Re abhängig.

¹⁰Die Mischungslänge entspricht dem Weg, den ein Wirbelgebilde zurücklegen kann, ehe es sein Eigenleben einbüßt und sich der umgebenden Flüssigkeit angleicht. Dieser Begriff ist analog zur mittleren freien Weglänge der Moleküle in der Beschreibung der „laminaren“ Reibungsverluste in Gasen.

Im Grenzfall „vollkommen oder hydraulisch rau“ ragen die Wandunebenheiten über die Grenzschicht hinaus in die Kernströmung hinein. In diesem Grenzfall ist der Beiwert λ nur von $\frac{k}{D_{hy}}$ abhängig.

In beiden Fällen gelang es PRANDTL, durch Auswertung der Versuchsergebnisse von NIKURADSE mit Hilfe theoretischer Betrachtungen (Begriff des Mischungsweges) den Reibungsbeiwert für turbulente Strömungen mathematisch zu formulieren. COLEBROOK fand, daß sich durch Kombination beider Grenzfälle auch der Übergangsbereich durch eine Regressionsfunktion $\lambda = f\left(\text{Re}, \frac{k}{D_{hy}}\right)$ gut beschreiben läßt.

Durch Umsetzung der Gleichungen 18 und 19 erhält man folgende Gleichung zur Berechnung der Geschwindigkeit im stationären Zustand.

$$(Gl. 22) \quad v = -2 \cdot \log \left(\frac{2,52 \cdot v}{D_{hy} \cdot \sqrt{2g \cdot D_{hy} \cdot I_r}} + \frac{k}{3,71 \cdot D_{hy}} \right) \cdot \sqrt{2g \cdot D_{hy} \cdot I_r} \quad (\text{PRANDTL-COLEBROOK})$$

v	Geschwindigkeit (m/s)
I_r	Reibungsgefälle (= Sohlgefälle im Normalabfluß) (-)
k	äquivalente Rauigkeit (mm)
D_{hy}	hydraulischer Durchmesser (=Durchmesser in vollgefüllten Kreisrohren)
ν	kinematische Zähigkeit (m ² /s)

Streng genommen gilt Gl. 22 nur für vollgefüllte Kreisrohre ($D_{hy} = D$). Durch Ersetzung des Kreisdurchmessers durch den hydraulischen Durchmesser ($D_{hy} = 4 \cdot R_{hy}$) kann diese Formel auf andere Profile und auf teilgefüllte Querschnitte übertragen werden.

Anmerkung zur Berechnung der Teilfüllungskurven:

Mit Hilfe der Gleichung Gl. 22 können die dimensionlosen Größen $\frac{v_t}{v_v}$ und $\frac{Q_t}{Q_v}$ (die sogenannten Teilfüllungskurven) ermittelt werden.

v_t	Strömungsgeschwindigkeit im teilgefüllten Rohr (m/s)
v_v	Strömungsgeschwindigkeit im vollgefüllten Rohr (m/s)
Q_t	Abfluß im teilgefüllten Rohr (m ³ /s)
Q_v	Abfluß im vollgefüllten Rohr (m ³ /s)

Diese Teilfüllungskurven hängen streng genommen von dem Reibungsgefälle I_r und von der Wandrauhigkeit k ab. Die Richtlinien der ATV empfehlen jedoch folgende Näherung nach FRANKE :

$$Gl. 23 \quad \frac{v_t}{v_v} = \sqrt[5]{\frac{8}{R_{hyt}}} \sqrt{R_{hyt}}$$

Diese Gleichung liefert für Kreisrohre Durchflüsse, die ab einer Füllhöhe von 83% größer sind als bei Vollfüllung. Der maximale Durchfluß liegt bei einer Füllhöhe von 94% ($Q_{94} = 1,069 Q_V$). Im Bereich nahe der Vollfüllung sind zu jedem Durchfluß zwei verschiedene Füllhöhen möglich. Dies wurde in sorgfältigen experimentellen Untersuchungen bestätigt. Die entsprechenden Strömungsverhältnisse sind jedoch so instabil, daß der Übergang zur Vollfüllung je nach Belüftung der Leitung jederzeit eintreten kann.

THORMANN schlägt deshalb eine Korrektur vor, die solche „Durchfluß-Anomalie“ beseitigen soll. Ab einer Füllhöhe von 50% wird ein modifizierter hydraulischer Radius ermittelt, der dem zusätzlichen Reibungseinfluß der zwischen Wasserspiegel und Rohrscheitel eingeschlossenen Luft Rechnung tragen soll. Der Tabelle Tab. 4 sind entsprechende Teilfüllungskurven für Kreisprofile zu entnehmen.

$$\text{Gl. 24 } R_{hy} = \frac{A}{U'} \text{ mit } U' = U + \alpha \cdot B$$

$$\text{Gl. 25 } \alpha = \frac{\left(\frac{y}{D} - 0,5\right)^3 + 0,05 \cdot \left(\frac{y}{D} - 0,5\right)}{0,15}$$

B ist die Wasserspiegellbreite bei dem Wasserstand y über Sohle (m)

4. Klassifizierung der numerischen Lösungsverfahren

Das SAINT-VENANT'sche nicht lineare, hyperbolische Differentialgleichungssystem (Bewegungs- + Kontinuitätsgleichung) ist nicht oder nur in Sonderfällen in geschlossener Form lösbar. Daher werden zur Lösung Näherungsmethoden eingesetzt. Bei den numerischen Näherungsmethoden werden die partiellen Differentialgleichungen durch Diskretisierung in Orts- und Zeitrichtung ($\Delta t, \Delta x$) in algebraische Gleichungen überführt und die Differentiale durch endliche Differenzen approximiert. Zur Lösung des Gleichungssystems sind zudem noch Anfangs- und Randbedingungen erforderlich.

Lösungsverfahren unterteilen sich grundsätzlich in Differenzen- und Charakteristiken-Verfahren.

- Die Differenzenverfahren verwenden ein festes Rechteckgitter (vgl. Abb.6) und die Differenzenquotienten werden direkt auf die Ausgangsgleichungen angewandt.
- Bei Charakteristikenverfahren wird die Bewegungsgleichung zunächst in gewöhnliche Differentialgleichungen überführt, bevor die Differenzquotienten durch Differenzenquotienten ersetzt werden. Charakteristikenverfahren erzeugen dabei ihr eigenes, veränderliches Netz.

Des weiteren wird zwischen expliziten und impliziten Lösungsverfahren unterschieden.

- Die expliziten Lösungsverfahren verwenden zur Berechnung eines Punktes der neuen Zeitebene nur bekannte Werte aus schon bekannten Zeitebenen.

- In impliziten Lösungsverfahren werden Informationen sowohl aus der bekannten, als auch aus der noch unbekannten Zeitebene benötigt. Daraus ergeben sich Abhängigkeiten der Unbekannten der neuen Zeitebene untereinander, so daß die Berechnung dieser Punkte nur simultan erfolgen kann.

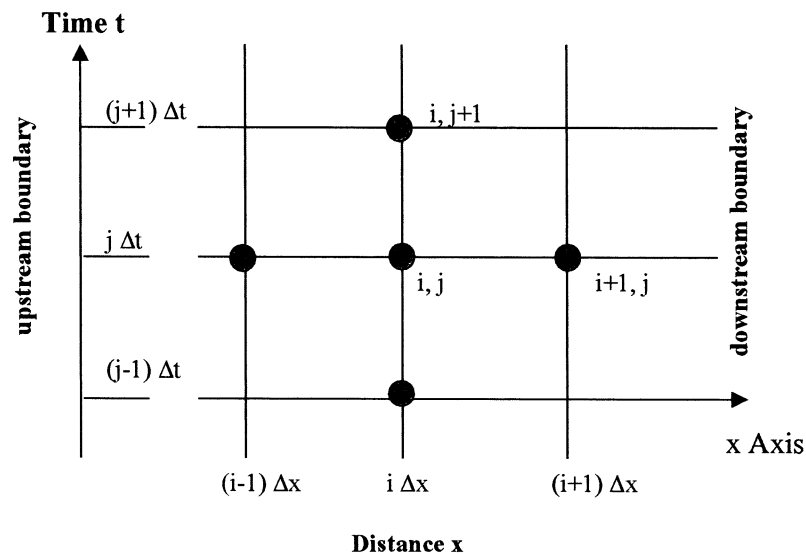


Abb. 6: Festes Zeit-Raum-Gitter zur Lösung des Gleichungssystems von SAINT VENANT mit Differenzenverfahren, nach VEN TE CHOW, 1988.

5. Berechnungsschemata in Differenzenverfahren

In expliziten Differenzenverfahren werden meistens folgende Schemata verwendet: das LAX-SCHEMA, das UPSTREAM-VERFAHREN, das LEAP-FROG-SCHEMA - bzw. ROMBEN-SCHEMA - und das LAX-WENDROFF-SCHEMA - für weitere Information vgl. FUCHS, 1990; PREISMANN, 1974, YEYEVITSCH, BARNES, 1970; ZIELKE, 1990 -. Als Beispiel zeigen wir das Schema von LAX-WENDROFF, das im Transportmodell EXTRAN-IWH - FUCHS, VERWORN, 1990; SCHEFFER, 1986 - implementiert ist.

Anmerkung: In den Gleichungen steht Z jeweils stellvertretend für eine der unabhängigen Variablen.

Beim Schema von LAX-WENDROFF erstreckt sich ein Zeitschritt über 2 Ebenen. Zur Berechnung eines Punktes des nächsten Zeitschrittes werden zunächst Punkte auf der Ebene des halben Zeitschrittes nach dem Schema von LAX berechnet. Diese Punkte liegen versetzt zu den Punkten des ganzen Zeitschrittes. Anschließend werden folgende Differenzen verwendet:

$$(Gl. 26) \quad \frac{\partial Z}{\partial t} = \frac{Z_{i,j} - Z_{i,j-2}}{\Delta t}$$

$$(Gl. 27) \quad \frac{\partial Z}{\partial x} = \frac{Z_{i+1,j-1} - Z_{i-1,j-1}}{\Delta x}$$

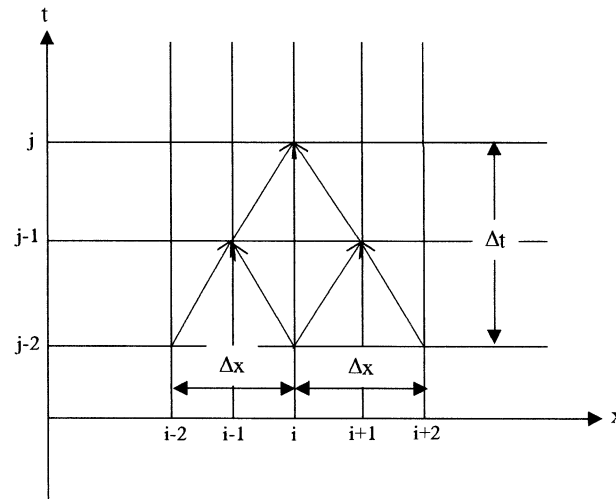


Abb. 7: Das Schema von LAX-WENDROFF

Bei impliziten Differenzenverfahren wird oft das 4-Punkte-Schema nach PREISMANN verwendet, bei dem eine Gewichtung der Zeitebenen durch Einführen des CRANK-NICHOLSON-FAKTORS (θ) erfolgt.

6. Numerische Unsicherheiten bei der Lösung des Gleichungssystems

Sei $w(x, t)$ die exakte Lösung der Differentialgleichung, sei $w_1(x, t)$ die exakte Lösung der Differenzengleichung. $\delta = (w_1 - w)$ ist der Diskretisierungsfehler oder Abbruchfehler. Er entsteht aus dem Ersetzen der Differentiale durch Differenzen. Sei $w_2(x, t)$ die numerische Lösung der Differenzengleichung. Sie enthält einen zusätzlichen Fehler $\varepsilon = (w_2 - w_1)$ aus ungenauen Anfangs- und Randbedingungen im Rechner. ε wird daher als Rundungsfehler bezeichnet.

Die gesamte numerische Unsicherheit E setzt sich aus der Summe von ε und δ zusammen $E = \varepsilon + \delta$. Das Lösungsverfahren ist konvergent, wenn bei Verkleinerung von Δx und Δt auch E kleiner wird. Die Konvergenzbedingung setzt die Konsistenzbedingungen - δ strebt gegen 0, wenn Δt und Δx kleiner werden - und die Stabilitätsbedingung - ε kann vernachlässigt werden - voraus.

Numerische Instabilität der Verfahren:

Implizite Verfahren sind stabil. Der Zeitschritt darf dennoch nicht übermäßig groß gewählt werden, da es sonst bei der Berechnung zu größeren Ungenauigkeiten kommen kann, da die Abfluß- bzw. Wasserstandsganglinien dann nicht genügend genau nachgebildet werden – vgl. VERWORN ,1980; PREISSMANN, 1974 -.

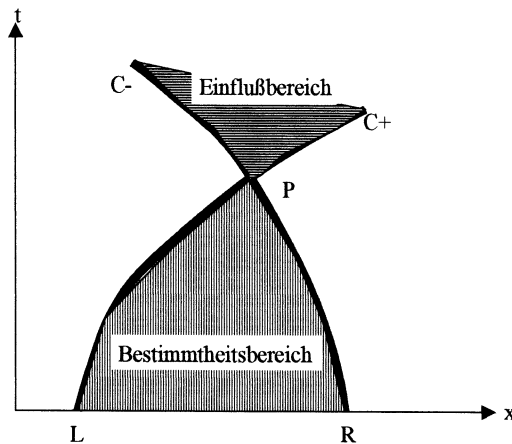


Abb. 8: Bestimmtheitsbereich und Einflußbereich in expliziten Differenzenverfahren.

Explizite Verfahren müssen die COURANT- Bedingung erfüllen, um stabil zu sein. Diese Bedingung besagt, daß sich die zu berechnenden neuen Werte innerhalb des Bestimmtheitsbereiches befinden sollen. Bestimmtheitsbereich und Einflußbereich lassen sich mit Hilfe der Charakteristiken anschaulich darstellen .

Lösungen für den Punkt P sowie alle anderen Punkte im Bestimmtheitsbereich werden nur von Punkten zwischen L und R, dem Abhängigkeitsbereich, festgelegt. Die Lösung des Punktes P beeinflusst nur die Lösungen der Punkte im Einflußbereich. Die Gleichung für die Steigung der Charakteristiken lautet:

$$\text{tet: (Gl. 28)} \quad \frac{dt}{dx} = \frac{1}{v \pm \sqrt{\frac{gA}{B}}}$$

x Fließachse, eindimensionale Strömung

$\sqrt{\frac{gA}{B}}$ Geschwindigkeit, mit der sich kleine Störungen auf der Oberfläche ausbreiten (m/s)

A durchströmte Querschnittsfläche (m²)

B Wasserspiegelbreite (m)

g Erdbeschleunigung (m/s²)

v v(x, t) Fließgeschwindigkeit

Für den Zeitschritt Δt ergibt sich damit die folgende COURANT- Bedingung:

$$\text{(Gl. 29)} \quad \Delta t \leq \frac{Dx}{|v| + \sqrt{\frac{gA}{B}}}$$

Dieser COURANT- Bedingung müssen alle expliziten Verfahren genügen. Bei Kanalhaltungen mit verhältnismäßig großem Durchmesser, steilem Gefälle und kleiner Länge sind demzufolge im Vergleich zu

einem impliziten Verfahren kleine Berechnungszeitschritte erforderlich. Der Rechenaufwand zur Lösung des Gleichungssystems ist aber bei impliziten Differenzenverfahren wesentlich größer.

Die numerische Dämpfung:

Man kann theoretisch zeigen – vgl. ZIELKE, 1990 –, daß zu jedem Berechnungspunkt (x, t) das optimale Verhältnis $\frac{\Delta t}{\Delta x}$ durch Gl. 28 gegeben wird. Wenn aber dieses Verhältnis klein wird, geschieht eine numerische

Dämpfung; Wasserstands- sowie Geschwindigkeitsänderungen werden gegenüber der exakten Lösung der Differentialgleichung gedämpft. Die berechneten Ganglinien werden dementsprechend künstlich geglättet. Letztere Gefahr ist besonders groß bei expliziten Verfahren, wenn man bei Verkleinerung des Berechnungszeitschrittes Instabilitäten zu beseitigen versucht. (Δx bleibt in der Regel konstant, da es eng mit der Netzgeometrie verbunden ist).

7. Vereinfachungen des vollständigen Gleichungssystems nach SAINT VENANT

Bei der Bewertung der beiden Fließbewegungsgleichungen kommt der Kontinuitätsgleichung die größere Bedeutung zu, da bei deren Nichterfüllung die Massenbilanz verletzt wird. Vereinfachungen der Differentialgleichungen werden daher immer nur auf die Bewegungsgleichung bezogen. Vereinfachte hydrodynamische Ansätze verzichten somit auf einzelne Terme der Bewegungsgleichung. Der Vorteil dabei liegt in der leichteren numerischen Handhabung, der Nachteil in der Erhöhung der Ergebnisunsicherheit. Folgende Vereinfachungen werden vorgeschlagen:

Instationär ungleichförmig	$\frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{v}{g} \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial y}{\partial x} + I_R - I_S = 0$
Instationär gleichförmig	$\frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial y}{\partial x} + I_R - I_S = 0$
Vereinfacht instationär ungleichförmig, Diffusionsanalogie	$\frac{\partial v}{\partial x} + I_R - I_S = 0$
Kinematische Welle	$I_R - I_S = 0 \quad v = f(y)$
reine Translation	$I_R - I_S = 0 \quad v = \text{const.}$

Tab. 5: Verschiedene Vereinfachungen des Gleichungssystems nach SAINT VENANT¹¹

Instationär ist eine Bewegung, wenn sich die Geschwindigkeit in einzelnen Punkten im System über die Zeit ändert. Werden die zeitabhängigen Glieder in der Bewegungsgleichung ($\partial v / \partial t$) und in der Kontinuitätsgleichung ($\partial A / \partial t$) berücksichtigt, so ist die Berechnung voll instationär. Wird das Glied in der Bewegungsgleichung vernachlässigt, so ist die Bewegung vereinfacht instationär, da die zeitliche Abhängigkeit durch das Glied in der Kontinuitätsgleichung erhalten bleibt.

¹¹ Um die Schriftweise zu vereinfachen, wurde die mittlere Geschwindigkeit im betrachteten Abschnitt (v) statt (V_m) bezeichnet

Beschreibung der Modellbausteine	Hydraulische Strömungsmodelle
----------------------------------	-------------------------------

Ungleichförmig ist die Bewegung, wenn die Geschwindigkeit vom Ort abhängig ist. Für $\partial v / \partial x = 0$ ist der Fließvorgang gleichförmig.

Aus der Betrachtung der 5 Gleichungen wird sofort folgendes ersichtlich: In den 3 instationären Ansätzen ist eine Berücksichtigung des Rückstau-Effekts möglich. In den 2 letzten Ansätzen - kinematische Welle, reine Translation - ist dagegen eine Fließrichtung von vornherein festgelegt.

VERWORN untersuchte den Einfluß der einzelnen Glieder der Bewegungsgleichung auf das Ergebnis der Abflußberechnung. Er betrachtete eine Kanalstrecke ohne Seitenzuflüsse (Länge = 1000 m, Kreisprofil DN 1000, Sohlgefälle = 0,001, Rauigkeit $k=1,5$ mm, Basisabfluß 75 l/s). Zwei unterschiedliche Wellen mit gleichem Scheitelabfluß aber unterschiedlicher Anstiegszeit bis zum Maximalwert bildeten den Zufluß. Das Differentialgleichungssystem wurde mit einem impliziten Differenzenverfahren gelöst.

Unter stationären Fließverhältnissen (Basisabfluß vor Durchlaufen der Welle) sind Reibungsgefälle und Sohlgefälle gleich groß, alle anderen Terme sind dann Null.

Ersichtlich aus den Ergebnissen ist, daß das Reibungsgefälle I_R die größten Abweichungen vom stationären Anfangszustand aufweist. Das Wasserspiegelgefälle folgt an zweiter Stelle. Konvektive und lokale Beschleunigung sind gleich groß, haben aber fast während der gesamten Abflußdauer entgegengesetzte Vorzeichen, so daß sie sich weitgehend aufheben.

Bei der steilen Zulaufwelle W_1 sind die Änderungen aller Termfunktionen wesentlich ausgeprägter als bei der flachen Welle W_2 . Je steiler die Zulaufwelle ist, desto stärker wird sie beim Durchfließen einer Gerinnestrecke verformt. Dementsprechend sind die einzelnen Termfunktionen größer.

Auf die zu erwartende Ergebnisgenauigkeit bei Vereinfachung der Bewegungsgleichung kann daher gefolgert werden – vgl. DHI, 1989; EPA, 1970; VERWORN, 1980 -:

- Die Vernachlässigung von nur einem Beschleunigungs-Term müßte schlechtere Ergebnisse ergeben, als die Streichung beider
- Die Vernachlässigung beider Beschleunigungsterme - vereinfachte instationäre Berechnungsweise - dürfte keinen erheblichen Einfluß auf das Berechnungsergebnis ausüben.
- Bei Vernachlässigung des Wasserspiegelgefälles und der beiden Beschleunigungsterme - kinematische Welle - sind erhebliche Abweichungen gegenüber der vollständigen Berechnung zu erwarten.

Diese Thesen wurden durch Vergleich der Berechnungsergebnisse für unterschiedliche Grade der Vereinfachung untermauert. Zudem ist der Einfluß der Beschleunigungsterme nur bei niedrigem Sohlgefälle ausgeprägt.

8. Hydrodynamische Ansätze zur Ermittlung der Abflußkonzentration

Zur numerischen Simulation der Abflußkonzentration (= surface runoff) mit hydraulischen Modellen wird ausschließlich der Ansatz *nach der kinematischen Welle* verwendet, der auf der Annahme beruht, daß andere

Terme der SAINT VENANT'schen Bewegungsgleichung gegenüber Reibung und Schwerkraft vernachlässigt werden können. – vgl. z.B. ATV A110, 1988; Dokumentation zum Modell MOUSE, DHI, 1989; Dokumentation zum Modell SWMM, EPA, 1970 -. In den genannten Modellen wird die Formel von MANNING-STRICKLER für eine „Flächenströmung“ umgeschrieben. $Q(x, t)$ und $y(x, t)$ sind Unbekannte. Um das Modell zu schließen, wird die Kontinuitätsgleichung herangezogen.

$$(Gl. 30) \quad Q(x, t) = K_{st} \cdot B \cdot y^{\frac{5}{3}} \cdot I_s^{\frac{1}{2}}$$

$Q(x, t)$	Abfluß an der Stelle x zur Zeit t (m^3/s)
B	idealisierte Breite des Einzugsgebietes (m)
K_{st}	Rauhigkeit nach MANNING-STRICKLER ($m^{\frac{1}{3}}/s$)
$y(x, t)$	Wassertiefe (m)
I_s	mittleres Sohlgefälle des betrachteten Teileinzugsgebiets (-)

Zu den eigentlichen Parametern zählt allein der Rauhigkeitsbeiwert K_{st} . Das mittlere Gefälle I_s , die idealisierte Einzugsgebietsbreite B und die idealisierte Gebietslänge L stellen „strukturelle“ Parameter dar. Die Breite B ist oft gleich der Länge der Kanalhaltung, der das Niederschlagswasser zufließt – vgl. Abb.9 -. Die Länge L wird wie folgt berechnet:

$$(Gl. 31) \quad L = \frac{A}{B} \text{ mit } A : \text{Fläche des Einzugsgebiets in } m^2.$$

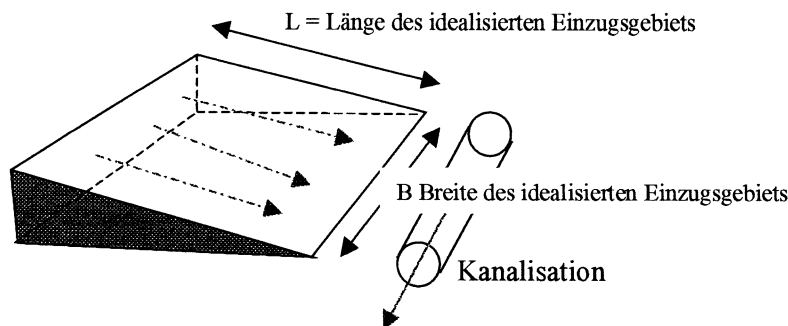


Abb. 9: Darstellung eines Teileinzugsgebiets in der hydraulischen Abflußkonzentration.

12 In vielen Modellen wird die gesamte Abflußwelle aus einem Teilgebiet als Zusammensetzung von Teilwellen aus den verschiedenen Bodenklassen (vgl. Kapitel Abflußbildung) betrachtet.

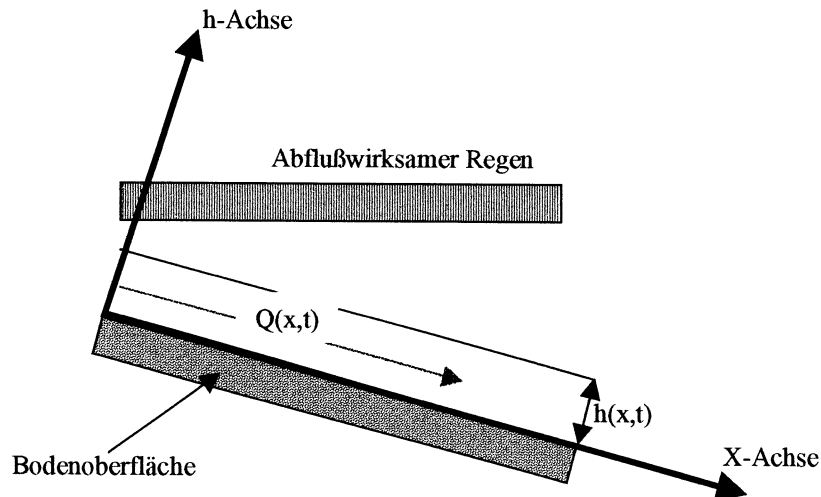


Abb. 9: Modellvorstellung der hydraulischen Abflußkonzentration.

In den meisten Fällen wird die Fließstrecke L nicht räumlich diskretisiert, sondern der Gebietsauslaß, bzw. der Zulauf in die Kanalisation, stellt den einzigen Berechnungspunkt dar – vgl. ATV A110, MOUSE, SWMM -. Es wird meist angenommen, daß die Zustandsvariablen zu jedem Zeitpunkt konstant über die Fließstrecke sind - $Q(x, t) = Q(t)$; $h(x, t) = h(t)$ [Annahme 1] -. Die ATV A110 sieht dagegen einen linearen Anstieg des Abflusses entlang der Fließstrecke vor [Annahme 2].

$$(Gl. 32) \quad Q(x, t) = \frac{x}{L} \cdot Q_{ab}(t) \quad [\text{Annahme 2}]$$

$Q_{ab}(t)$	Abfluß aus dem Gebiet zur Zeit t
L	Länge der Fließstrecke im Gebiet
x	räumliche Koordinate entlang der Fließstrecke , $x = 0$ oberhalb des Gebiets, $x = L$ am Gebietsauslaß

Daraus ergibt sich

$$(Gl. 33) \quad Q_{ab}(t) = K_{st} \cdot B \cdot \left[\frac{8}{5} \cdot y_m(t) \right]^{\frac{5}{3}} \cdot I_{s2}^{\frac{1}{2}}$$

mit y_m mittlere Wassertiefe auf dem Teilgebiet (m).

Aus dem Vergleich zwischen Gl. 17 und Gl. 33 kann man entnehmen, daß es in Wirklichkeit keinen qualitativen Unterschied zwischen Annahmen [1] und [2] gibt. Gl. 17 und Gl. 33 besagen sogar das Gleiche, wenn angenommen wird, daß zwischen dem Wert $y(t)$ [Annahme 1] und dem Wert $y_m(t)$ [Annahme 2] ein

Verhältnissfaktor von $\left(\frac{8}{5}\right)^{\frac{5}{3}} = 2,19$ besteht. In Anbetracht der Unsicherheit, mit der die Werte der Parameter K_{st} und B behaftet sind, ist es demzufolge gerechtfertigt den einfachen Ansatz [1] zu wählen.

9. Hydrodynamische Ansätze zur Ermittlung des Transports im Kanal

In den meisten Simulationsprogrammen, die heutzutage zur Verfügung stehen, wird das vollständige SAINT VENANT'sche Gleichungssystem implementiert. In früheren Versionen, als die Rechenkapazität größeren Einschränkungen unterworfen war, wurde der vereinfachte, instationäre, ungleichförmige Ansatz – vgl. SWMM, EPA, 1970 - implementiert. Letzterer vereinfachter Ansatz ist dem vollständigen - vgl. Kapitel oben - fast gleichwertig. In jüngeren Programmen z.B. MOUSE kann sogar der Anwender selbst entscheiden, ob das vollständige SAINT-VENANT'sche Gleichungssystem gelöst werden soll oder nur dessen Vereinfachungen. Zur Wahl stehen der vereinfachte, instationäre, ungleichförmige Ansatz (=diffusive wave) oder die kinematische Welle (=cinematic wave).

Die wesentlichen Modellunsicherheiten entstehen jedoch dadurch, daß der vollständige hydrodynamische Ansatz trotz seiner Komplexität auf restriktiven Annahmen beruht, die oft nur eingeschränkt gelten. Dies ist insbesondere der Fall:

- wenn morphologische Diskontinuitäten (Mündung Haltung - Schacht; Querschnittsänderung; Richtungsänderung; Sohlspünge; ...) vorhanden sind
- wenn Einstau in geschlossenen Rohren auftritt
- bei Sonderbauwerken (z.B. Wehr, Schütz, Schieber)

Bei morphologische Diskontinuitäten treten zusätzliche Verluste ein, die nicht explizit durch die Formeln von MANNING-STRICKLER oder DARCY-WEISBACH - vgl. Kapitel oben - ermittelt werden können. Man weiß relativ wenig über diese Verluste und ihre Werte. In vielen Fällen wird pauschal die äquivalente Rauigkeit - K_{st} nach MANNING-STRICKLER oder k nach PRANDL-COLEBROOK – entsprechend modifiziert. In den wenigsten Fällen wird versucht, auf explizite Weise diese Verluste zu berücksichtigen.

Tritt Druckabfluß ein, dann ist die SAINT VENANT 'sche Bewegungsgleichung theoretisch nicht mehr gültig. Um die Schwierigkeit zu beheben, entwickelte PREISSMANN die Vorstellung des nach ihm benannten Schlitzes. Nach dieser Vorstellung wird jeder geschlossene Querschnitt mit einem engen Schlitz auf dem Scheitel versehen und somit als idealer offener Querschnitt betrachtet - vgl. Abb. 10 -.

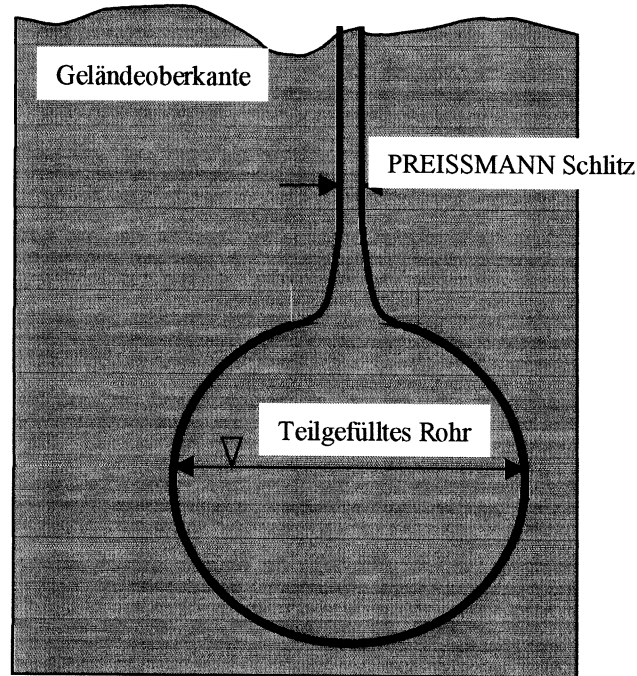


Abb. 10: Darstellung des PREISSMANN- Schlitzes

Durch diesen Trick wird die SAINT VENANT 'sche Bewegungsgleichung immer einsetzbar. Der Schlitz muß übrigens eng genommen werden, damit einerseits der Volumenfehler klein bleibt und andererseits die Verbreitungsgeschwindigkeit von kleineren Störungen – vgl. Erläuterung zur COURANT- Bedingung - an der Oberfläche während Druckabflusses realistisch bleibt.

- Im Simulationsprogramm CAREDAS – vgl. CUNGE, MAZAUDOU, 1984 - wird eine Breite von 5 mm angenommen. Im Übergangsbereich zwischen Freispiegelabfluß und Druckabfluß müssen darüber hinaus zusätzliche Iterationen durchgeführt werden, damit numerisch bedingte Schwankungen (rasche Änderung der Wasserspiegelbreite) gedämpft werden.
- Im Simulationsprogramm MOUSE – vgl. DHI, 1989 - wird ein sanfter Übergangsbereich der Wasserspiegelbreite geschaffen. Die endgültige Breite des Schlitzes, bei einer Wassertiefe y gleich $1,5 \cdot \text{Rohrhöhe}$, beträgt ein Hundertstel ($=1/100$) der maximalen Rohrbreite.
- In den Programmen SWMM (EPA, 1970) und EXTRAN- IWH (FUCHS, VERWORN, 1990) werden Bewegungs- und Kontinuitätsgleichung nicht an gleicher Stelle gelöst: Die Bewegungsgleichung wird jeweils in der Haltung gelöst. Jede Haltung ist also dem infinitesimalen Kanalabschnitt gleichgestellt. Die Kontinuitätsgleichung dagegen wird in den Schächten gelöst. Dabei entspricht die pro Rohrleitung verfügbare Wasserspiegelbreite bei Einstau – statt Null – ein Hundertstel ($1/100$) der maximalen Breite.

Bei der Simulation von Sonderbauwerken wird die SAINT.VENANT'sche Bewegungsgleichung durch andere Gleichungen, die den speziellen Fließbedingungen Rechnung tragen, ersetzt. Die meisten Formeln können theoretisch aus der BERNOUILLI- Energiegleichung abgeleitet werden. Zudem werden sie zusätzlich mit Koeffizienten versehen, die der Anpassung der berechneten Werte an gemessenen Werten dienen. Solche Berechnungen sind mit großer Unsicherheit behaftet, da einerseits die (vereinfachten) Gleichungen mögli-

cherweise außerhalb ihres Anwendungsbereiches verwendet werden, andererseits die Berechnungskoeffizienten nicht genau geschätzt werden können , sondern aus der Literatur werden Standardwerte entnommen.

1. BLACK BOX- Modelle

Die allgemeingültige Formulierung eines linearen Modells lautet :

$$(Gl. 1) \quad Z(t) = \int_0^t h(t-\tau) \cdot U(\tau) \cdot d\tau = \int_0^t h(\tau) \cdot U(t-\tau) \cdot d\tau$$

$h(t)$	Übertragungsfunktion, die das Verhalten des Systems charakterisiert
$U(t)$ ⁸	Eingabevariable - z.B. Niederschlag, Zuflußwelle -, $U(t) = 0 \quad \forall t; t < 0$
$Z(t)$	Ausgabevariable - z.B. Abflußwelle -

Unterschiede zwischen einzelnen Verfahren liegen sowohl in der Vorgehensweise zur Ermittlung der Systemfunktion $h(t)$ (= Systemidentifikation) als auch in der Berechnung der Ausgangsdaten.

1.1. Berechnung der Abflußganglinie $Z(t)$

Nach der Distributionstheorie (= Faltungstheorie) stellt die Systemfunktion $h(t)$ des zu betrachtenden hydrologischen Systems genau die Systemantwort dar, wenn die Belastung eine DIRAC-Deltafunktion $\delta(t)$ ⁹ ist. Mathematisch wird dies wie folgt formuliert $[U(t) = \delta(t)] \Rightarrow [Z(t) = h(t)]$.

1932 leitet SHERMAN aus dieser Eigenschaft eine Vorgehensweise zur Simulation der Abflußkonzentration von ländlichen Einzugsgebieten bzw. des Abflußtransports in Flußsystemen ab, nach welcher die Zuflußganglinie in das betrachtete System als zeitliche Abfolge von Momentan-Impulsen $M_{i,j} = a_j \cdot \delta_j$; $a_j \in \mathbb{R}$, aufgefaßt und die Abflußganglinie durch Faltung (= Verschiebung + Superposition) errechnet wird.

Die Transformationsfunktion wird Einheitganglinie (= EGL = Unit Hydrograph = UH) genannt. Da der Berechnungszeitschritt Δt nicht infinitesimal klein ist, stellt die EGL nur eine Approximation der theoretischen Systemfunktion $h(t)$ dar. Sie wird daher mit $h(t, \Delta t)$ bezeichnet.

⁸ U und Z sind mehrdimensionale Zeit-Raum-Felder

⁹ Trotz der Bezeichnung ist die DIRAC-Funktion keine Funktion im mathematischen Sinne. Sie erfüllt die 3 folgenden Bedingungen:

$$(1) \delta(t) = 0 \text{ für } t > 0, (2) \delta(t) \text{ ist unendlich für } t = 0, (3) \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t) dt = 1$$

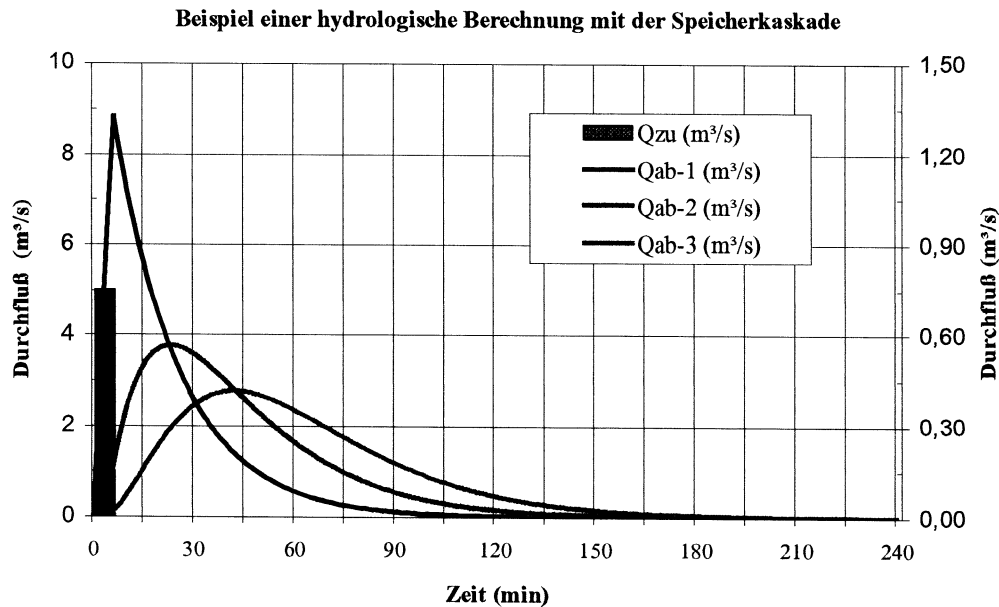


Abb. 1: Berechnung von Abflußganglinien nach der Methode von SHERMANN

Abb. 1 veranschaulicht die Reaktion von 3 hydrologischen Systemen auf eine konstante Zuflußbelastung von $5 \text{ m}^3/\text{s}$ über 5 Minuten – der DIRAC- Impuls -.

- Qab-1 Ein linearer Speicher mit Speicherkonstante $k = 10 \text{ min}$
- Qab-2 Eine Kaskade von 2 Speichern mit Speicherkonstante $k = 10 \text{ min}$
- Qab-3 Eine Kaskade von 3 Speichern mit Speicherkonstante $k = 10 \text{ min}$

SHERMANN hat, bedingt durch die lange Reaktionszeit der von ihm untersuchten, hauptsächlich ländlichen Einzugsgebiete von Flüssen, Berechnungsintervalle Δt von einer Stunde und mehr gewählt. In der Stadthydrologie reagieren Entwässerungssysteme wesentlich schneller, binnen Stunden statt Tagen, so daß Intervalle von fünf oder sogar einer Minute erforderlich sind.

1.2. Bestimmung der EGL

Die EGL wird für jeden Zeitschritt $i \cdot \Delta t$, $i=1, n$ durch eine Folge von Koeffizienten h_i charakterisiert. Zur Bestimmung dieser Koeffizienten werden Ereignisse herangezogen, für die Eingangs- und Ausgangsmeßdaten vorliegen - $U_{\text{mes}}(t)$ und $Z_{\text{mes}}(t)$ -. Durch mathematische Faltung im diskreten Bereich erhält man ein überbestimmtes lineares Gleichungssystem.

$$(Gl. 2) \quad Z_{\text{ber}}(i) = Z_{\text{mes}}(i) \text{ für } i=1, m$$

$$(Gl. 3) \quad Z_{\text{ber}}(i) = \sum_{j=1}^{\min(n,i)} h_j \cdot U_{\text{mes}}(i-j) \cdot \Delta t$$

m Anzahl der Meßintervalle

Beschreibung der Modellbausteine	Hydrologische Strömungsmodelle
----------------------------------	--------------------------------

$Z_{\text{ber}}(i)$	berechneter Wert der Ausgangsvariablen im Intervall i
$Z_{\text{mes}}(i)$	gemessener Wert der Ausgangsvariablen im Intervall i

Das Gleichungssystem kann durch Optimierung gelöst werden : Die Summe der quadrierten Abweichungen zwischen berechneten und gemessenen Werten wird üblicherweise minimiert. Solche Vorgehensweise ist anfällig gegen numerische Instabilitäten. Die Genauigkeit der Computerberechnung, die erwähnte Optimierungsmethode sowie der Lösungsalgorithmus zur Ermittlung der h_1 Werte müssen sorgfältig aufeinander abgestimmt werden.

Daher wird in vielen Fällen ein idealer Verlauf der Einheitsganglinie vorausgesetzt, charakterisiert durch einige Modellparameter, deren Ermittlung durch Optimierungsalgorithmen mit weit weniger Aufwand zu erreichen ist. Zudem ist der Algorithmus stabiler. Ein zusätzlicher Vorzug letzterer Vorgehensweise besteht darin, Regressionsformeln zur Bestimmung der Modellparameter aus Gebietskenndaten erstellen zu können, was in der Praxis von großer Bedeutung ist.

2. Grundlagen der Konzeptmodelle

2.1. Der lineare Einzelspeicher

Der bekannteste Ansatz ist der lineare Speicher - vgl. Abb. 2 -. In den meisten Lehrbüchern wird das Modell als "Zustandsmodell" bezeichnet. Zustandsvariable ist der Speicherinhalt – hier gekennzeichnet durch S -. Die grundlegenden Gleichungen lauten:

$$(Gl. 4) U(t) = Z(t) + \frac{dS}{dt}$$

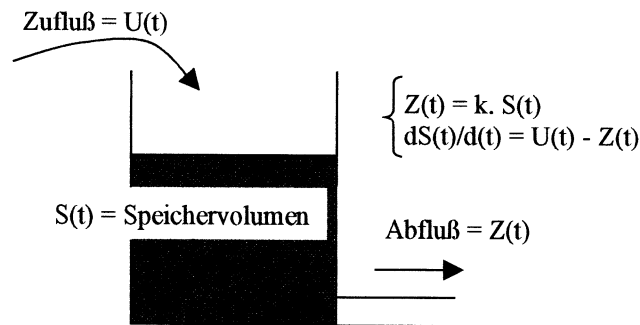
$$(Gl. 5) S(t) = k \cdot Z(t)$$

k	Speicherkonstante bzw. Retentionskonstante (s)
S(t)	momentaner Speicherinhalt (m³)
U(t)	Eingangsvariable (m³/s),(Zufluß in das System)
Z(t)	Ausgangsvariable (m³/s),(Abfluß aus dem System)

Gl. 4 ist allgemein gültig; sie beinhaltet die Kontinuitätsbedingung. Die Gültigkeit von Gl. 5 setzt eine lineare Beziehung zwischen Speichervolumen und Speicherabfluß voraus – daher die Bezeichnung linearer Speicher -. Die Speicherkonstante k ist damit einziger Modellparameter. Die analytische Lösung dieses Gleichungssystems lautet:

$$(Gl. 6) Z(t) = Z(t_0) \cdot e^{-\frac{t-t_0}{k}} + \int_{t_0}^t U(\tau) \cdot \frac{1}{k} \cdot e^{-\frac{t-\tau}{k}} d\tau$$

t_0 Zeitpunkt zu Beginn der Simulation, $t > t_0$



Analogon des linearen Speichers

Abb. 2: Hydraulisches Analogon des linearen Speichers.

Der erste Summand der Gleichung 6 beschreibt offensichtlich den Ablauf $Z(t)$ aus dem Speicher, wenn der Eingang null wird i.e. $U(t) = 0, \forall t > t_0$. Er beschreibt den Entleerungsvorgang des Speichers.

Für $t_0 \rightarrow -\infty$ erhält man (Gl. 7)
$$Z(t) = \int_{-\infty}^t U(\tau) \cdot \frac{1}{k} \cdot e^{-\frac{t-\tau}{k}} d\tau$$

Aus dieser Formulierung kann man verifizieren, daß der lineare Speicher ein lineares, zeitinvariantes Modell ist, bei dem die Systemfunktion $h_1(t)$ sich wie folgt ausdrücken läßt:

$$(Gl. 8) \quad h_1(t) = \frac{1}{k} \cdot e^{-\frac{t}{k}}$$

2.2. Die lineare Speicherkaskade

Verschiedene Autoren, u.a. DISKIN, NASH, SATO-MITAWA, haben Anfang der sechziger Jahre Konzeptmodelle entwickelt, in denen der Transformator als Anzahl von parallelen Speicherketten mathematisch beschrieben wird - vgl. Abb. 3 -.

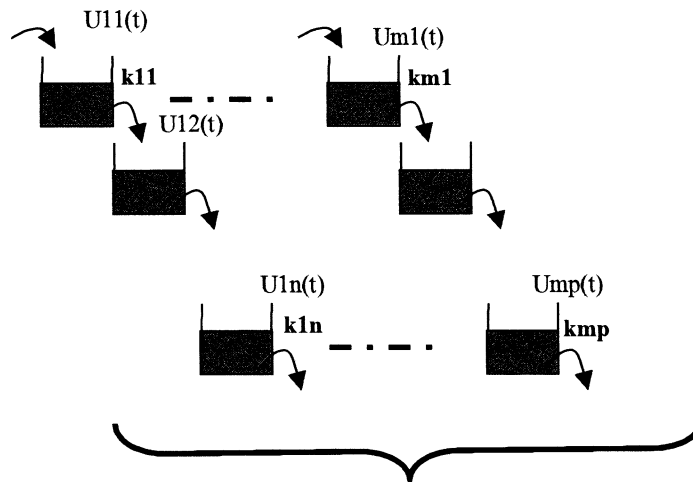


Abb. 3: Beispiele eine Modellierung mit Speicherkaskaden

Im allgemeinen wird der Speicher j der Kette i durch die Speicherkonstante $k_{i,j}$ charakterisiert. Analytische Lösungen der entsprechenden Gleichungen werden in der Literatur vorgestellt – vgl. BECKER, GLOS -, DISKIN, NASH, SATO-MITTAWA und andere haben gezeigt, daß ihre Modelle in den von ihnen untersuchten Fällen gute Ergebnisse liefern. Die größere Anzahl der Modellparameter erlaubt im Einzelfall eine bessere Anpassung an die vorhandenen Gebietsdaten. Gleichzeitig steigt aber der Aufwand zur Ermittlung der Modellparameter $k_{i,j}$ erheblich. Abgesehen von den zusätzlichen numerischen Schwierigkeiten gehen Lesbarkeit und Übertragbarkeit des Modells verloren.

Aus diesen Gründen hat lediglich das Modell von NASH in der Hydrologie breite Anwendung gefunden. Das zu untersuchende System wird als eine Kaskade von linearen Speichern betrachtet, deren Speicherkonstanten identisch sind - $k_i = k$ -. Die entsprechende System-Funktion $h_n(t)$ wird nach Gleichung 9 näherungsweise formuliert;

$$(Gl. 9) \quad h_n(t) = \frac{1}{k \cdot \Gamma(n)} \cdot \frac{t^{n-1}}{k^{n-1}} \cdot e^{-\frac{t}{k}}$$

k	Speicherkonstante der einzelnen Speicher (s)
n	Anzahl der Einzelspeicher (-)
$\Gamma(n)$	Gammafunktion; $\Gamma(n) = (n-1)!$, wenn $n \in \mathbb{N}$

Dieses Modell besitzt 2 Parameter n und k . Damit ist es gegenüber dem linearen Speicher flexibler, ohne dadurch wesentlich unübersichtlicher zu werden.

2.3. Entwicklung von nicht linearen Modellen

Die oben beschriebene Speicheranalogie kann erweitert werden, um nicht lineare Modelle zu definieren. Dafür wird in Gleichung 5 die Speicherbeziehung umformuliert. Es wurden u.a. folgende Speicherbeziehungen untersucht – vgl. EBERL, 1998 -:

- Der Exponentialspeicher $S(Z) = \alpha_1 Z^{\alpha_2}$
- Der quadratischer Speicher Z-S $Z = \sum_{i=0}^{i=\infty} \alpha_i S^i$
- Der quadratischer Speicher S-Z $S = \sum_{i=0}^{i=\infty} \alpha_i Z^i$
- Der RICCATI Speicher $\frac{1}{p(Z)} = \sum_{i=1}^{\infty} Z^{i-1}$ mit $p(Z) = \frac{dS}{dZ}$

Anmerkung:

In obigen Formeln ist die Speichervariable S als Funktion vom Speicherabfluß Z zu verstehen und nicht als Funktion der Zeit.

Die Modellparameter solcher nicht linearen Speicher entbehren einer einfachen physikalischen Deutung. Deshalb muß zwangsläufig auf mathematische Optimierungsmethoden zurückgegriffen werden, um ihre Werte zu ermitteln.

3. Hydrologische Modellierung der Abflußkonzentration

Bei der Abflußkonzentration bildet U(t) den abflußwirksamen Niederschlag und Z(t) den Abfluß am Gebietsauslaß (= Zulauf in die Kanalisation).

3.1. BLACK BOX Modelle

VERWORN und HARMS - 1980 - haben eine idealisierte Einheitsganglinie zur Simulation der Abflußkonzentration berechnet (vgl. Abb. 4).

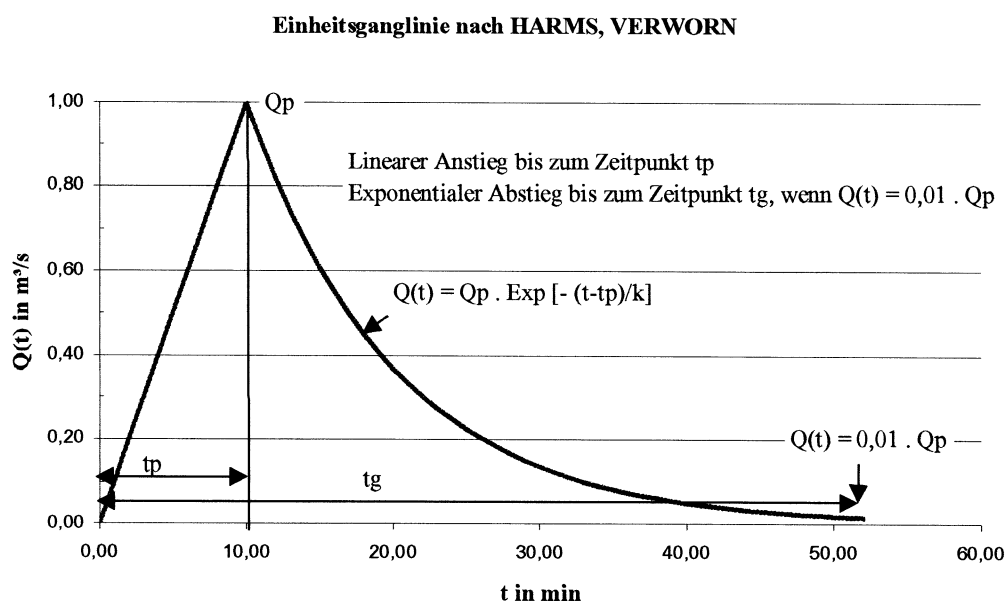


Abb. 4: Idealisierte Einheitsganglinie nach Verworn und Harms, 1980

Die Systemfunktion besteht aus 2 Teilen: einem linear ansteigenden Ast bis zum Spitzenabfluß Q_p (m^3/s) zur Zeit t_p (s) und einem e-funktional absteigenden Ast, der endet, wenn die berechnete Abflußordinate ein Hundertstel der Spitzenabflußordinate (Q_p) unterschreitet.

$$(Gl. 10) \quad Q(t) = Q_p \cdot e^{-\frac{t-t_p}{k}} \quad t > t_p$$

Zur Simulation müssen Q_p , t_p , und k^{10} bekannt sein. VERWORN und HARMS stellten ein Verfahren zur Ableitung dieser Werte aus 2 primären Kenndaten des Systems - A_E und t_L - vor. Basis der Ermittlung ist eine dimensionslose Kurve - die Standard-Einheitsganglinie - . Diese wird durch 3 dimensionslose Parameter Q_p' , t_p' und k' beschrieben, deren Werte aus einer statistischen Untersuchung von Einheitsganglinien aus 20 ausgewählten Einzugsgebieten resultieren.

Die Abhängigkeiten zwischen den Parametern der idealisierten Einheitsganglinie und denen der Standard-Einheitsganglinie werden durch Gl. 11 bis Gl. 13 beschrieben.

$$(Gl. 11) \quad Q_p' = \frac{Q_p \cdot t_L}{10^{-4} \cdot A_E}$$

$$(Gl. 12) \quad t_p' = \frac{t_p}{t_L}$$

$$(Gl. 13) \quad k' = \frac{k}{t_L}$$

t_L	gemessene/geschätzte Schwerpunktlaufzeit des Systems; Differenz zwischen den zeitlichen Schwerpunkten der Eingangsvariablen $U(t)$ (abflußwirksamer Niederschlag) und der Ausgangsvariablen $Z(t)$ (Abfluß aus dem Gebiet) in Sekunden
A_E	angeschlossene ¹¹ Fläche des Einzugsgebiets in ha (Faktor 10^{-4})

Die ermittelten Mittelwerte betragen $Q_p' = 0,96$, $t_p' = 0,49$, $k' = 0,82$. In praktischen Anwendungen werden nur die zwei ersten Gleichungen (Q_p' , t_p') herangezogen. Die Bestimmung der Speicherkonstanten k erfolgt über die Kontinuitätsgleichung (Gl. 14).

¹⁰ k hat die Dimension einer Zeit (s bzw. min).

¹¹ Fläche, deren Abfluß in das Kanalnetz gelangt.

Beschreibung der Modellbausteine	Hydrologische Strömungsmodelle
----------------------------------	--------------------------------

$$(Gl. 14) Q_p \left(\frac{t}{2} + 0,99k \right) = 10 \cdot A_E$$

Anmerkungen:

- Der Faktor 10 ist ein Dimensionsfaktor, da die Fläche A_E in ha angegeben ist.
- Es wird vorausgesetzt, daß die Einheitsganglinie aufgrund eines abflußwirksamen Niederschlags von 1 mm entstanden ist.

Mit Hilfe der Standard-Einheitsganglinie wird die Zahl der zu bestimmenden Parameter auf 2 - A_E und t_L - reduziert. In den meisten Fällen ist die angeschlossene Fläche A_E mit ausreichender Genauigkeit bekannt. Durch Vergleich der gesamten Zufluß- und Abflußvolumina innerhalb eines Ereignisses ist eine Korrektur des A_E -Wertes möglich. Der Parameter t_L bestimmt die Wellenbewegung durch das System.

3.2. Konzept-Modelle

Sowohl der Einzellinearspeicher - $n=1$ - - vgl. BOUVIER, CHOCAT, DEBORDES, NEUMANN - als auch die Speicherkaskade - $n>1$ - - vgl. PAULSEN, ZAIß - werden in der Praxis verwendet. Wie bei den BLACK-BOX-Ansätzen wird auch hier versucht, die eigentlichen Modellparameter n und k mit Gebietscharakteristiken zu verbinden. Mit Hilfe von Gl. 9 kann die theoretische Schwerpunktlaufzeit (Moment erster Ordnung) $M_{1h}(t)$ berechnet werden.

$$(Gl. 15) M_{1h} = n \cdot k$$

Für den Fall des Einzelspeichers erhält man sofort den Wert des einzigen Parameters k :

$$(Gl. 16) k = t_L$$

Im allgemeinen Fall der Speicherkaskade ist eine zusätzliche Gleichung erforderlich, um die Anzahl der Speicher bestimmen zu können. Für den Fall vorhandener Meßdaten wird in der Literatur oft empfohlen, das Moment zweiter Ordnung M_{2h} zu berechnen. Es hat sich aber herausgestellt – vgl. PAULSEN -, daß solche Vorgehensweise anfällig gegen numerische Instabilitäten bzw. ungenau ist. PAULSEN schlägt vor, die Werte der Parameter n und k durch Optimierung - Gradientenverfahren - zu ermitteln. Dabei werden die Abweichungen zwischen Meßdaten und berechneten Ergebnissen minimiert - gewichtete Mittelung der Fehlerquadrate -. Aus seiner Untersuchung der Einzugsgebiete der StadtHILDESHEIM ist hervorgegangen, daß die beste Anpassung in der Regel für eine Speicheranzahl von $n = 2$ und $n = 3$ erreicht wird. Das Gleiche wurde von ZAIß und SIEKER bestätigt. Dementsprechend wird empfohlen, die Speicherzahl innerhalb der Kaskade mit 3 anzusetzen, sofern keine weiteren Informationen vorliegen. Zur Bestimmung von k wird dann Gl. 15 herangezogen. Gegenüber einem optimierten Wert - durch Anpassung zwischen Meß- und Simulationsdaten - liefert Gl. 15 bereits einen guten Annäherungswert für den Parameter k .

3.3. Beziehung zwischen idealisierter EGL und Speicherkaskade :

Das Verhalten der idealisierten Einheitsganglinie nach VERWORN und HARMS gleicht im absteigenden Ast dem Leerlauf eines Einzelspeichers. Die mathematische Formulierung des Verlaufs ist gleich. Beim Einzelspeicher gibt es jedoch keinen ansteigenden Ast der Systemfunktion $h_1(t)$. Wird jedoch angenommen, daß die Eingangsgröße keinen Momentanimpuls bildet, sondern einen konstanten Wert über $\Delta t = t_p$ aufweist, dann verläuft die Ausgangsvariable $h_1(\Delta t, t)$ ähnlich wie bei der idealisierten Standard-Einheitsganglinie. Lediglich der theoretisch exponentielle Verlauf im ansteigenden Ast wird durch eine Gerade approximiert – vgl. Abb. 5 -.

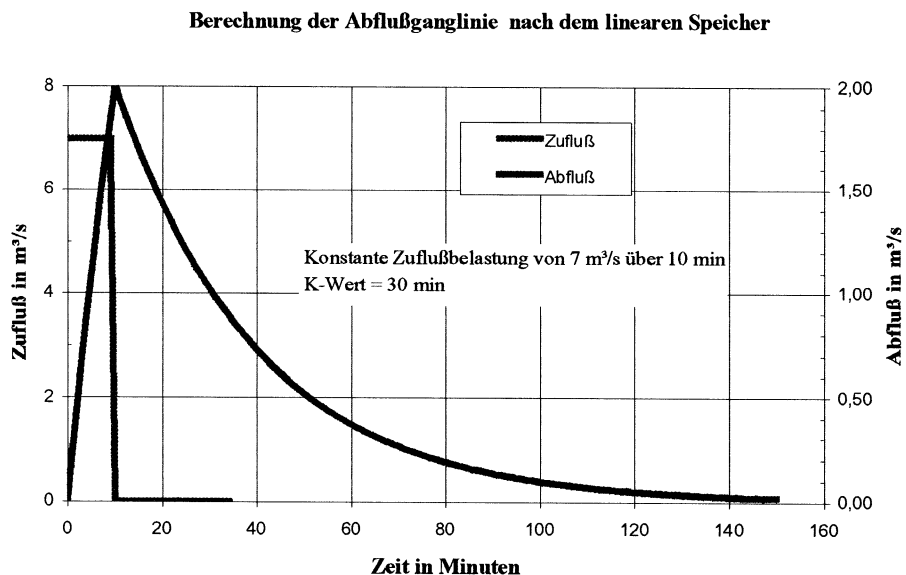


Abb. 5 : Abflußganglinie nach dem linearen Einzelspeicher bei konstanter Belastung

Andererseits ist ein direkter Vergleich zwischen Charakteristiken der Einheitsganglinie und den Parametern der Speicherkaskade (n , k) herstellbar, insbesondere bei Betrachtung der Charakteristiken t_L und t_p (Zeitpunkt des Auftretens der maximalen Ordinate). Man kann beweisen, daß sich der Zeitpunkt t_p in einer Speicherkaskade nach Gleichung 17 aus n und k errechnet.

$$(Gl. 17) \quad t_p = (n-1) \cdot k$$

Aus Gleichungen 13 und 15 - Vergleich der t_L - folgt, daß sich die Standard-Einheitsganglinie hinsichtlich t_L wie eine Speicherkaskade mit $n = 1,96$ verhält. Aus Gleichungen 12 und 17 - Vergleich der t_p - folgt, daß sich die Standard-Einheitsganglinie hinsichtlich t_p wie eine Speicherkaskade mit $n = 1,21$ verhält.

Aus diesen Erkenntnissen ist zu schließen, daß Einheitsganglinie und Speicherkaskade ähnliche Ergebnisse liefern, sofern die Anzahl der Speicher klein bleibt - empirische Untersuchung von PAULSEN -.

3.4. Ermittlung der Schwerpunktlaufzeit

Die Schwerpunktlaufzeit t_L ist der entscheidende Modellparameter (Parameter H) der linearen Abflußkonzentration. Falls Meßdaten vorhanden sind, sind Werte für t_L für verschiedene Ereignisse¹² direkt berechenbar. In der Regel sind jedoch keine Meßdaten vorhanden, so daß auf statistisch ermittelte Formeln zurückgegriffen werden muß. SIEKER, FUCHS und VERWORN schlagen folgende Regressionsformel vor:

$$\text{Für undurchlässige Flächen (Gl.18)} \quad t_L = a_u + 0,87 \cdot \ln(A_E) - 3 \cdot \frac{L}{l_f}$$

$$\text{Für durchlässige Flächen (Gl. 19)} \quad t_L = a_d + 0,40 \cdot \frac{1,0,593}{i_{\text{eff}}^{0,388} \cdot I_s^{0,38} \cdot k_{\text{st}}^{0,605}}$$

a_d und a_u	:	Konstanten in min
A_E	:	Fläche in ha
i_{eff}	:	maximale abflußwirksame Niederschlagsintensität über 10 Minuten innerhalb des Ereignisses in mm/min
I_s	:	durchschnittliches Quersohlgefälle im Einzugsgebiet (-)
k_{st}	:	Rauhigkeitsbeiwert nach Manning-Strickler in $\text{m}^{1/3}/\text{s}$
L	:	idealisierte Länge des Einzugsgebiets in m
l_f	:	durchschnittliche Länge des Fließweges auf der Oberfläche in m
t_L	:	Schwerpunktlaufzeit in min

Zur Ermittlung der t_L -Werte mit anderen Formeln sei auf die entsprechende Literatur verwiesen – z.B. DESBORDES, NEUMANN -.

4. Modellierung des Transports

4.1. Globale Betrachtung der Abflußkonzentration und des -transportes (=lumped model)

Die einfachste Möglichkeit, den Transportprozeß in der Kanalisation hydrologisch zu simulieren, besteht darin, Abflußkonzentration und -transport als einen undifferenzierten Vorgang zu betrachten. In diesem Fall wird auf eine detaillierte Betrachtung der Vorgänge innerhalb der Kanalisation verzichtet. Es wird lediglich eine Abflußganglinie am Gebietsauslaß ermittelt, wobei die Schwerpunktlaufzeit den Einfluß des Transportes auf die Wellenbewegung dementsprechend berücksichtigen muß.

4.2. Detaillierte Betrachtung

Bei einer detaillierten Simulation des Kanalverhaltens wird jede Haltung als Teilsystem betrachtet - Parallel zur hydrodynamischen Simulation -. Im Folgenden werden 2 Ansätze erläutert: das **KALININ-MILJUKOV-Verfahren** und das **MUSKINGUM-Verfahren**. Beide wurden erstmals zur Simulation von

¹² Streng genommen hängt der t_L -Wert vom Ereignis ab. Die Konzentrationsvorgänge sind nicht linear.

Beschreibung der Modellbausteine	Hydrologische Strömungsmodelle
----------------------------------	--------------------------------

Fließgewässern entwickelt. In diesen Ansätzen wird jedes Teilsystem - Gewässerabschnitt bzw. Kanalabschnitt - als Speicher angesehen. Die Unterschiede liegen lediglich in der Formulierung des Entleerungsgesetzes des Speichers.

Das Verfahren von KALININ-MILJUKOV

Das Verfahren von KALININ-MILJUKOV zur Simulation von Hochwasserwellen in Fließgewässern ist von ROSEMANNN und VEDRAL ausführlich behandelt worden. Die Übertragung des Verfahrens auf die Simulation der Wellenbewegung in Kanalnetzen geht auf EULER zurück. Die Wellentransformation in jeder Haltung des Kanalnetzes wird folgenderweise ermittelt:

$$(Gl. 20) \quad dS = k \cdot dQ$$

k	Retentionsparameter (s)
Q	Abfluß aus dem System (m³/s)
S	Systemspeicher (m³)

Entscheidend ist dabei das Verfahren zur Bestimmung der k-Werte. Das von KALININ-MILJUKOV entwickelte Verfahren beruht auf der Annahme, daß die in der Regel hydraulisch-instationären Verhältnisse durch stationäre Verhältnisse ersetzt werden können, wenn die Länge des simulierten Rohrabschnitts die *charakteristische Länge L* besitzt - vgl. Abb. 19 -.

Man kann beweisen – vgl. ROSEMANNN, VEDRAL -, daß diese charakteristische Länge L Gleichung 21 erfüllt.

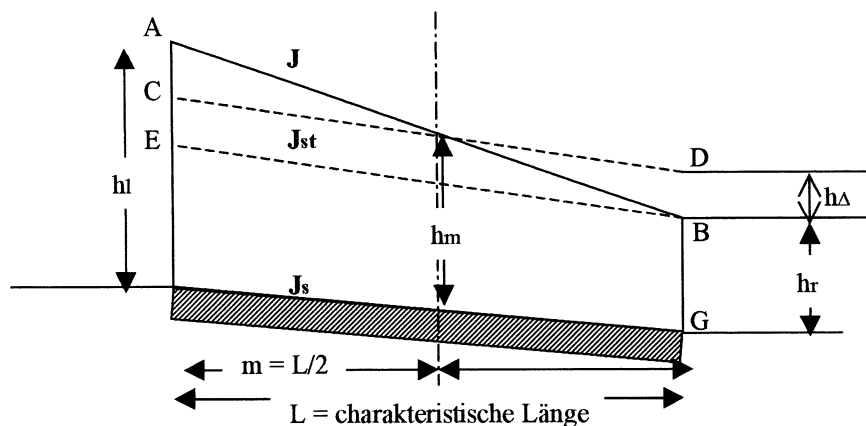
$$(Gl. 21) \quad L = \frac{Q(h)}{I_w} \cdot \frac{dh}{dQ(h)}$$

h	mittlere stationäre Wassertiefe (m NN)
I_w	Wasserspiegelgefälle längs L (-)
L	Länge des Kanalabschnitts (m)
Q(h)	stationäre Abflußkurve des Gerinnes in L (m³/s)

Die Länge des charakteristischen Abschnitts ist nach Gl. 21 von Q und h abhängig. ROSEMANNN-VEDRAL sowie EULER schlagen jedoch vor, einen (mittleren) konstanten Wert für L zu bestimmen. Beispielsweise wird für ein Kreisrohr folgende Beziehung vorgeschlagen – vgl. Euler, 1983 -:

$$(Gl. 22) \quad L = 0,4 \cdot \frac{D}{I_s}$$

I_s	: Sohlgefälle des Rohres (-)
D	: Durchmesser des Rohres (m)



J	Energiegefälle im instationären Fall
Jst	Äquivalentes Energiegefälle (stationäre Betrachtung)
Js	Sohlgefälle
hl, hr	Wasserstand oben, unten
hm = hr + hΔ	Äquivalenter Wasserstand (stationäre Betrachtung)

Abb. 19: Charakteristischer Abschnitt der Länge L, nach ROSEMAN-VEDRAL

Der Retentionsfaktor des Abschnitts hängt vom Füllgrad des Rohres ab - $k = k(S)$ -. Diese Abhängigkeit wird durch Gleichung 23 beschrieben.

$$(Gl. 23) \quad k(Q_{ab}) = k(Q(h)) = L \cdot B(h) \cdot \frac{dh}{dQ(h)}^{13}$$

$B(h)$: mittlere Breite des Rohres längs L (m)

Q_{ab} : Abfluß aus dem Abschnitt (m³/s)

Die von h abhängige Größe $\frac{dh}{dQ(h)}$ kann im stationär-hydraulischen Bereich für ein bestimmtes Profil aus entsprechenden – tabellierten - Abflußkurven - $Q = Q(y)$ - entnommen oder mit Hilfe hydraulischer Formeln - z.B. MANNING-STRICKLER - berechnet werden.

EULER schlägt vor, in diesem Fall auch einen – mittleren - konstanten Wert für k zu bestimmen. Für einen Kreisrohrquerschnitt empfiehlt er folgende Beziehung:

$$(Gl. 24) \quad k = 0,64 \cdot L \cdot \frac{D^2}{Q_v}$$

Q_v Scheitelvolle Abflußleistung des Rohres (m³/s)

¹³ Es wird davon ausgegangen, daß sich die Breite des Wasserspiegels nur langsam mit dem Wasserstand verändert.

Unter den 2 Annahmen von EULER ($L=\text{konst}$, $k=\text{konst}$) gleicht jedes Teilsystem (Haltung) einem linearen Einzelspeicher, dessen Gleichungssystem und analytische Lösung erläutert wurde. SEMKE und GROTEHUSMANN (Modell KMROUT) schlagen dagegen vor, den Faktor k (wahlweise) als Funktion des Wasserstandes nach Gl. 23 zu betrachten. Die von ihnen vorgestellte Lösung des Gleichungssystems ist aber streng genommen nicht mehr gültig, weil k abhängig von S ist.

Das Verfahren von MUSKINGUM

Das Verfahren von MUSKINGUM betrachtet jedes Teilsystem als Einzelspeicher, dessen Speicher $S(t)$ nicht nur vom Abfluß $Q_{\text{ab}}(t)$ - vgl. KALININ-MILJUKOV - linear abhängig ist, sondern auch vom Zufluß $Q_{\text{ein}}(t)$.

Mathematisch läßt sich diese "Bewegungsgleichung" wie folgt formulieren¹⁴:

$$(Gl. 25) \quad S(t) = k (a \cdot Q_{\text{ein}}(t) + (1-a) Q_{\text{ab}}(t))$$

a	Konstante $\in [0,1]$ (-)
k	Retentionskonstante (s)

- Der Parameter k wird - wie beim linearen Einzelspeicher - als Schwerpunktlaufzeit zwischen Eingangs- und Ausgangsganglinie gedeutet – vgl. THIBAUT, 1981 -.
- Der Parameter a bedingt eine Gewichtung des Zu- und Abflusses. Für $a=0$ entspricht das MUSKINGUM-Verfahren in seiner Formulierung exakt dem linearen Einzelspeicher. Daher kann das MUSKINGUM-Verfahren rein formal als Verallgemeinerung des linearen Einzelspeichers angesehen werden, wobei der Einfluß des Zuflusses zusätzlich berücksichtigt wird (werden kann).

Die praktische Ermittlung des Modellparameters a ist äußerst schwierig. In der Veröffentlichung von ROSEMAN-VEDRAL heißt es bezüglich der Bestimmung des Parameters a : "Der Parameter a bewegt sich in natürlichen Flüssen zwischen 0 und 0,5. Er wird zu Null, wenn die Retention allein vom Abfluß abhängt - Ausfluß aus einem See - und erreicht den Wert 0,5 bei einer gleichförmig fortschreitenden Welle. Für Stauhaltungen mit konstant gehaltenem Stauspiegel läßt sich jedoch der gleiche Parameter im Bereich $0,5 < a < 1,0$ nachweisen". Aus rein mathematischer Sicht – vgl. THIBAUT, 1981 - läßt sich a wie folgt deuten:

$$(Gl. 26) \quad a = \frac{T_Z - T_S}{T_Z - T_U}$$

S	Speicher (m ³)
T_S	zeitlicher Schwerpunkt der Speicherganglinie (s)
T_U	zeitlicher Schwerpunkt der Zuflußganglinie (s)

¹⁴ Zur Lösung des entsprechenden linearen Gleichungssystems sei auf die einschlägige Literatur verwiesen (z.B. THIBAUT, 1979).

Beschreibung der Modellbausteine	Hydrologische Strömungsmodelle
----------------------------------	--------------------------------

T_Z	zeitlicher Schwerpunkt der Abflußganglinie (s)
U	Eingangsvariable (Zufluß) (m ³ /s)
Z	Ausgangsvariable (Abfluß) (m ³ /s)

Wenn Meßdaten vorhanden sind, sind die Schwerpunkte der drei Kurven U(t), S(t) und Z(t) berechenbar, woraus jeweils ein erster Näherungswert für a und k folgt. Zu exakteren Ergebnissen gelangt man durch Optimierungsmethoden. Falls Meßdaten fehlen, gibt es im Gegensatz zum KALININ-MILJUKOV Verfahren kaum eine Möglichkeit, die Parameter zu bestimmen. Darin liegt offensichtlich ein wesentlicher Grund, weshalb dieses Verfahren in der Stadthydrologie wenig Anwendung gefunden hat, obwohl es sich bei der Simulation von Hochwellenbewegungen im Gewässer bewährt hat.

4.3. Unsicherheit auf modelltechnischer Ebene

Grundlegende Einschränkungen der hydrologischen Ansätze

Alle hydrologischen Modelle beruhen im wesentlichen auf zwei grundsätzlichen Annahmen:

- Es gibt eine über die ganze Simulationsdauer eindeutig bestimmte Fließrichtung der Welle durch das betrachtete System - Zufluß- und Abflußvariablen sind fixiert -.
- Die Fließraten gelten als einzig zu betrachtende Zustandsvariablen. - Wasserstandvariablen werden eher untergeordnet behandelt -.

Aus der ersten Annahme kann man sofort schließen, daß eine Änderung der Fließrichtung – Rückstau - mit einem hydrologischen Modell nicht simulierbar ist. Des weiteren werden zwischen Zuflüssen Q und Wasserständen h vereinfachte funktionale Beziehungen - $Q = Q(h)$ - vorausgesetzt, die sich nur bei stationären (bzw. quasi-stationären) Verhältnissen einstellen können. Um präzisere Aussagen über die bei einem bestimmten Ansatz vorausgesetzten Fließverhältnisse treffen zu können, kann man beispielsweise das Speicheranalogon heranziehen. Beim linearen Einzelspeicher wird davon ausgegangen, daß zwischen Abfluß und Wasserstand bzw. Speichervolumen eine lineare Beziehung besteht. Im Fall des Abflusses aus einem realen Becken bzw. Staubecken mit einer kleinen Öffnung – vgl. Abb. 6 - trifft diese Beziehung nicht zu, sondern die folgende Formel von Toricelli¹⁵.

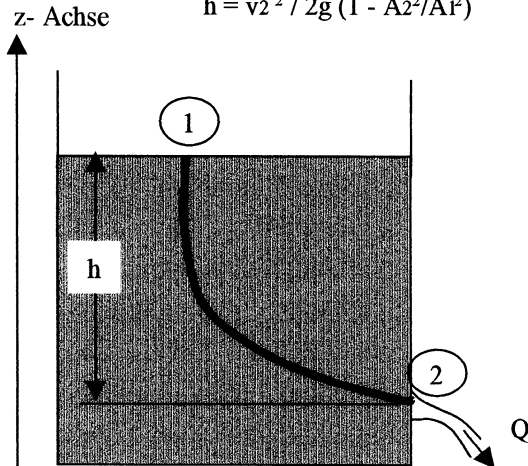
$$(Gl. 27) \quad Q_{ab} = \mu \cdot A \cdot \sqrt{2gh}$$

μ	Korrekturparameter zur Berücksichtigung der Reibungsverluste und der Einschnürung des Strahls (-)
A	Öffnungsfläche
h	Wasserstand im Becken – soll viel höher als die Öffnungsebene liegen -

¹⁵ $Q_{ab} = \mu \cdot A \cdot \sqrt{2gh}$ gilt nur im stationären Fließzustand und kann einfach aus der Bernoulli'schen Energiegleichung abgeleitet werden.

p: Druck (Pa) , z: Höhe (m), v: Geschwindigkeit (m/s),
A: Querschnittfläche (m²)

$z_1 - z_2 = h$, $p_1 = p_2 = 0$ (bzw. atm. Druck)
 $v_1 = A_2 / A_1 \cdot v_2$ (Kontinuitätsgleichung)
 $h = v_2^2 / 2g (1 - A_2^2/A_1^2)$ (BERNOUILLI)



Herleitung der TORICELLI-Gleichung aus der BERNOUILLI- Gleichung

Abb.6: Ausfluß durch eine kleine Öffnung nach TORICELLI

Nach der Formel von TORICELLI erhält man also folgende Speicherbeziehung:

$$(Gl. 28) \quad S = k \cdot Z_2$$

Bei der Simulation des Oberflächenabflusses, wo alle Terme der Saint-Venant'schen Bewegungsgleichung gegenüber Reibung und Schwerkraft vernachlässigt werden können, herrschen überwiegend quasi-stationäre Verhältnisse. Zudem gibt es beim Oberflächenabfluß während eines Ereignisses kaum Schwankungen der Wasserstandshöhen bzw. sie bleiben im Millimeter-Bereich.

Wenn man eine rein "prozeßbezogene" Betrachtungsweise vorzieht, kann man mit guter Annäherung eine lineare Beziehung zwischen Wasserstand bzw. Speichervolumen und Abfluß voraussetzen. Auf dieser Grundlage beruht der Ansatz des linearen Einzelspeichers, der sich aber gegenüber der Speicherkaskade als weniger geeignet erwiesen hat. Zur anschaulichen Erklärung dieses Phänomens ist eine gebietsmorphologische Betrachtungsweise angebracht. Nach dieser wird als erstes die Fließgeschwindigkeit an der Oberfläche als annähernd konstant betrachtet - was wegen der kleinen Schwankungen der Wasserstandshöhen gerechtfertigt ist -. Demzufolge stellt die Systemfunktion $h(t)$ die Flächenverteilung des Einzugsgebiets bezogen auf die Fließzeit bis zum Auslaß dar - vgl. Abflußkonzentrationsmodul im dänischen Programmpaket MOUSE -. Mathematisch läßt sich das durch folgende Gleichung ausdrücken:

$$(Gl. 29) \quad dF(t,dt) = h(t) \cdot dt$$

t	Fließzeit bis zum Gebietsauslaß (s)
h(t)	Systemfunktion bzw. Übertragungsfunktion

Beschreibung der Modellbausteine	Hydrologische Strömungsmodelle
----------------------------------	--------------------------------

$dF(t,dt)$ Anteil der Gebietsflächen, deren Fließzeit bis zum Auslaß zwischen t und $t+dt$ liegt

Untersuchungen liegen vor, deren Ziel es war, aus Gebiets- und Netzkenndaten morphologische Parameter zu definieren, anhand derer die Verteilungsfunktion F und damit die Kernfunktion h bestimmt wird. Es sei insbesondere auf Untersuchungen von THIBAUT, 1989 verwiesen. Eine morphologische Größe zur Beschreibung des Netzes wird definiert, die er - in Anlehnung an die von MENDELBRÖT entwickelte Fraktaltheorie - fraktale Dimension des Kanalnetzes nennt¹⁶.

Bei der Simulation der Transportvorgänge in der Kanalisation sind die Beziehungen zwischen Q und h bereits im stationären Bereich nicht linear - vgl. Formel von MANNING-STRICKLER zur Beschreibung des stationären Fließvorgangs in einem geschlossenen Querschnitt -. Teilfüllungskurven sind für alle gängigen Querschnitte tabelliert verfügbar – vgl. ATV. A110 oder LAUTRICH -. In Abb. 7 wird als Beispiel eine Kurve für einen Kreisquerschnitt gezeigt.

¹⁶ In solchen Untersuchungen wird in der Regel angenommen, daß die betrachtete Struktur (Netz, Einzugsgebiet) homogen ist, d.h einzelne Elemente unterscheiden sich kaum in ihren wesentlichen Charakteristiken.

Teilfüllungskurven für ein Kreisprofil nach verschiedenen Berechnungsmethoden

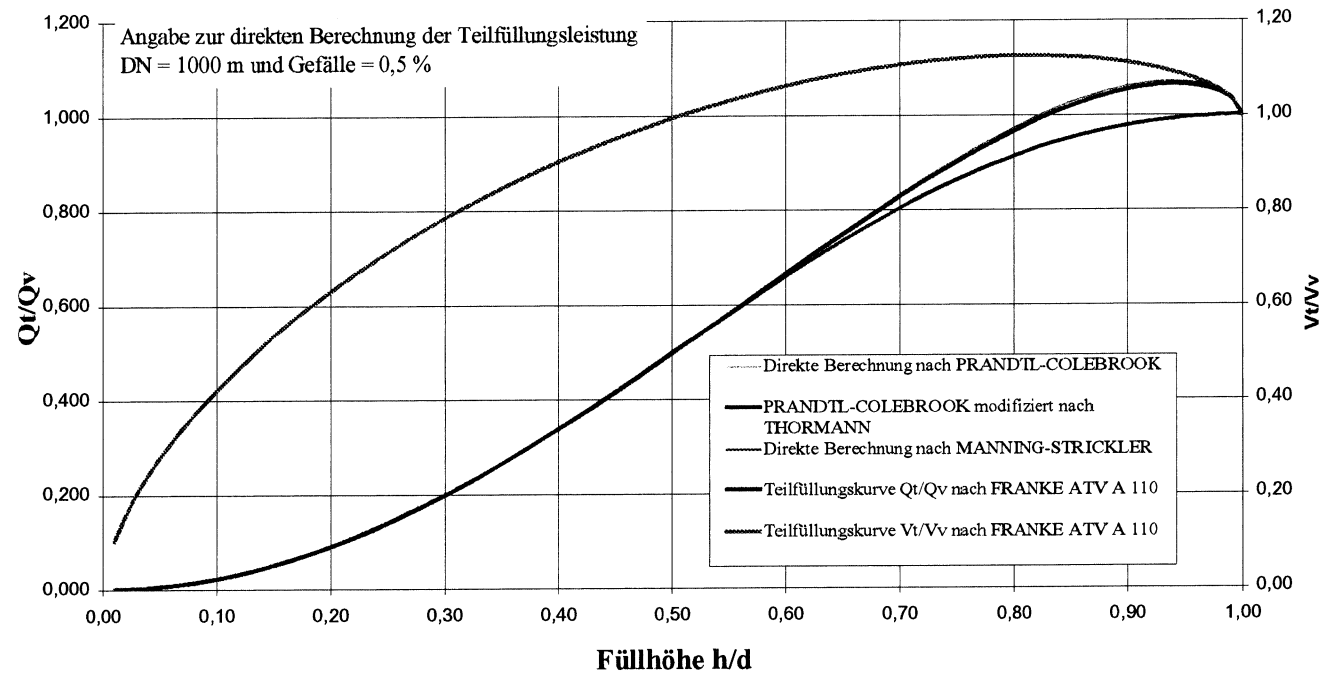


Abb. 7: Teilfüllungskurve für Kreisquerschnitte nach ATV A 110 ; $\left(\frac{Q_T}{Q_V}\right) = f\left(\frac{h_T}{h_V}\right)$ mit T für Teilfüllung und V für Vollfüllung

Bei instationärer Strömung gibt es keine eindeutige Q-h Beziehung. Die Abflußkurve stellt im Laufe des Ereignisses für einen bestimmten Abschnitt eine Schleife dar – vgl. Abb. 8 -.

KALININ und MILJUKOV - vgl. SEUS-RÖSL, 1974 - haben beschrieben, daß die Wasserstände, bezogen auf die eindeutige (stationäre) Abflußkurve, sowohl beim Anstieg als auch beim Rückgang des Hochwassers um ein - ungefähr gleich langes - Zeitintervall Δt später an einem Pegel beobachtet werden als diejenigen, die dem instationären Fließvorgang zuzuordnen sind - vgl. Abb. 8 -.

Unter der vereinfachten Annahme, daß der zeitlichen Verschiebung zwischen stationärem und instationärem Zustand eine eindeutige räumliche Zuordnung entspricht, ist es möglich, die Abflußschleife zu umgehen. Daher haben KALININ und MILJUKOV zu jenem Zweck den Begriff "charakteristischer Abschnitt" geprägt. Zur Berechnung des Abflusses im Abschnitt r wird der Wasserstand im Abschnitt m herangezogen - vgl. Abb. 5 -. Die x-Koordinaten r und m entlang der Fließachse sind durch folgende Gleichung verbunden:

$$(Gl. 30) \quad r - m = \frac{L}{2}$$

r	x-Koordinate, an der der Abfluß berechnet werden soll (mit Hilfe der "stationären" Formel) (m)
m	x-Koordinate, an der der Wasserstand berücksichtigt wird (m)
L	Länge des charakteristischen Abschnitts (m)

Teilgebiet SONTHOFEN-MITTAGSSTRASSE, Modellregen t120n1
Hysteresis der ermittelten Speicherbeziehung

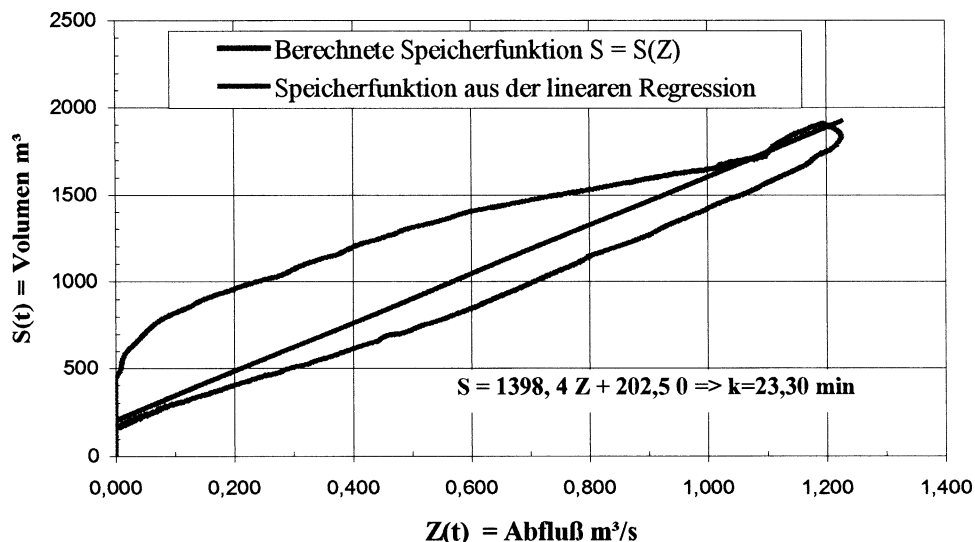


Abb. 8: Abflußschleife der Speicherbeziehung im Teilnetz MITTAGSSTRASSE in SONTHOFEN, ermittelt für Modellregen der Dauer 120 min und Häufigkeit 1 1/a mit hydrodynamischer Berechnung

Anmerkung zur Abb. 8:

Das besagte Teilgebiet von SONTHOFEN wurde detailliert mit HYSTEM-EXTRAN berechnet und anschließend ganzheitlich als Speicher betrachtet, dessen Input die Zuflußwelle aus der Oberfläche darstellt und dessen Output der Abfluß am Freiauslaß S9001. Das Volumen entspricht dem gesamten im Kanal gespeicherten Volumen und wird aus der Kontinuitätsbedingung herleitet.

ROSEMANN, VEDRAL und DICKMANN haben festgestellt, daß die Länge des charakteristischen Abschnitts keinen entscheidenden Einfluß auf die Genauigkeit der Ergebnisse hat. Dieses spricht dafür, daß die in kleinen Abschnitten eines teilgefüllten Rohres - freier Wasserspiegel - ablaufenden Fließvorgänge in guter Näherung durch den linearen Einzelspeicher beschrieben werden.

4.4. Numerische Unsicherheiten hydrologischer Modelle

Die allgemeine Formulierung eines hydrologischen linearen Modells setzt, unabhängig davon, wie die Merkmale der Systemfunktion $h(t)$ bestimmt werden, die Berechnung eines Faltungsintegrals voraus - vgl. BLACK-BOX und Konzeptmodelle -. Eine rein analytische Lösung ist deswegen ausgeschlossen, da die Eingabevariable U sowie die Systemfunktion h nicht exakt als Zeitfunktion formuliert, sondern jeweils durch eine Treppenfunktion mit dem Zeitschritt Δt angenähert sind. In der Literatur werden 2 numerische Lösungsalgorithmen vorgestellt.

Der erste Lösungsalgorithmus wird überwiegend zur Ermittlung des Oberflächenabflusses verwendet und beruht auf direkter Berechnung des Faltungsintegrals nach Gl. 1 in 2 Schritten:

$$Z(t) = \int_{t_0}^t h(t-\tau) \cdot U(\tau) \cdot d\tau \quad \text{mit } t_0 : \text{Zeitpunkt zu Simulationsbeginn}$$

$$Z_i = \sum_{j=1}^i U_j \cdot h_{i-j} \cdot \Delta t$$

Z_i	berechneter Abfluß zur Zeit $t = i \cdot \Delta t + t_0$
U_j	eingegabener Zufluß zur Zeit $t = j \cdot \Delta t + t_0$
h_j	mittlerer Wert von $h(t)$ über $[(j-1) \cdot \Delta t; j \cdot \Delta t]$ $h_j = \frac{\int_{(j-1) \cdot \Delta t}^{j \cdot \Delta t} h(t) \cdot dt}{(j-1) \cdot \Delta t} = h(t, \Delta t)$

Die Treppenfunktionen U_i und h_i stellen offensichtlich nur ein vereinfachtes Bild der Wirklichkeit dar. Die dadurch verursachten Unsicherheiten sind von der Länge des Zeitschritts Δt abhängig. Je kleiner Δt ist, desto genauer ist die Berechnung der Faltungsintegrale. Nach Ansicht der meisten Autoren - vgl. SIEKER, ROSEMANN-VEDRAL, BECKER-GLOS - kommt diese numerische Unsicherheit jedoch nur dann zum Tragen, wenn $\Delta t > t_L$ ist, t_L ist der zeitliche Schwerpunkt der Systemfunktion des betrachteten Teilsystems.

Die zweite Berechnungsweise ist nur dann möglich, wenn mit dem linearen Speicher bzw. dem MUSKINGUM-Verfahren gerechnet wird. Sie wird hauptsächlich bei der Ermittlung des Abflußtransports eingesetzt. In diesem Fall gilt neben der allgemeingültigen Formulierung der Faltungsintegrale eine spezielle Formulierung der Grundgleichung.

$$(Gl. 31) \quad Z(t+\Delta t) = Z(t) \cdot e^{-\frac{\Delta t}{k}} + \int_t^{t+\Delta t} U(t) \cdot \frac{1}{k} \cdot e^{-\frac{t+\Delta t-t}{k}} dt$$

Aus dieser Rekursionsformel kann man folgende Arbeitsgleichungen zur diskreten Berechnung der Ganglinie der Ausgangsvariablen $Z(t)$ aus der gegebenen Ganglinie der Eingangsvariablen $U(t)$ ableiten.

$$(Gl. 32) \quad Z(t+\Delta t) = A \cdot U(t+\Delta t) + B \cdot U(t) + C \cdot Z(t)$$

$$(Gl. 33) \quad Z_{i+1} = A \cdot U_{i+1} + B \cdot U_i + C \cdot Z_i$$

- $Z(t+\Delta t)$ bzw. Z_{i+1} stellt zu jedem Berechnungszeitschritt die einzige unbekannte Größe dar.
- A, B, C sind Koeffizienten, deren Bestimmung vor der Simulation erfolgt. Die berechneten Werte dieser Koeffizienten sind abhängig von der Integrationsmethode.

Es werden in der Hydrologie hauptsächlich 3 Integrationsschemata verwendet – vgl. ROSEMAN-VEDRAL, SEUS-RÖSL, THIBAUT. Im ersten Schema wird das Differentialgleichungssystem, Gl. 4 und Gl. 5, direkt diskretisiert. Wenn beispielsweise die Kontinuitätsgleichung entsprechend Gl. 34 diskretisiert wird, erhält man die Koeffizientenwerte nach Tab. 1.

$$(Gl. 34) \quad \frac{\Delta t}{2} [U(t+\Delta t) + U(t)] - \frac{\Delta t}{2} [Z(t+\Delta t) + Z(t)] = S(t+\Delta t) - S(t)$$

A	B	C
$\frac{\Delta t}{2k+\Delta t}$	$\frac{\Delta t}{2k+\Delta t}$	$\frac{2k-\Delta t}{2k+\Delta t}$

Tab.1: Werte der Arbeitsgleichungskoeffizienten im numerischen Schema 1.

Im zweiten Schema wird Gl. 31 analytisch integriert unter der Annahme, daß $U(\tau) = \text{konst}; \forall \tau \in [t; t+\Delta t]$.

Beschreibung der Modellbausteine	Hydrologische Strömungsmodelle
----------------------------------	--------------------------------

	$U(\tau) = Kste$	A	B	C
Fall 1	$U(t+\Delta t)$	$1 - e^{-\frac{\Delta t}{k}}$	0	$e^{-\frac{\Delta t}{k}}$
Fall 2	$U(t)$	0	$1 - e^{-\frac{\Delta t}{k}}$	$e^{-\frac{\Delta t}{k}}$
	$U(\tau) = Kste$	A	B	C
Fall 3	$\frac{U(t)+U(t+\Delta t)}{2}$	$\frac{1 - e^{-\frac{\Delta t}{k}}}{2}$	$\frac{1 - e^{-\frac{\Delta t}{k}}}{2}$	$e^{-\frac{\Delta t}{k}}$

Tab. 2: Werte der Arbeitsgleichungskoeffizienten im numerischen Schema 2.

Im dritten Schema wird Gleichung 31 analytisch integriert unter der Annahme, daß $U(\tau)$ einen linearen Verlauf innerhalb des Intervalls $[t; t+\Delta t]$ aufweist.

A	B	C
$1 - \frac{k}{\Delta t} \cdot (1 - e^{-\frac{\Delta t}{k}})$	$\frac{k}{\Delta t} \cdot (1 - e^{-\frac{\Delta t}{k}}) - e^{-\frac{\Delta t}{k}}$	$e^{-\frac{\Delta t}{k}}$

Tab. 3: Werte der Arbeitsgleichungskoeffizienten im numerischen Schema 3.

Wichtige Bemerkung:

Unabhängig von der Verwendung der einzelnen Schemata müssen die Parameter die Bedingung $A + B + C = 1$ erfüllen. Diese Bedingung resultiert aus der immer gültigen Kontinuitätsbedingung ($\sum Z_i = \sum U_i$).

Für $\Delta t \rightarrow 0$ bzw. $\Delta t = dt$, liefern die verschiedenen numerischen Schemata gleiche Ergebnisse. Bei größeren Schemata - insbesondere bei Schema 1 - reagiert das Modell empfindlicher auf die Wahl des Berechnungszeitschritts Δt . Deshalb sind in den meisten Programmpaketen nur Schemata Nr.2 und Nr.3 verbreitet. Insbesondere bei der Ermittlung der Transportvorgänge empfiehlt sich das Berechnungsschema Nr.3, da mit guter Näherung angenommen werden kann, daß die Zuflußganglinie - $U(t) = Q_{\text{ein}}(t)$ - innerhalb eines Intervalls $[t; t+\Delta t]$ linear verläuft.

Aus dem direkten Vergleich der Arbeitsgleichungen nach Schemata Nr.2 und Nr.3 ist es möglich, die numerisch bedingten Deviationen abzuschätzen.

Aus dem Vergleich zwischen Schema Nr.2-Fall 3 und Schema Nr.3; erhält man

$$(Gl. 35) Z_{1,i+1} - Z_{2,i+1} = [(1-b) \cdot (\frac{1}{2} + \frac{k}{\Delta t} - 1) \cdot U_{i+1} + [(1-b) \cdot (\frac{1}{2} - \frac{k}{\Delta t} + b) \cdot U_i + b \cdot (Z_{1,i} - Z_{2,i})]$$

Beschreibung der Modellbausteine	Hydrologische Strömungsmodelle
----------------------------------	--------------------------------

b	$e^{-\frac{\Delta t}{k}}$
U_i	Eingangsvariable zur Zeit $t_0 + i \cdot \Delta t$
$Z_{1,i}$	Ausgangsvariable zur Zeit $t_0 + i \cdot \Delta t$ nach Schema Nr.2-Fall 3
$Z_{2,i}$	Ausgangsvariable zur Zeit $t_0 + i \cdot \Delta t$ nach Schema Nr.3
t_0	Anfang der Simulation

Im Fall $[k = \Delta t]$ berechnet man aus Gl. 35 folgende Beziehung

$$(Gl. 36) \quad Z_{1,i+1} - Z_{2,i+1} = 0,05 \cdot (U_i - U_{i+1}) + 0,37 \cdot (Z_{1,i} - Z_{2,i})$$

Daraus ergibt sich folgende Obergrenze für die numerische Deviation zwischen Schema Nr.2-Fall 3 und Schema Nr.3;

$$(Gl. 37) \quad [\Delta Z_{\max_{1,2}}] < 0,05 \cdot \frac{1}{1-0,37} \cdot [\Delta U_{\max_{i,i+1}}]$$

$$(Gl. 38) \quad [\Delta Z_{\max_{1,2}}] < 0,08 [\Delta U_{\max_{i,i+1}}]$$

$[\Delta U_{\max_{i,i+1}}]$ maximale Differenz $(U_i - U_{i+1})$ über das gesamte Ereignis

$[\Delta Z_{\max_{1,2}}]$ maximale Differenz $(Z_{1,i} - Z_{2,i})$ über das gesamte Ereignis

Aus dem Vergleich zwischen Schema Nr.2-Fall 1 und Schema Nr.3 erhält man:

$$(Gl. 39) \quad Z_{1,i+1} - Z_{2,i+1} = [(1-b) \cdot \left(\frac{k}{\Delta t} + 1\right) - 1] \cdot U_{i+1} - [(1-b) \cdot \frac{k}{\Delta t} - b] \cdot U_i + b \cdot (Z_{1,i} - Z_{2,i})$$

$Z_{1,i}$ Ausgangsvariable zur Zeit $t_0 + i \cdot \Delta t$ nach Schema 2-Fall 1

Im Fall $[k = \Delta t]$ errechnet man aus Gl. 39 folgende Beziehung:

$$(Gl. 40) \quad Z_{1,i+1} - Z_{2,i+1} = 0,26 \cdot (U_{i+1} - U_i) + 0,37 \cdot (Z_{1,i} - Z_{2,i})$$

Daraus ergibt sich als Obergrenze für die numerische Deviation;

$$(Gl. 41) \quad [\Delta Z_{\max_{1,2}}] < 0,41 [\Delta U_{\max_{i,i+1}}]$$

Im Fall $[k = 2 \cdot \Delta t]$ erhält man :

$$(Gl. 42) \quad Z_{1,i+1} - Z_{2,i+1} = 0,18 \cdot (U_{i+1} - U_i) + 0,6 \cdot (Z_{1,i} - Z_{2,i})$$

$$(Gl. 43) \quad [\Delta Z_{\max_{1,2}}] < 0,45 [\Delta U_{\max_{i,i+1}}]$$

Aus dem Vergleich zwischen den Gleichungen wird ersichtlich, daß das Schema 2 bessere Ergebnisse liefert, wenn nach Fall 3 $U(\tau) = \frac{U(t) + U(t+\Delta t)}{2}$ gerechnet wird.

Berechnungsbeispiele zur Ermittlung des Ablaufs einer Hochwasserwelle - vgl. ROSEMAN-VEDRAL - haben gezeigt, daß sich die mit Hilfe unterschiedlicher Arbeitsgleichungen ermittelten Ergebnisse in praktischen Fällen, wenn $\Delta t < k$ und wenn das Gesamtsystem aus mehreren charakteristischen Abschnitten besteht, kaum unterscheiden.

LITERATUR

- ABRAHAM et al.; *Grundlegende Untersuchungen zur Ermittlung von Bemessungsregen für die Stadtentwässerung HAMBURG*, Mitteilungen des Instituts für Wasserwirtschaft, Hydrologie und landwirtschaftlichen Wasserbau der Universität HANNOVER, Heft 37, 1976.
- ATV-Arbeitsblatt A118, 1977.
- ATV-Arbeitsblatt A119, 1984.
- ATV-Arbeitsgruppe 1.2.6. Hydrologie der Stadtentwässerung, *die Berechnung des Oberflächenabflusses in Kanalnetzmodellen, Teil 1 -Abflußbildung*, Arbeitsbericht, Korrespondenz Abwasser 2, 1986, S. 157-162.
- ATV-Arbeitsblatt A110, 1988.
- BECKER, GEIGER; *Vergleich von Punkt- und Radarmessungen des Niederschlags im Einzugsgebiet München-Harlaching*, Mitteilungen des Instituts für Wasserwirtschaft, Hydrologie und landwirtschaftlichen Wasserbau der Universität HANNOVER, Heft 52, 1983.
- BECKER, GLOS; *Grundlagen der Systemhydrologie*; Mitteilung des Instituts für Wasserwirtschaft Berlin, Heft 32; VEB Verlag für Bauwesen-BERLIN; 1969.
- BMFT-Forschungsvorhaben 02-WA-85282 ,*Steuerung von Rückhaltebecken und Pumpwerken zum Zwecke der Abflußregulierung und des Gewässerschutzes mittels Nahbereichs-Radarmessung der Niederschläge*", Zwischenberichte 1986 - 1991.
- BOUVIER ; *Analyse et Modelisation des Ecoulements en Milieu Urbain Africain*; Editions de l' ORSTOM, Collection Etudes et Theses; PARIS, FRANCE; 1990.
- BREUER ; *Anmerkungen zur Erforschung von Niederschlagsstrukturen mit elektronischen Pulsmeßgeräten*, Kleinheubacher Berichte 19, 1976, FTZ, DARMSTADT.
- BREUER ; *X-Band Radar für Regenmessungen in kleinen Einzugsgebieten*, Mitteilungen des Instituts für Wasserwirtschaft, Hydrologie und landwirtschaftlichen Wasserbau der Universität HANNOVER, Heft 52, 1983.
- BREUER ; *Grundlagen der Radarhydrometrie*, Zeitschrift für Stadtentwässerung und Gewässerschutz 4, 1988, S. 5-37.

BRONSTEIN-SEMENDJAJEW ; *Taschenbuch der Mathematik*; Verlag Harri Deutsch, Thun
FRANKFURT/MAIN, 1960.

CHOCAT ; *Un modèle de simulation des écoulements dans les réseaux d ' assainissement
pluvial* ; Thèse de Doctorat, INSA LYON, FRANCE; 304p; 1981.

CHOCAT et al.; *UDS Design/ the Cedre System*, Proceedings of the third Urban Storm Drainage
conf., GÖTEBORG, SWEDEN, June 1984.

COLLIER ; *Accuracy of rainfall estimates by radar-part II : Comparison with raingauge
network*, Journ. of Hydrology 83, 1986, S. 225-235.

CUNGE, MAZAUDOU; *Mathematical Modelling of Complex Surge Systems: Difficulties
in Computation and Simulation of Physical Situations"*; p. 363-373; Third ICUSD;
GÖTEBORG, SWEDEN; June 1984.

DESBORDES; *Réflexions sur les Méthodes de Calcul des Réseaux Urbains d'assainissement*;
Thèse D.I; 224 p; CNRS AO 9125; Université de MONTPELLIER, FRANCE; 1974.

DHI Danish Hydraulic Institut; *Documentation for the MOUSE system*, March 1989.

DICKMANN ; *Anwendungsbereiche und Grenzen eines detaillierten hydrologischen
Kanalnetzrechnungsmodelles* , Institut für Wasserwirtschaft, Universität HANNOVER,
Diplomarbeit, 1990.

DISKIN M.H; *A basic study of the linearity of the rainfall runoff process in watersheds* , Ph.D
Thesis, University of Illinois, URBANA, USA, 1964.

DYCK/PESCHKE; *Grundlagen der Hydrologie*, VEB Verlag für Bauwesen, BERLIN,p 408,
1989.

EPA Environmental Protection Agency ; *Storm Water Management Model SWMM"*, Volume I,
Final Report, 1971.

ERTEL H. (Hrsg. von); *Acta Hydrophysica, Band XIV*; Akademie-Verlag, BERLIN; 1969/70.

EULER , KOUSSIS ; *Berechnung von Hochwasserabläufen mit Näherungsverfahren und ihre
Anwendung* , Wasserwirtschaft 63, 1973.

EULER ; *Anwendung des KALININ-MILJUKOV-Verfahrens* , 5. Fortbildungslehrgang für
Hydrologie (DVW), BARSINGHAUSEN, 1973.

EULER; *Ein hydrologisches Näherungsverfahren für die Berechnung des Wellenablaufs in teilgefüllten Kreisrohren*, Wasser und Boden, 2 1983.

FUCHS; *Hydrologische Leistungsfähigkeit städtischer Kanalnetze*, Mitteilung Heft 63, Institut für Wasserwirtschaft der Uni. HANNOVER, ISSN 0343-8090, 1987.

FUCHS, SCHEFFER; *Lösungsmöglichkeiten des Saint-Venant 'schen differential-Gleichungssystems*; SUG Heft2, Hrsg. von Prof. Dr.-Ing. SIEKER, Institut für Wasserwirtschaft, HANNOVER; Feb. 1988.

FUCHS , OKROY ; *Quantifizierung der Unsicherheit von Abflußberechnungen in städtischen Entwässerungssystemen*; erster Abschlußbericht DFG Si 242/7-2, 1989.

FUCHS, VERWORN ; *Mikrocomputer in der Stadtentwässerung-Kanalnetzberechnung, HYSTEM-EXTRAN Vers.IV.3*, ITWH, HANNOVER, 1990.

GIRÉ ; *Modèles mathématiques de systèmes évolutifs héréditaires*; Presses Universitaires de LYON; 1987.

GREEN, AMPT ; *Studies on soil physics, part I, the flow of air and water through soils* ; J. Agric. Sci., vol.4, no1, pp.1-24; 1911.

GROTEHUSMANN, SEMKE ; *KMROUT, ein hydrologisches detailliertes Kanalnetzberechnungsmodell*"; SUG Heft 13, Nov.1990.

GROTEHUSMANN ; *Erarbeitung und Entwicklung eines kombinierten hydrologisch hydrodynamischen Modells zur Langzeitsimulation des Abflußprozesses in städtischen Kanalnetzen unter quantitativen und qualitativen Aspekten*"; Abschlußbericht zum Forschungsvorhaben VW I/62 917; 1991.

GROTTKER, SCHILLING ; *Urbanhydrologie. Vorlesungsbegleitmaterial*, 1989

GUNN, KINZER; *The terminal velocity of fall for water droplets in stagnant air*; Jou. of Meteorol. 6, 1948, S. 243-248.

GUTKNECHT; *Zur Ermittlung der zeitlichen und räumlichen Verteilung von Niederschlägen anhand von Standardbeobachtungen*, Mitteilungen des Instituts für Wasserwirtschaft, Hydrologie und landwirtschaftlichen Wasserbau der Universität HANNOVER, Heft 52, 1983.

HALL ; *Urban Hydrology* ; pp-300; Elsevier applied science publisher LTD; 1984.

HARMS, VERWORN ; *Hydrologisches Modell zur Berechnung des Abflusses in städtischen Gebieten* , Institut für Wasserwirtschaft, Hydrologie und landwirtschaftlichen Wasserbau, Universität HANNOVER, 1983, unveröffentlicht.

HARMS; *Grundlage der hydrologischen Berechnung: Abflußbildung Teil 3*; Sammelwerk Hydrologie der Stadtentwässerung; SUG Verlag.

HORTON ; *The role of infiltration in the hydrologic cycle* , Trans. Am. Geophys. Union, vol.14, pp. 446-460, 1933.

HORTON ; *Analysis of runoff plat experiments with varying infiltration capacity* , Trans. Am. Geophys. Union, vol.20, pp.693-711, 1939.

HUFF ; *Time distribution of rainfall in heavy storms* , Water Res. Res. 3, 1967, S. 1007-1019.

HUFF ; *Spatial distribution of heavy storm rainfall in Illinois*, Water Res. Res 4, 1968, S. 47-54.

HUFF ; *Time distribution characteristics of rainfall rates* , Water Res. Res. 6, 1970, S. 447-454.

International Symposium on Hydrological Applications of Weather Radar, University of SALFORD, UK, August 1989, Proceedings.

JACQUET et al; *About radar rainfall measurement*, Forth Int. Conf. on Urban Storm Drainage, LAUSANNE, 1987.

JOSS, WALDVOGEL ; *Ein Spektrograph für Niederschlagstropfen mit automatischer Auswertung*", Pure and Appl. Geophys. 68, 1969, S. 240-246.

KAMMER ; *An integrated X-band radar system for short range measurements of rain rates in HERP* , Proc. Int. Symp. on Hydrological Applications of Weather Radar, University of SALFORD, UK, Aug. 1989.

KAMMER ; *Quantitative Messung der Feinstrukturen von Gebietsniederschlägen mit Radar*, Diplomarbeit am Meteorologischen Institut der Universität BONN, 1982, unveröffentlicht.

KREUELS ; *Strukturanalysen und Statistik des Niederschlages auf einminütiger Kurzzeitmeßbasis und das Problem der indirekten Niederschlagsbestimmung mittels Radar*", Dissertation, Universität BONN, 1977.

KREUELS ; *Repräsentativität und Genauigkeit von Regenmess-Systemen*, Zeitschrift für Stadtentwässerung und Gewässerschutz 4, 1988, S. 39-72.

- KREUELS ; *On.line Calibration in HERP*, Proc. Int. Symp. on Hydrological Applications of Weather Radar, University of SALFORD, UK, Aug. 1989.
- KUCHLING ; *Taschenbuch der Physik*; Verlag Harri Deutsch Thun und FRANKFURT/MAIN, 1989.
- LAUTRICH ; *Tabellen und Tafeln zur hydraulischen Berechnung von Druckrohrleitungen Abwasserkanälen und Rinnen*, Paul Parey Verlag 2. Auflage.
- Länderarbeitsgemeinschaft Wasser (LAWA); *Niederschlagsmeßstellennetze*, Arbeitsbericht; 1989.
- MANIAK ; *Vergleich von Niederschlag-Abfluß-Modellen*, 5. Fortbildungslehrgang für Hydrologie des DVWW BARSINGHAUSEN, 1973.
- MAKSIMOVIC, RADOJKOVIC ; *Urban Drainage Catchments, Selected Worldwide Rainfall-Runoff Data from Experimental Catchments*; Pergamon Press; 1986.
- MARSHALL , Palmer ; *The distribution of rain drops with size*, Journ. of Meteorology 5, 1948, S. 165-166.
- MENDEL ; *Die Berechnung von Gebietsniederschlägen*, Deutsche Gewässerkundl. Mitteilungen 6/21, 1977, S. 129-141.
- MENDEL ; *Die Berechnung von Gebietsniederschlägen aus Punktmessungen*, Mitteilungen der Versuchsanstalt für Wasserbau, Hydrologie und Gaziologie 41, 1979, ETH ZÜRICH.
- NASH ; *A unit hydrograph study with particular reference to British catchments*", Proc. Institution Civil Eng. 17, Nov. 1960, pp249-282.
- NEUMANN ; *Der Oberflächenabfluß in städtischen Einzugsgebieten.- Ein Beitrag zur Kanalnetzberechnung*, Berichte aus Wassergütwirtschaft und Gesundheitsingenieurwesen, TU MÜNCHEN, Nr.11; 1976.
- NEUMANN ; *Kanalzufluß aus Teilflächen*, DVWK 13. Fortbildungslehrgang für Stadthydrologie Oberflächenabfluß, 1981.
- NEWSOME, COLLIER ; *COST 73: Weather radar in western Europe - possible hydrological applications*, Proc. Int. Symp. on Hydrological Applications of Weather Radar, University of SALFORD, UK, Aug. 1989.

- NIEMCZYNOWICZ ; *Areal Rainfall -An improved Input for Modeling of Runoff*; Proceedings of the 3rd USD Conf.; GÖTEBORG, SWEDEN; 1984.
- PAULSEN ; *Kontinuierliche Simulation von Abflüssen und Stofffrachten in der Trennentwässerung*; Mitteilung Heft 62; Institut für Wasserwirtschaft der Uni. HANNOVER, ISSN 0343-8090, 1987.
- PHILIP ; *The theory of infiltration: 1. the Infiltration equation and its solution*, Sil Sci.,vol. 83, no.5, pp.345-357, 1957.
- PHILIP ; *Theory of infiltration*, in Advances in Hydrosience, ed. by V.T. Chow, vol.5, pp.215-296, 1969.
- RAHLF ; *Auswirkungen der Kanalnetzvereinfachung*; Diplomarbeit, Institut für Wasserwirtschaft, Universität HANNOVER, 1989 (unveröffentlicht).
- RAUDKIVI ; *Hydrology*,Pergamon Press, Oxford, 1979.
- RICHARDS ; *Capillary conduction of liquids through porous mediums*, Physics, vol.1, pp.318-333, 1931.
- RIEDL ; *RADAR - Flächenniederschlagsmessung*, promet 2/3, 1986, S. 20-23.
- RITSCHER ; *Ein mathematisch physikalisches Abflußmodell zur Berechnung von Hochwasserabflüssen und Untersuchung des Betriebes von Rückhaltebecken*, Dissertation an der Fakultät für Bauwesen der TU BRAUSCHWEIG, 1971.
- ROSEMANN, VEDRAL ; *Das KALININ-MILJUKOV-Verfahren zur Berechnung des Ablaufs von Hochwasserwellen*; Schriftenreihe der Bayerischen Landstelle für Gewässerkunde, Heft 6, MÜNCHEN 1970.
- SATO, MIKKAWA ; *A method of estimating runoff from rainfall*, Flood control series WMO No9, 1956, pp.152-155.
- SCHEFFER ; *Verfahren zur Lösung des Saint-Venant'schen Differentialgleichungssystems für den Wellenablauf in Kanalnetzen*; Diplomarbeit Institut für angewandte Mathematik/ Institut für wasserwirtschaft, HANNOVER; 1986.
- SCHILLING, FUCHS ; *A Quantitative Assessment of Uncertainties in Stormwater Modeling*; Proceedings of the 3rd USD Conf.; GÖTEBORG, SWEDEN; 1984.

SCHILLING ; *Operationelle Stadtentwässerung*; Mitteilung des Institut für Wasserwirtschaft-HANNOVER, Heft 64; 1986.

SCHILLING (Hrsg. von) ; *Anwendungsmöglichkeiten des Kalman-Filter-Verfahrens in der Wasserwirtschaft*; DFG Mitteilung VII der Senatskommission für Wasserforschung; VCH Verlag; 1987.

SCHILLING, HARMS ; *Räumliche Variabilität von Niederschlag und Abflußbildung - Auswirkungen auf den Abflußprozeß*, Deutsche Gewässerkundliche Mitteilungen 2, 1983, S. 52-62.

SCHILLING ; *Der Einfluß räumlich variabler Niederschläge auf Kanalisationsabflüsse*, 13. Abwassertechnisches Seminar, Berichte des Institutes für Bauingenieurwesen V, TU MÜNCHEN, Heft 44, 1983.

SCHILLING, FUCHS ; *Quantitative Abschätzung der Ungenauigkeiten bei der Niederschlag-Abfluß-Berechnung*, Mitteilungen des Instituts für Wasserwirtschaft, Hydrologie und landwirtschaftlichen Wasserbau der Universität Hannover, Heft 56, 1985, S. 227-239.

SCHMITT ; *Wege zur Automatisierung der Niederschlagsermittlung*, Mitteilungen des Instituts für Wasserbau der Universität STUTTGART, Heft 55, 1984.

SCHULTZ ; *Bestimmung theoretischer Abflußganglinien durch elektronische Berechnung von Niederschlagskonzentration und Retention*, Versuchanstalt für Wasserbau der TH MÜNCHEN, Bericht Nr.11, 1968.

SEMKE ; *Mathematische Simulation einer zentralen Abflußregelung*, Institut für Angewandte Mathematik/Institut für Wasserwirtschaft, Universität HANNOVER, Diplomarbeit, 1984.

SEMKE ; *From radar-rainfall to hydrological data*, Proc. Int. Symp. on Hydrological Applications of Weather Radar, University of SALFORD, UK, Aug. 1989.

SEUS, RÖSL ; *Hydrologische Verfahren zur Berechnung des Hochwasserwellen-Ablaufes in Flüssen*, aus "Elektronische Berechnung von Rohr- und Gerinneströmung", hrg. ZIELKE, Erich-Schmidt Verlag, 1974.

SEVRUK ; *Methodische Untersuchungen des systematischen Meßfehlers der Hellmann-Regenmesser im Sommerhalbjahr in der Schweiz*, Mitteilungen der Versuchsanstalt für Wasserbau, Hydrologie und Gaziologie 52, 1981, ETH ZÜRICH.

- SEVRUK ; *Genauigkeit der konventionellen Regenmessung*, Mitteilungen des Instituts für Wasserwirtschaft, Hydrologie und landwirtschaftlichen Wasserbau der Universität HANNOVER, Heft 52, 1983.
- SHERMAN ; *Streamflow from rainfall by the unit-graph method*, Eng.News Rec.; vol.108, pp. 501-505; 1932.
- SIEKER ; *Grundlage der hydrologischen Berechnung: Abflußbildung Teil 1 und Teil 2*; Sammelwerk Hydrologie der Stadtentwässerung; SUG Verlag; 1987.
- SIEKER ; *Grundlagen hydrologischer Berechnungen : Abflußkonzentration Teil 1 und Teil 2*"; Sammelwerk Hydrologie der Stadtentwässerung; SUG Verlag.
- SCHWARTZ ; *Théorie des Distributions*; Hermann; Paris; 1966.
- THIBAUT ; *Elément pour une Phénoménologie en Hydrologie Urbaine*; Thèse Docteur-Ingenieur présentée à l'INSA de LYON, No I D.I 1.7908; 1979.
- THIBAUT ; *Modélisation Morpho-Fonctionnelle des Réseaux d'Assainissement Urbain à l'aide du Concept de Dimension Fractale*; Thèse de Doctorat d'Etat présentée à l'INSA de LYON; INSA; 1989.
- TREIBER ; *Der Einfluß der Stationsdichte und der Berechnungsmethode auf die Bestimmung des Gebietsniederschlages für ausgewählte Starkregen im Sulmgebiet*, Mitteilungen des Instituts für Wasserwirtschaft, Hydrologie und landwirtschaftlichen Wasserbau der Universität HANNOVER, Heft 52, 1983.
- VERWORN, HARMS ; *Die Standardeinheitganglinie, eine gebietsübergreifende Systemfunktion*; Wasserwirtschaft 70 (1980) 7+8.
- VERWORN ; *Hydrodynamische Kanalnetzrechnung und die Auswirkungen von Vereinfachungen der Berechnungsgleichungen*"; Mitteilung des Institutes für Wasserwirtschaft HANNOVER, Heft 47; 1980.
- VERWORN, FLENDER ; *Niederschlagshöhen-Dauer-Flächenbeziehungen* promet 2/3, 1986, S. 40-45.
- VERWORN ; *Hydrological Relevance of radar rainfall data*, Proc. Int. Symp. on Hydrological Applications of Weather Radar, University of SALFORD, UK, Aug. 1989.
- VERWORN ; *Digitalisierung und Regenstatistik*, Kursus Begleitmaterial des Inst. für technisch-wissenschaftliche Hydrologie, 1990.

VERWORN ; *Genauigkeit von Niederschlagsmessungen mit Radar*, Zeitschrift für Stadtentwässerung und Gewässerschutz 14, 1991, S. 17-43.

VERWORN , KENTER ; *Abflußbildungsansätze für die Niederschlag-Abfluß-Modellierung*, Zeitschrift für Stadtentwässerung und Gewässerschutz 24, August 1993, S. 3-50.

WALLISER ; *Systèmes et modèles, Introduction critique à l'analyse des systèmes*; Editions du Seuil, 1977.

WÖHRLE, BROMBACH ; *Probenahme im Abwasserkanal - Sampling in Sewers*; Wasserwirtschaft 81 (1991) 2; pp 60-65; 1991.

YEVJEVITCH, BARNES ; *Flood routing through storm drains; Part I-IV*; hydrology papers, COLORADO State University, FORT COLLINS, USA; 1970.

ZAIß ; *Linearspeicheransätze als hydrologische Verfahren zur Abflußberechnung in Kanalnetzen*, DVWK 13. Fortbildungslehrgang für Hydrologie, 1981.

ZEMANIAN ; *Distribution theory and transform Analysis*; Mc Graw Hill Book Company; 1965.

ZIELKE, RATKE ; *Prozeßsimulation, numerische Berechnung von Strömungsvorgängen - ausgewählte Kapitel der Vorlesung, Stand: 10/90*; Institut für Strömungsmechanik HANNOVER; 1990.

ZIELKE, GÄRTNER ; *Strömungsmechanik für Bauingenieur, Vorlesung Teil I*"; Institut für Strömungsmechanik HANNOVER; 1984.

ZIELKE, GÄRTNER, THEUNERT, URBAN ; *Strömungsmechanik für Bauingenieur, Vorlesung Teil II*; Institut für Strömungsmechanik HANNOVER; 1988.

ZINN ; *Entwicklung eines Expertensystems zur Kalibrierung eines Niederschlag-Abfluß-Modells*; Institut für Wasserwirtschaft Universität HANNOVER, DA (nicht veröffentlicht), August 1990.

ZIOR ; *Regenwasserabfluß auf Fahrbahnoberflächen -experimentelle und theoretische Untersuchungen*, Technische Berichte über Ingenieurhydrologie und Hydraulik, Institut für Wasserbau der Technischen Hochschule DARMSTADT, Heft 38, 1987.